УДК 004.5;621.38

Бутов А.А., Шестаков Е.А.

АНАЛИЗ КОРРЕКТНОСТИ ПОКРЫТИЯ МНОГОСВЯЗНОГО МНОГОУГОЛЬНИКА

Введение. Формирование топологии фотошаблонов, которые используются для изготовления микроэлектронных устройств, выполняется посредством специального генератора [1]. Объекты топологии фотошаблонов описываются многоугольниками и формируются генератором посредством наборных элементов в виде прямоугольников. Для того, чтобы генератор сформировал объект фотошаблона необходимо декомпозировать представляющий его многоугольник в минимальную по мощности совокупность прямоугольников, объединение которых с заданной точностью совпадает с этим многоугольником. Полученная при декомпозиции многоугольника совокупность прямоугольников называется покрытием [1] многоугольника, а задача декомпозиции многоугольника в прямоугольники – задачей покрытия.

В настоящее время разработан и реализован целый ряд методов решения задачи покрытия [2-7], однако некоторые из них являются эвристическими [2]. Это означает, что нельзя со 100-процентной уверенностью гарантировать получение корректного решения задачи покрытия. Достаточно редко, но все же возможны случаи, когда найденное покрытие оказывается некорректным, то есть топологический объект будет содержать одну или несколько внутренних областей, которые оказываются не покрытыми.

Одним из путей устранения указанного недостатка является разработка принципиально новых алгоритмов покрытия, гарантирующих поиск нужного решения. В настоящей работе предлагается другой способ, который дает возможность получить корректное решение и использовать уже разработанные и опробованные программы. Суть этого способа заключается в следующем.

Ищется покрытие топологического объекта с помощью эвристического метода [2]. Далее выполняется операция объединения прямоугольников, входящих в полученное покрытие [8], и тех внутренних областей исходного топологического объекта, которые не должны быть покрыты. Если результат объединения будет представлять собой односвязный многоугольник [2], то полученное с помощью эвристического метода покрытие является корректным. Иначе для каждой из непокрытых областей продолжается поиск покрытий, таких, что их объединение не будет выходить за границы исходного многоугольника. Результирующее покрытие составляется из всех найденных покрытий и является корректным.

1. Основные определения, постановка задачи. *Отрезком ab* называется пара различных точек *a* и *b* плоскости, соединенных прямой линией. Точки плоскости, находящиеся на этой прямой, принадлежат данному отрезку. Точки *a* и *b* отрезка *ab* называются *граничными*. Рассмотрим различные точки плоскости *a*, *b*, *c*, *d*, … , *k*, *m*. Соединим эти точки отрезками *ab*, *bc*, *cd*, … , *km*, *ma*. Получим замкнутую ломанную, которую обозначим через *L* = *abcd…km*. Точки *a*, *b*, *c*, *d*, … , *k*, *m* называются *вершинами* ломаной *L*, а отрезки *ab*, *bc*, *cd*, … , *km*, *ma* – *сторонами* ломаной *L*. Две стороны ломаной *L* называются *соседними*, если одна из их граничных точек является общей. Общую граничную точку соседних сторон назовем *точкой соединения*.

Два отрезка пересекаются, если существует хотя бы одна точка плоскости, принадлежащая каждому из них. Если такая точка отсутствует, то отрезки не пересекаются.

Замкнутая ломаная *L* является *непересекающейся*, если любая точка, общая для двух ее сторон, является граничной, т. е. точкой соединения для этих и только для этих сторон. В дальнейшем непересекающуюся ломаную будем называть контуром.

Рассмотрим некоторый контур *L*. Этот контур делит плоскость на две части. Одна часть содержит точки плоскости, находящиеся внутри контура *L* и на его сторонах, другая – точки плоскости, находящиеся вне контура *L*. Под *многоугольником M* будем понимать часть плоскости, находящуюся внутри контура *L* и на ее сторонах.

