

Точка  $y_{ij}$  лежит внутри  $i$ -го сегмента, значения  $T_L(x, y_{ij}, s)$  известны, для вычисления  $Q(x_j)$  применим формулу:

$$Q(x_j) = \sum_{t=0}^p Q(x_t) A(x_t, x_j) + \omega_p(x_j) \frac{Q^{(p+1)}(\xi_j)}{(p+1)!}, \quad (13)$$

где  $x_t$  – координаты точек, через которые проводится интерполяционный полином,  $Q(x_t) = Q^t$  – значения плотностей в

этих точках,  $A(x_t, x_j) = A_j^t = \frac{\omega_p(x_j)}{(x_j - x_t)\omega_p'(x_t)}$  – матрица

весов квадратурной формулы.

Внося (13) в (12) получим два варианта формулы для вычисления интеграла по отрезку  $\Delta I_i$ :

$$I_i = h_i \sum_{t=0}^p Q^t \sum_{j=1}^m \omega_j A_j^t T_{Lj} + R_i' + R_i; \quad (14)$$

$$I_i = h_i \sum_{j=1}^m \omega_j T_{Lj} \sum_{t=0}^p Q^t A_j^t + R_i' + R_i \quad (15)$$

где  $R_i' = h_i \sum_{j=1}^m \omega_j T_{Lj} + \omega_p(x_j) \frac{Q^{(p+1)}(\xi_i)}{(p+1)!}$ .

Формула (14) применяется в случае, когда плотности потенциалов неизвестны.

Формула (15) используется, когда плотности потенциалов  $Q^t$  в точках, через которые проходит интерполяционный

полином, известны. Предварительно находятся  $\sum_{t=0}^p Q^t A_j^t$  – значения плотности в узловых точках  $x_j$ , а затем производится суммирование по  $j$ . Величина  $h_i \sum_{j=1}^m \omega_j A_j^t T_{Lj}^*$  в (12)

является добавкой в матрицу коэффициентов влияния плотности в точках  $x_t$ .

Если заданы значения переменных, соответствующие известным граничным условиям корректно поставленной граничной задачи, то остальные значения можно определить из решения алгебраических уравнений.

Для получения окончательного решения уравнения (1) необходимо провести обращение преобразования Лапласа. Здесь возможны различные подходы. Удобно пользоваться рекомендациями [3], приняв зависимость температуры от времени в виде полинома. Представим искомую функцию от времени приближенно в виде:

УДК 681.511.4

**Кузнецов А.П., Марков А.В., Алькатауна Х.А.**

## МЕТОДИКА РАСЧЕТА БЫСТРОДЕЙСТВУЮЩИХ СИСТЕМ СИНХРОНИЗАЦИИ С МЕЛКИМ ШАГОМ ВЫХОДНОГО СИГНАЛА

### Введение

Одним из возможных способов уменьшения шага выходного сигнала (выходной частоты или скорости) системы синхронизации является использование в контуре фазовой автоподстройки частоты этой системы делителя с дробным переменным коэффициентом деления (ДДПКД).

*Кузнецов А.П., Марков А.В., Алькатауна Х.А. БГУИР, г. Минск.*

*Физика, математика, информатика*

$$T = A + Bt + \sum_{k=1}^m a_k e^{-b_k t}, \quad (16)$$

где  $A, B, a_k, b_k, m$  – постоянные. Преобразуя уравнение (16) по Лапласу и умножая на параметр преобразования  $s$ , можно получить:

$$sT_L(s) = A + \frac{B}{s} + \sum_{k=1}^m \frac{a_k}{1 + \frac{b_k}{s}}. \quad (17)$$

Сначала необходимо задать число  $m$  и последовательность значений параметра  $s$ :  $s = s_n, n = 1, 2, \dots, M$ , где  $M = m + 2$ . Входящие в формулу (16)  $m$  постоянных  $b_k$  принимаются равными первым  $m$  значениям  $s_n$ . Затем вычисляется трансформанта функции  $T_L(s)$  для каждого из  $M$  значений  $s_n$ . При подстановке этих величин для каждого значения  $s_n$  в формулу (17) получается  $M$  уравнений:

$$s_n T_L(s_n) = A + \frac{B}{s} + \sum_{k=1}^m \frac{a_k}{1 + \frac{s_k}{s_n}}, \quad n = 1, 2, \dots, M. \quad (18)$$

Они образуют систему линейных алгебраических уравнений относительно  $M$  неизвестных  $A, B$  и  $a_k$ , решение которой не представляет особых трудностей.

