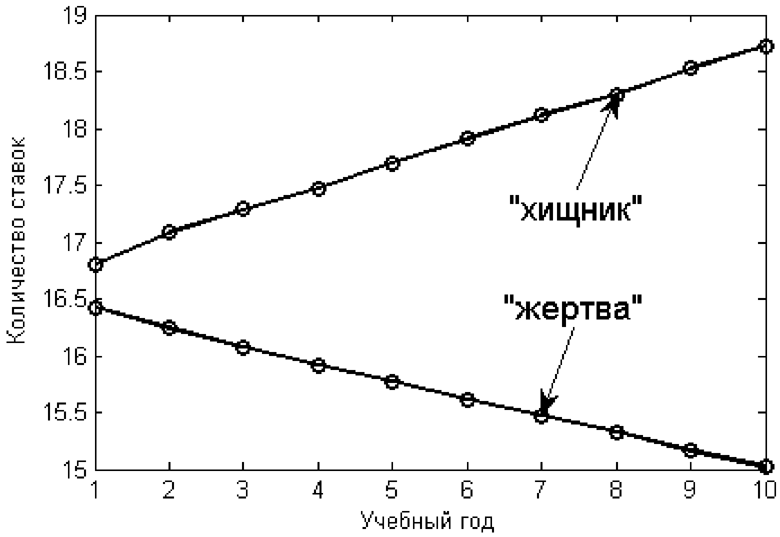

Рисунок 2 – Динамика изменения численного состава кафедр

Следовательно, традиционной методике присущи два серьезных недостатка: увеличение среднегодовой нагрузки преподавателя и несправедливое перераспределение численности ППС по кафедрам, когда в выигрыше оказываются кафедры с «хищнической» стратегией.

Возможны следующие методы решения сформулированных проблем:

- в качестве основы для расчета использовать типовые, а не рабочие учебные планы;
- зафиксировать нормы времени;
- совершенствовать методику формирования численности ППС таким образом, чтобы необоснованные попытки завышения учебной нагрузки не приносили ожидаемых результатов.

На наш взгляд, самым прогрессивным является последний вариант. Очевидно, что такая методика должна учитывать все существенные параметры, такие как трудоемкость учебных планов специальностей, контингент студентов, обучаемых по специальности, существующие нормы времени и предоставлять объективную оценку сформированной нагрузке.

Список цитированных источников

1. Васильев, Ю.С. Экономика и организация управления вузом: учебник / Ю.С. Васильев, В.В. Глухов, М.П. Федоров, А.В. Федотов. – СПб.: Издательство «Лань», 1999. – 448 с.
2. Резник, С.Д. Управление кафедрой: учебник 2-е изд. / С.Д. Резник. – М.: ИНФА-М, 2005. – 635 с.
3. Шикин, Е.В. Математические методы и модели в управлении: 2-е изд., испр. / Е.В. Шикин, А.Г. Чхартишвили. – М.: Издательство «Дело», 2002. – 440 с.

УДК 519.872

О РЕШЕНИИ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ СМО, ПРИМЕНЯЕМЫХ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ СИСТЕМ МЕЖБАНКОВСКИХ РАСЧЕТОВ

Монько В.Д., Матальцкий М.А.
УО «Гродненский государственный университет им. Я. Купалы», г. Гродно

При проектировании систем межбанковских расчетов (СМБР) требуется выбрать технические и программные средства, которые обеспечат требуемую производительность, надежность и безопасность системы с минимальными затратами на приобретение или разработку этих средств. Одним из подходов к решению этой задачи является построение математической модели СМБР на основе элементов теории массового обслуживания и выбор оптимального варианта на основе этой модели [1].

Часто необходимо знать, как будет вести себя оборудование в критических ситуациях. Рассмотрим несложную ситуацию, когда поток электронных сообщений (ЭС) поступает в систему, называемую «обработчик». При этом возникают следующие задачи:

а) какова должна быть интенсивность обработки ЭС $\mu^{опт}$, чтобы среднее число ЭС в «обработчике» $N(t)$ уменьшилось до минимальных размеров за установленное время θ?

б) найти оптимальную интенсивность обработки ЭС $\mu^{опт}$, чтобы среднее число ЭС в «обработчике» уменьшалось до определенного значения N_n за установленный промежуток времени θ.

В качестве модели нашей системы можно применить систему массового обслуживания (СМО) типа M/M/1 с дисциплиной обслуживания FIFO и провести ее исследование и оптимизацию в переходном (нестационарном) режиме.

Среднее число ЭС (заявок) в системе в момент времени t определяется как

$$N(t) = \sum_{k=1}^{\infty} kP_k(t), \tag{1}$$

где $P_k(t)$ – вероятность того, что в момент времени t в системе находится k ЭС (заявок). Она имеет вид [2]:

$$P_k(t) = e^{-(\lambda+\mu)t}\left[\rho^{\frac{k-i}{2}} I_{k-i}(at) + \rho^{\frac{k-i-1}{2}} I_{k+i+1}(at) + (1-\rho)\rho^k \sum_{j=k+i+2}^{\infty} \rho^{-\frac{j}{2}} I_j(at)\right], \tag{2}$$

где $\rho = \dfrac{\lambda}{\mu} < 1$, $a = 2\mu\rho^{\frac{1}{2}}$, $I_k(x)$ – обобщенная функция Бесселя первого рода порядка k, i – число ЭС в системе в момент времени $t = 0$. Значение функции $I_k(x)$ можно рассчитать по формуле [3]:

$$I_k(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{k+2m}}{(k+m)!m!}, k \ge 0, I_k(x) = I_{-k}(x)$$