Многосвязный многоугольник *W* представляется последовательностью контуров: L_1, L_2, … L_g. В этой последовательности контур L_1 называется основным, а контуры L_2, … L_g – контурами-разрезами. При этом контуры-разрезы находятся внутри основного контура, т. е. все точки, лежащие на их сторонах, являются внутренними точками основного контура. Многосвязный многоугольник задает точки плоскости, находящиеся на границах представляющих его контуров, а также точки плоскости, находящиеся внутри основного контура, но не внутри контуров-разрезов. Если в описании многосвязного многоугольника отсутствуют контуры-разрезы, то такой многоугольник называется односвязным или просто многоугольником.

Будем говорить, что прямоугольник принадлежит многосвязному многоугольнику, если любая точка плоскости, находящаяся внутри или на границе этого прямоугольника, находится внутри или на границе многосвязного многоугольника.

Прямоугольник называется *h*-допустимым, если длина любой из его сторон не меньше некоторой величины *h*, где *h* является положительным вещественным числом.

Точка плоскости *r*, находящаяся внутри или на границе многосвязного многоугольника называется *h*-покрываемой, если существует *h*-допустимый прямоугольник, принадлежащий данному многосвязному многоугольнику, такой, что точка *r* находится на границе или внутри данного прямоугольника.

Заметим, что в многосвязном многоугольнике могут существовать точки, расположенные около острых внутренних углов, которые не являются *h*-покрываемыми. Так точка плоскости, находящаяся в вершине острого угла, не является *h*-покрываемой для любой величины *h* сколь малой она бы не была.

Под покрытием *V* многосвязного многоугольника *W* понимается совокупность *h*-допустимых прямоугольников, удовлетворяющих следующим условиям:

- всякий прямоугольник из данной совокупности принадлежит многосвязному многоугольнику *W*,
- для всякой *h*-покрываемой точки *r* многосвязного многоугольника *W* найдется хотя бы один прямоугольник этой совокупности такой, что точка *r* находится на границе или внутри данного прямоугольника.

Если при этом покрытие *V* многосвязного многоугольника *W* состоит из *h*-допустимых прямоугольников, то будем говорить, что покрытие *V* покрывает многосвязный многоугольник *W* с точностью *h*.

Покрытие *V*, удовлетворяющее этим условиям, называется корректным. Если в многосвязном многоугольнике *W* существуют *h*-покрываемые точки такие, что в покрытии *V* отсутствуют прямоугольники, содержащие их, то будем называть такое покрытие не корректным. Особенность покрытий, получаемых по методу, предложенному в работе [2], состоит в том, что к каждой стороне покрываемого многосвязного многоугольника примыкает один или несколько прямоугольников покрытия. Исключение составляют небольшие участки сторон многосвязного многоугольника непосредственно примыкающие к острым внутренним углам. Поэтому области в многосвязном многоугольнике *W*, не покрытые покрытием *V*, задаются контурами-разрезами, которые в дальнейшем будем называть *добавленными* покрытием *V*. Если некоторое покрытие *V* многосвяз-

Бутов А.А.,
Шестаков Е.А.,

ного многоугольника W, добавляет в этот многоугольник контуры-разрезы, то будем называть это покрытие не корректным.

Будем говорить, что множество S прямоугольников, принадлежащих многосвязному многоугольнику W, покрывает контур-разрез L', добавленный покрытием V, если объединение этих прямоугольников содержит в себе многоугольник, задаваемый контуром-разрезом L'.

В настоящей работе рассматривается следующая задача анализа.