### Выводы

Разработан алгоритм численного решения нестационарных задач теплопроводности с использованием метода граничных элементов и преобразования Лапласа. Результаты, полученные при решении задачи теплопроводности, используются как исходные данные в процессе решения задачи теории упругости для получения перемещений и напряжений [4]. Объединение алгоритмов, использующихся в статической теории упругости и нестационарной теплопроводности, позволит разработать методику численного решения задач несвязанной нестационарной термоупругости.

### СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967.
2. А.Н.Тихонов, А.А.Самарский. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1966. – 724 с.
3. Метод ГИУ. Вычислительные аспекты и приложения в механике. Под ред. Т.Круза и Ф.Риццо. – М.: Мир, 1978.
4. Веремейчик А.И. Применение интегрального преобразования Лапласа к исследованию нестационарных тепловых процессов. // Вестник БГТУ.- Физика, математика, химия, №5, 2000. – с.32-33.

*Статья поступила в редакцию 02.11.2006*

Одним из вариантов построения ДДПКД может быть делитель, выполненный на базе цифрового синтезатора отсчетов (ЦСО).

Использование различных методов перестройки ЦСО может обеспечить дробность шага перестройки эквивалентного коэффициента деления до  $10^{-5} \div 10^{-7}$ .

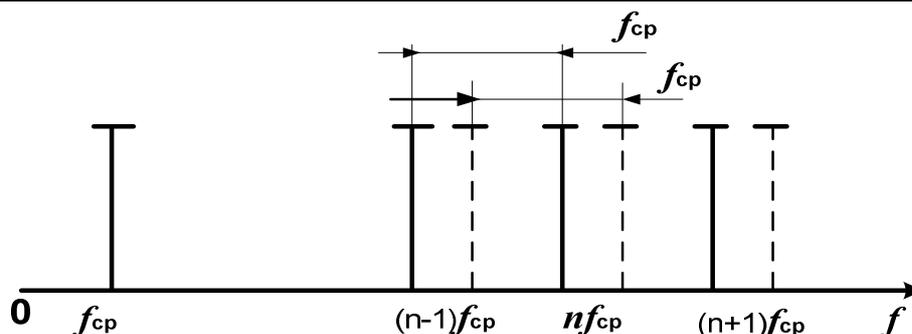


Рис. 1. Сетка выходных частот одноконтурного синтезатора

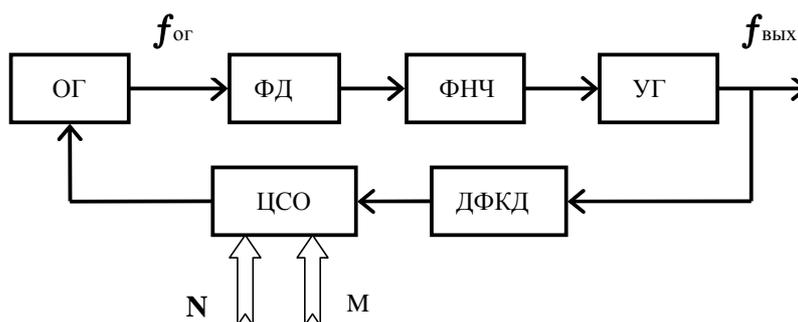


Рис. 2. Синтезатор частот с мелким шагом перестройки

Рассмотрим основные параметры быстродействующих систем синхронизации на примере одноконтурного синтезатора частоты с делителем в цепи обратной связи, т.е. на примере простейшей системы фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ).