Тогда задача а) выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} N(\theta,\mu) = e^{-(\lambda+\mu)\theta}\sum_{k=0}^{\infty} k\left[\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^{\frac{k-i}{2}} I_{k-i}\left(2\theta\sqrt{\lambda\mu}\right) + \left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^{\frac{k-i-1}{2}} I_{k+i+1}\left(2\theta\sqrt{\lambda\mu}\right) + \right. \\ \qquad \left. + \left(1-\dfrac{\lambda}{\mu}\right)\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^k \sum_{j=k+i+2}^{\infty}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^{-\frac{j}{2}} I_j\left(2\theta\sqrt{\lambda\mu}\right)\right] \to \min\limits_{\mu} \\ \lambda < \mu \le \mu_{\max}, \end{cases} \tag{3}$$

где $\mu_{\max}$ – заданное значение.

Ясно, что число заявок в любой однолинейной СМО уменьшается с ростом интенсивности их обслуживания. Поэтому функция $N(\theta,\mu)$ является убывающей по μ и решением задачи (3) является $\mu^{onm} = \mu_{\max}$.

На рисунке 1 изображен график зависимости среднего числа ЭС в системе $N(\theta,\mu)$ при различных значениях числа ЭС в шлюзе в начальный момент времени.

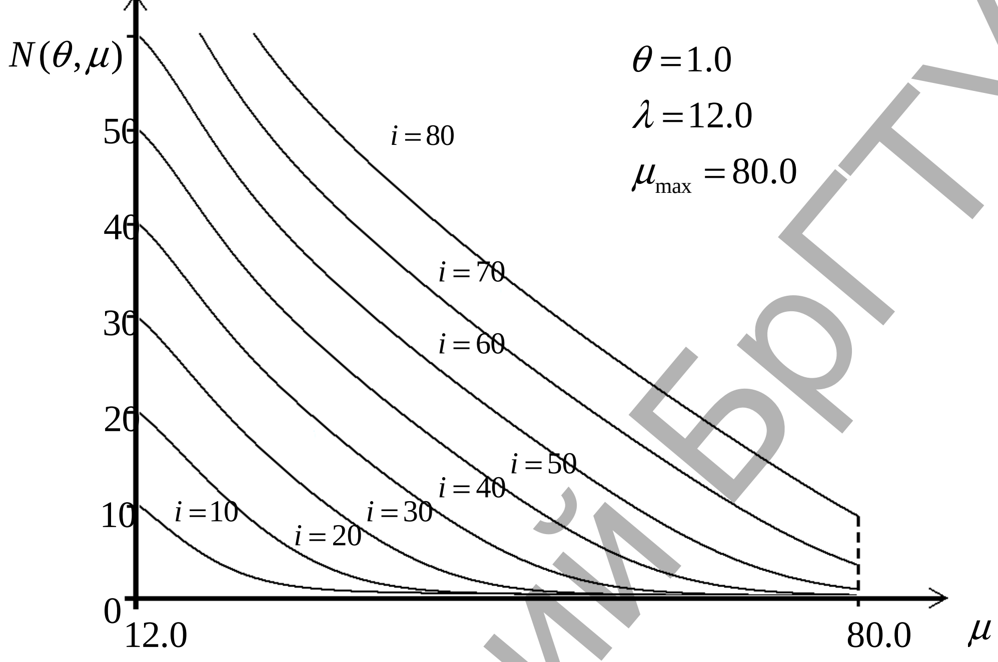

Рисунок 1 – График зависимости $N(\theta,\mu)$ от μ

Для решения задачи б) также воспользуемся соотношениями (1), (2). В данном случае μ^{onm} находится как решение нелинейного уравнения

$$N(\theta,\mu^{onm}) = e^{-(\lambda+\mu^{onm})\theta}\sum_{k=0}^{\infty} k\left[\left(\frac{\lambda}{\mu^{onm}}\right)^{\frac{k-i}{2}} I_{k-i}\left(2\theta\sqrt{\lambda\mu^{onm}}\right) + \left(\frac{\lambda}{\mu^{onm}}\right)^{\frac{k-i-1}{2}} I_{k+i+1}\left(2\theta\sqrt{\lambda\mu^{onm}}\right) + \right.$$

$$\left. + \left(1-\frac{\lambda}{\mu^{onm}}\right)\left(\frac{\lambda}{\mu^{onm}}\right)^{k} \sum_{j=k+i+2}^{\infty}\left(\frac{\lambda}{\mu^{onm}}\right)^{\frac{j}{2}} I_j\left(2\theta\sqrt{\lambda\mu^{onm}}\right)\right] = N_n$$

Примеры найденных μ^{onm} при различных значениях параметров приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Примеры найденных μ^{onm}

θ	λ	i	N_n	μ^{onm}
2.1	16.7	33	27.1	19.39
2.1	16.7	33	18.5	23.15
1.1	40.7	53	18.5	69.91

Список цитированных источников

1. Карпук, А.А. О математическом моделировании системы межбанковских расчетов / А.А. Карпук, М.А. Маталыцкий // Устойчивое развитие экономики: состоянте, проблемы, перспективы: материалы IV Международной научно-практической конференции. – Пинск: ПГУ, 2010. – С.21-25.
2. Саати, Т. Элементы теории массового обслуживания и ее применения –М.: Советское радио, 1965. – 520 с.
3. Википедия [Электронный ресурс] / Wikimedia Foundation. – Режим доступа: http://www.wikipedia.org. – Дата доступа: 10.10.2011.