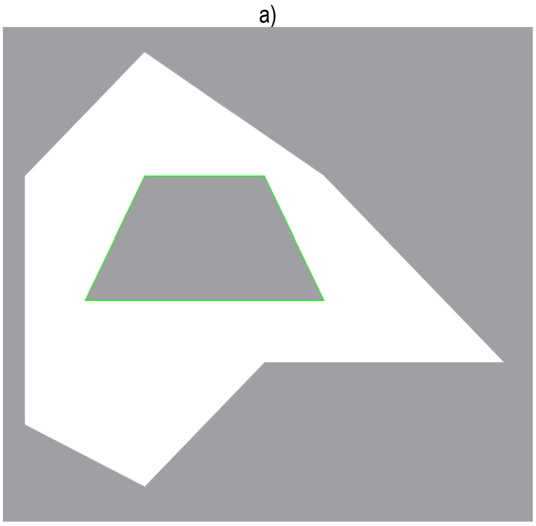
Пусть для многосвязного многоугольника W найдено покрытие V. Необходимо определить наличие в этом многоугольнике добавленных покрытием V контуров-разрезов, т. е. определить является покрытие V корректным или нет.

Устранить некорректность найденного покрытия V можно следующим образом. Необходимо для каждого из добавленных контуров-разрезов найти покрывающее его множество прямоугольников, после чего добавить найденные множества в покрытие V. В этом случае вновь полученное покрытие будет корректным. Поэтому в настоящей работе рассматривается следующая задача покрытия.

Для контура-разреза L', добавленного в многосвязный многоугольник W покрытием V, необходимо найти минимальное по мощности множество S прямоугольников, принадлежащих многоугольнику W, такое, что объединение прямоугольников из множества S содержало бы в себе контур-разрез L'.

Пример 1. Рассмотрим многосвязный многоугольник, приведенный на рис. 1 а). Этот многоугольник описывается одним основным контуром и одним контуром-разрезом. Покрытие этого многоугольника приведено на рис. 1 б). Это покрытие содержит непокрытый участок, отмеченный стрелкой.

а)



б)

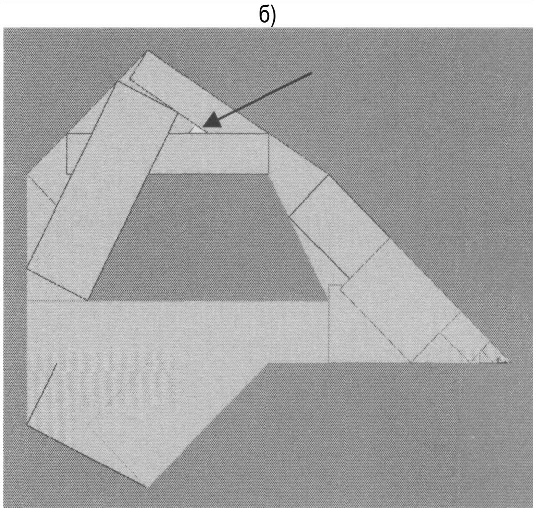


Рис. 1. *Многосвязный многоугольник, содержащий один контур-разрез (а) и его покрытие (б), в котором имеется непокрытая область, указанная стрелкой*

2. Метод анализа покрытия многосвязного многоугольника. Пусть многосвязный многоугольник W задан последовательностью контуров L_1, L_2, …, L_g.

Найдем покрытие V, представляющее собой множество пересекающихся прямоугольников, и сформируем множество Z из элементов множества V и контуров-разрезов L_2, L_3, …, L_g. Далее применим к Z метод объединения множества пересекающихся контуров [8], получив в результате выполнения этой операции многоугольник B.

Если многоугольник B является односвязным, то задача поиска покрытия исходного многоугольника W решена корректно и решение представлено множеством V. Если же многоугольник B оказывается многосвязным т.е. представлен множеством контуров C_1, C_2, …, C_p, то задача покрытия решена частично и нужно продолжить поиск новых элементов покрытия.

В этом случае из контуров-разрезов формируется множество P, после чего перебираются все элементы этого множества и для очередного элемента C_i выполняются следующие операции.

1) По контуру C_i эвристическим методом находится минимальная по мощности совокупность покрывающих прямоугольников S_i. Множество прямоугольников S_i добавляется в множество V.