**Статические параметры синтезатора частот.** К числу основных параметров синтезаторов частот могут быть отнесены такие параметры, как максимальная и минимальная выходные частоты, определяющие диапазон перестройки, количество частот сетки, шаг сетки, точность установки частоты, частота сравнения, диапазон изменения коэффициента деления контура фазовой автоподстройки частоты. При реализации синтезатора с помощью одноконтурной схемы эти параметры связаны между собой, а также с динамическими характеристиками синтезатора. В обычной одноконтурной схеме синтезатора существует жесткая взаимосвязь между шагом сетки частот, точностью установки частоты и частотой сравнения (при отсутствии в схеме предварительного делителя частоты). Следовательно, при задании требуемого шага сетки частот однозначно заданными оказываются также конкретные значения частоты, которые кратны шагу сетки. В одноконтурной схеме синтезатора отсутствует возможность формирования такой сетки частот, у которой при заданном шаге сетки сами частоты не были бы кратны этому шагу и, следовательно, частоте сравнения. Другими словами, одноконтурная схема синтезатора не позволяет сдвигать сетку частот без изменения ее шага. Это означает, что фактически установка сетки частоты синтезатора не может быть выполнена с точностью, превышающей половину шага. Увеличивать точность за счет уменьшения шага сетки можно лишь до некоторого минимального значения, определяемого минимальным допустимым, значением частоты сравнения синтезатора, которое нельзя уменьшить из-за ухудшения динамических характеристик синтезатора.

На рис.1 показан примерный вид сетки частот одноконтурного синтезатора.

За счет изменения частоты сравнения  $f_{cp}$  сетка может быть сжата или растянута; однако ее нельзя сместить в пределах одного шага при его неизменной величине, как показано на рис. 1 штриховыми линиями.

Сказанное выше относится к синтезатору с целочисленным коэффициентом делителя в цепи обратной связи. При реализации дробного изменения коэффициента деления появляется возможность получить сетку частот, значения которой не обязательно кратны шагу сетки. При этом частота сравнения контура не уменьшается.

Другими словами, задача ставится следующим образом: обеспечить в заданном диапазоне перестройки установку любого значения выходной частоты с заданной точностью при определенном значении частоты сравнения контура ФАПЧ.

Для решения указанной задачи выбрана структурная схема синтезатора, приведенная на рис. 2.

Будем полагать, что в качестве исходных статических параметров синтезатора заданы максимальная выходная частота  $f_{вых\ max}$ , минимальная выходная частота  $f_{вых\ min}$ , шаг сетки частот  $\Delta f$ , количество частот  $n$ , относительная точность установки  $\delta$ . Предполагается также, что перестройку частоты синтезатора необходимо выполнить в узком диапазоне частот  $D$  (около 1%).

Синтезатор должен обеспечить установку произвольного значения  $f_{вых\ min}$  или  $f_{вых\ max}$ , а также формирование сетки частот с шагом  $\Delta f$ , причем ошибка установки любого из этих значений частоты не должна превышать величину  $\pm \delta * f_{вых\ min}$ . Таким образом, потенциально синтезатор частот должен обеспечивать возможность формирования более мелкой сетки с шагом, не превышающим  $2\delta * f_{вых\ min}$ , который может быть значительно меньше заданного шага  $\Delta f$ , т.е. значения требуемого ряда частот должны выбираться из более обширного ряда.

Итак, для заданной структуры синтезатора необходимо выбрать способ перестройки ЦСО и оценить следующие параметры синтезатора: максимальную емкость  $N_{\max}$  накопительного сумматора, разрядность ЦАП, частоту сравнения контура ФАПЧ, диапазон изменения эквивалентного коэффициента деления ЦСО и коэффициент деления предварительного делителя  $K_{ДФКД}$ .

Обозначим  $\Delta f' = 2\delta \cdot f_{\text{вых min}}$ . С учетом этого обозначения основные уравнения, определяющие статические характеристики синтезатора, запишутся следующим образом:

$$f_{\text{вых max}} = f_{\text{ос}} \cdot K_{ДФКД} \cdot K_{\max}, \quad (1)$$

$$\Delta f' = f_{\text{ос}} \cdot K_{ДФКД} \cdot \Delta K. \quad (2)$$

Здесь  $K_{\max}$  – максимальное значение эквивалентного коэффициента деления ЦСО;  $\Delta K$  – шаг перестройки этого коэффициента, зависящий от выбранного способа перестройки ЦСО. В общем случае  $\Delta f' < \Delta f$ , однако, в частном случае  $\Delta f'$  может быть равно  $\Delta f$ .

Рассмотрим сначала выбор значений  $K_{\max}$ . Как следует из выражения (1), это значение нужно выбирать как можно меньшим, чтобы обеспечить максимально возможное значение частоты сравнения  $f_{\text{ос}}$  контура ФАПЧ, а также уменьшить общий коэффициент деления в цепи обратной связи контура. Следует при этом иметь в виду, что  $K_{\max} > K_{\min}$ , и поэтому минимально возможное значение  $K_{\max}$  будет связано с минимальным возможным значением  $K_{\min}$ , которое должно быть больше 2, что определяется граничными условиями теоремы Котельникова.