2) Выполняется объединение множества S_i пересекающихся прямоугольников.

Если объединение содержит контуры-разрезы, то они добавляются в множество P.

1) Из множества P удаляется контур-разрез C_i.

Такой процесс чередования операций покрытия и объединения продолжается до тех пор, пока множество контуров-разрезов P не окажется пустым. Это будет означать, что исходный топологический объект уже не содержит непокрытых участков и, следовательно, полученное в итоге множество V является корректным покрытием.

Необходимо отметить, что на практике можно ограничиться приближенным решением задачи нахождения корректного покрытия, что означает, что можно допускать существование непокрытых участков, но только таких, размеры которых (определяемые, например, длинами их проекций на оси координат) не будут превышать определенного порога, значение которого можно параметрически настраивать с учетом реальных технологических ограничений. Оптимальная настройка величины этого порога позволяет предотвратить чрезмерное увеличение мощности покрытия за счет отсева малых по размеру непокрытых участков и, в то же время, обеспечить требуемую точность покрытия.

Такой промежуточный анализ результатов решения задачи покрытия может выполняться более одного раза. Оптимальная настройка чередования процессов покрытия и анализа промежуточных результатов покрытия позволяет в итоге уменьшить число элементов, образующих покрытие, при обеспечении требуемой точности покрытия.

Пример 2. С помощью средств программы визуализации топологических объектов **Polygon** проиллюстрируем работу метода анализа покрытия многоугольника (рис. 2). Два расположенных слева друг под другом дочерних окна отображают результат выполнения первой пары операций покрытия и объединения. Видно, что покрытие является частичным (верхнее левое окно), а объединение элементов покрытия (нижнее левое окно) содержит контур-разрез, представляющий непокрытую часть исходного многоугольника. Расположенные в среднем вертикальном ряду дочерние окна отображают результат выполнения второй пары операций покрытия и объединения. При этом область покрытия увеличилась (верхнее среднее окно), однако покрытие все еще остается частичным. Объединение найденных элементов покрытия (нижнее среднее окно) также содержит контур-разрез, но уже меньших размеров. Расположенные в правом вертикальном ряду дочерние окна отображают результат выполнения третьей пары операций покрытия и объединения. Видно, что область покрытия увеличилась до размеров исходного многоугольника (верхнее правое окно), а объединение найденных элементов покрытия (нижнее правое окно) также представляет собой исходный многоугольник (нижнее правое окно) и не содержит ни одного контура-разреза. Это свидетельствует о том, что найденное в итоге покрытие является корректным.

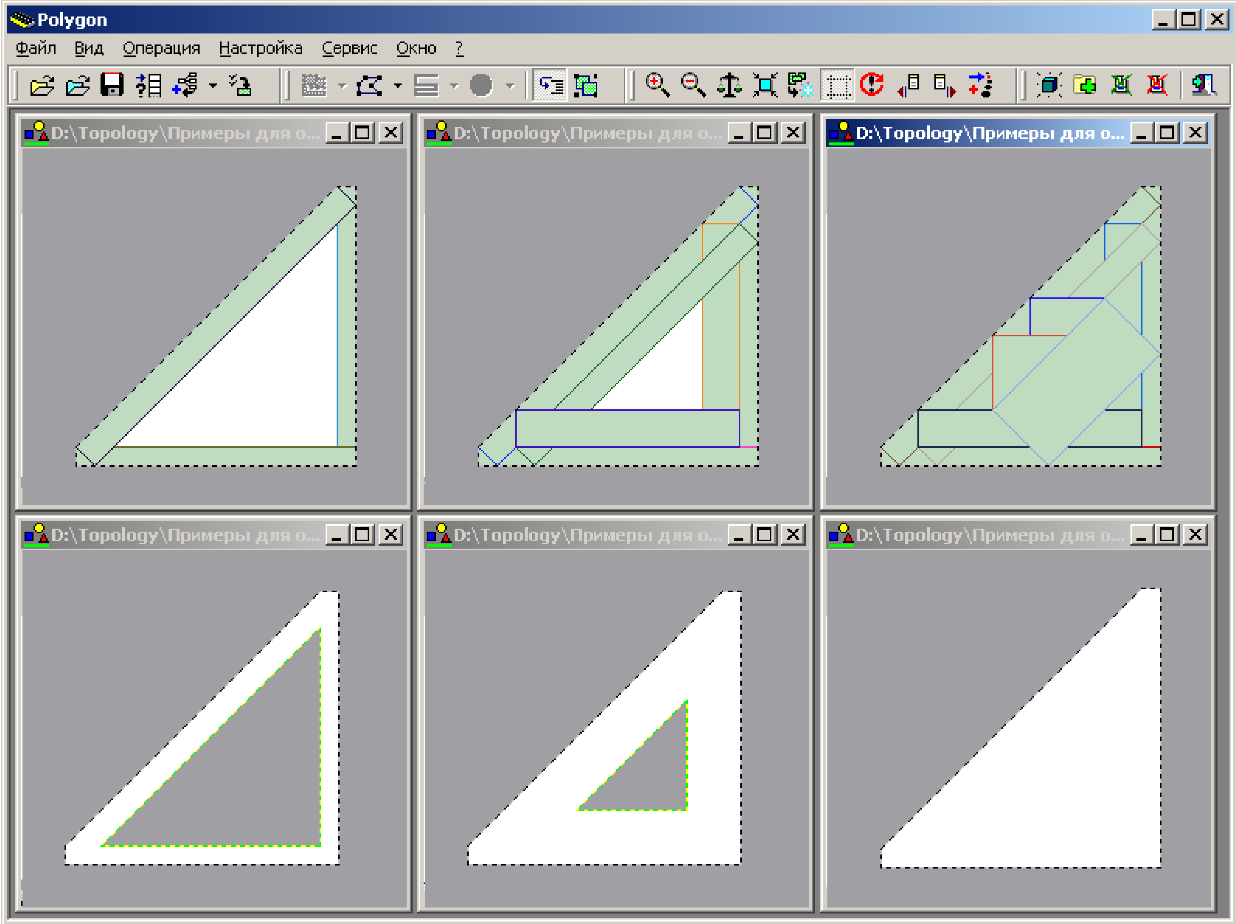


Рис. 2. *Результат работы метода анализа покрытия многоугольника*

3. Метод покрытия внутренних областей многосвязного топологического объекта, обнаруженных при его анализе. Положим, что в результате анализа покрытия *V* многоугольника *W* установлено, что оно не является корректным, т. е. в исходном многоугольнике существует одна или несколько добавленных покрытием *V* областей. Каждая из таких областей, называемых в дальнейшем контурами-разрезами, находится программой анализа и задается в виде контура. Встает задача дополнить покрытие *V* прямоугольниками, объединение которых включает добавленные покрытием *V* контуры-разрезы.

Некоторая совокупность прямоугольников включает контур (контур-разрез), если для любой точки плоскости, лежащей внутри контура (контура-разреза) найдется хотя бы один прямоугольник совокупности такой, что эта точка лежит на границе или внутри этого прямоугольника.

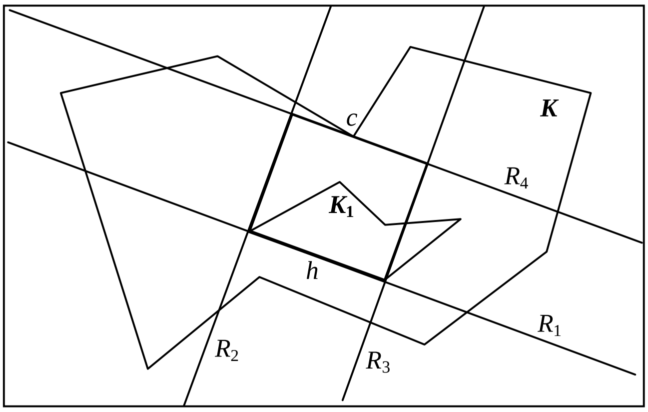


Рис. 3. *Формирование прямоугольника в контуре K по стороне h контура-разреза K_1*

Задача покрытия контура-разреза. Дан многосвязный многоугольник *M*, заданный основным контуром K_1 и контурами-разрезами K_2, K_3, …, K_p. Также дан контур-разрез *T*. Контур-разрез *T* находится внутри многоугольника *M* и его стороны не пересекаются со сторонами контуров K_1, K_2, K_3, …, K_p. Необходимо найти совокупность прямоугольников *N*, минимальную по мощности и включающую в себя контур-разрез *T*. Каждый прямоугольник совокупности *N* находится внутри многоугольника *M*.

Ниже предлагается приближенный эвристический метод решения этой задачи.

Метод состоит из следующих шагов.

1. Для каждой стороны *h* контура *T* строится прямоугольник, одна из сторон которого совпадает со стороною *h* (рис. 3). Для этого находятся прямая R_1, проходящая через сторону *h*, а также прямые R_2, R_3, перпендикулярные стороне *h* и проходящие через ее граничные вершины. В пространстве многоугольника *M*, лежащем между этими прямыми и стороной *h*, ищется точка *c*, лежащая на границе одного из контуров K_1, K_2, …, K_p и находящаяся на минимальном расстоянии от стороны *h*. Через эту точку проводится прямая R_4 параллельная прямой R_1. Точки, находящиеся на пересечении прямых R_1, R_2, R_3, R_4 задают вершины искомого прямоугольника.

2. Все различные прямоугольники, найденные по правилу из пункта 1, объединяются в множество *G*.

Найденное множество *G* прямоугольников, возможно, включает в себя контур-разрез *T*. Для проверки этого необходимо провести анализ множества *G*. Этот анализ проводится также как анализ исходного покрытия. Если в результате этого анализа окажется, что многоугольник, задающий объединение прямоугольников из множества *G*, содержит контур-разрез *T*, то множество *G* является корректным. В этом случае множество *G* добавляется в исходное покрытие. Если в результате анализа множества *G* будут найдены контуры-разрезы, то они добавляются к контурам-разрезам, полученным при анализе основного покрытия. При этом из данного множества контуров-разрезов удаляется контур *T*. Точно также выполняется поиск множеств прямоугольников, включающих и другие, не покрытые области в исходном многоугольнике.

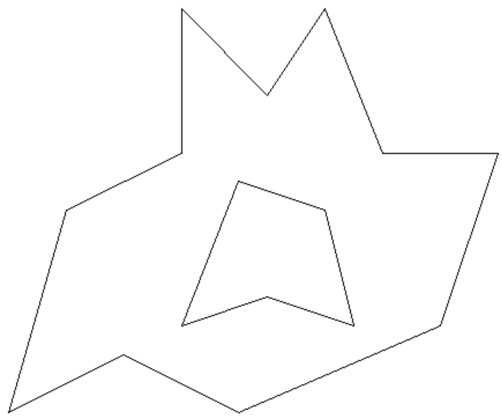


Рис. 4. *Основной контур K и контур-разрез K_1*

Можно показать, что подобный процесс формирования корректного покрытия является сходящимся.

Пример 1. Рассмотрим контур *M*, содержащий контур разрез *T* (рис. 4). Контур *M* задается следующей последовательностью пар чисел:

(3, 3), (7, 5), (11, 3), (18, 6), (20, 12), (16, 12), (14, 17), (12, 14), (9, 17), (9, 12), (5, 10).

В этой последовательности каждая пара чисел, заключенная в скобки, задает координаты вершины контура. Первое число из этой пары является координатой по оси *OX*, второе число – координатой по оси *OY*. Контур *T* задается последовательностью:

(9, 6), (12, 7), (15, 6), (14, 10), (11, 11).

Графическое представление этих контуров дано на рис. 4. В результате применения описанного выше алгоритма получим совокупность прямоугольников *G*, прямоугольники которой задаются следующими последовательностями координат их вершин:

(9, 6), (7.29, 11.14), (10.29, 12.14), (12, 7);
(12, 7), (13.9, 12.7), (16.9, 11.7), (15, 6);
(15, 6), (8.33, 4.33), (7.33, 8.33), (14, 10);
(14, 10), (11.78, 3.33), (8.78, 4.33), (11, 11);
(11, 11), (15.66, 9.14), (13.7, 4.14), (9, 6).

Графическое представление покрытия *G* дано на рис. 5.

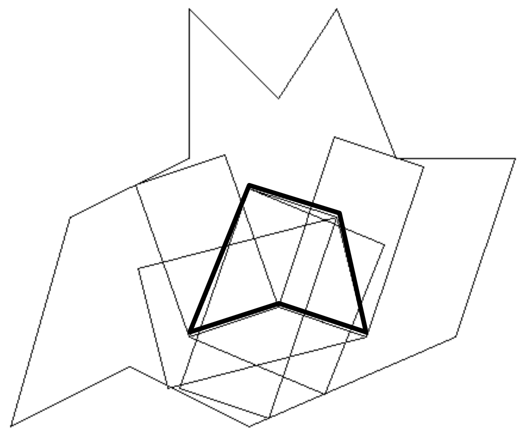


Рис. 5. *Графическое представление множества прямоугольников, включающих контур-разрез*

Заключение. Предлагаемый в настоящей работе метод анализа и дополнения покрытий, полученных с помощью эвристических методов, доведен до формы программ и опробован при решении некоторых практических задач проектирования топологии полупроводниковых пластин СБИС. Его применение дало возможность исключить появление некорректных покрытий при выполнении декомпозиции многоугольников.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Фейнберг В.З. Геометрические задачи машинной графики больших интегральных схем // М.: Радио и связь 1987.-178 с.
2. Шестаков Е.А. Декомпозиция многосвязного многоугольника в множество прямоугольников // Настоящий сборник.
3. Hegedus A. Algorithms for covering polygons by rectangles, Computer Aided Design, vol. 14, no 5, 1982.
4. Ta. Asano, Te. Asano, and H. Imai. Partitioning a polygonal region into trapezoids. J. ACM, 33:290-312, 1986.
5. L. Ferrari, P. V. Sankar, and J. Sklansky. Minimal rectangular partitions of digitized blobs. Computer Vision, Graphics, and Image Processing, 28:58-71, 1984.
6. S. Nahar and S. Sahni. Fast algorithm for polygon decomposition. IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, 7:473-483, 1988.
7. T. Ohtsuki. Minimum dissection of rectilinear regions. In Proceedings of the 1982 IEEE International Symposium on Circuits and Systems, Rome, pages 1210-1213, 1982.
8. Бутов А.А. Метод объединения множества пересекающихся контуров // Настоящий сборник.

Материал поступил в редакцию 20.09.2008

BUTOV A.A. SHESTAKOV E.A. The analysis of the correctness of the covering for multiconnected polygon

The problem of the analysis of a covering multiconnected polygon by rectangles is considered. Necessity of such analysis arises if covering is generated by heuristic method which is not guaranteeing its correctness. The purpose of the work is to search for a multiconnected polygon correct covering by the rectangles. Association this rectangles coincides with an initial polygon with the set accuracy.

An objects of research are the multiconnected polygons which are layout elements.

The method for check of a correctness of generated covering is developed. The preposed method gives the chance to reveal areas in the initial multiconnected polygon, that are not covered with the set of rectangles, and add to this set rectangles so that the found uncovered areas will be covered.