Однако, поскольку диапазон перестройки синтезатора невелик (порядка 1%), то и диапазон изменения эквивалентного коэффициента деления также мал, и можно положить, что  $K_{\min} \approx K_{\max}$ .

С учетом запаса, который обычно устанавливается для восстановления непрерывного сигнала по дискретным отсчетам, можно положить, что  $K_{\max} > 10$ .

С другой стороны, поскольку выходной сигнал ЦСО может быть несинусоидальным (например, пилообразным) и содержать гармоники основной частоты, то для уменьшения искажений при формировании непрерывного сигнала по дискретным отсчетам,  $K_{\max}$  необходимо увеличивать.

Однако желательно, чтобы значения эквивалентного коэффициента деления не были равны целым числам и не лежали вблизи целых чисел. Следовательно, весь диапазон перестройки выходной частоты синтезатора должен быть обеспечен при изменении эквивалентного коэффициента деления меньше, чем на 1, т.е.

$$K_{\max} - K_{\min} \leq K_D, \quad (3)$$

где  $K_D < 1$ , например,  $K_D = 0.8$ .

С другой стороны, для обеспечения заданного диапазона перестройки  $D$  должно выполняться условие:

$$\frac{K_{\max} - K_{\min}}{K_{\max}} = D. \quad (4)$$

Решив совместно (3) и (4), получим:

$$K_{\max} < \frac{K_D}{D}. \quad (5)$$

Подставив в (5) численные значения  $K_D$  и  $D$ , получим:

$$K_{\max} < 80 \quad (6)$$

Таким образом, возможные значения  $K_{\max}$  лежат в пределах:

$$10 < K_{\max} < 80.$$

Рассмотрим теперь выбор коэффициента деления делителя с фиксированным коэффициентом деления  $K_{ДФКД}$ . Для обеспечения максимально возможной частоты сравнения этот коэффициент, как и  $K_{\max}$ , желательно уменьшать. Очевидно, что минимально возможное значение  $K_{ДФКД}$  зависит от максимальной рабочей частоты ЦСО  $f_{ЦСО}$  и может быть вычислено по формуле:

$$K_{ДФКД} = \frac{f_{\text{вых max}}}{f_{ЦСО}}.$$

С округлением полученного значения в большую сторону.

Если предположить, что быстродействие ЦСО обеспечивается на частоте 1 МГц, то при выходной частоте  $f_{\text{вых max}} = 520 \text{ МГц}$ , коэффициент деления делителя с фиксированным коэффициентом деления  $K_{ДФКД} = 520$ .

При выбранных значениях  $K_{\max}$ ,  $K_{ДФКД}$  и при известном значении  $f_{\text{вых max}}$  частот  $f_{\text{ос}}$  рассчитывается по формуле (1).

Теперь следует определить разрядность ЦАП и емкость накопительного сумматора, входящих в состав ЦСО. Эти параметры существенным образом будут зависеть от выбранного способа перестройки ЦСО. Для простоты будем полагать, что ЦАП выполняет преобразование в напряжение всех разрядов накопительного сумматора.

Рассмотрим три способа перестройки частоты синтезатора за счет управления ЦСО кодом  $M$  (управление кодом заполнения накопительного сумматора), за счет управления кодом  $N$  (управление кодом емкости накопительного сумматора); за счет управления кодами  $M$  и  $N$  одновременно. Схемы ЦСО, реализующие указанные способы перестройки, приведены в [1].

**Перестройка частоты синтезатора за счет кода  $M$ .** Этот способ может быть реализован с помощью простейшей схемы ЦСО. Как было показано ранее, при изменении кода  $M$ , фиксированном значении  $N = N_{\max}$  шаг перестройки  $\Delta K$

эквивалентного коэффициента деления  $K = \frac{N}{M}$  является

приемлемым, и изменяется обратно пропорционально коду  $M$ . Следовательно, наибольшее значение  $\Delta K$  имеет место при  $K = K_{\max}$ . Очевидно, что с помощью такого способа не удастся установить равномерную сетку выходных частот с шагом  $\Delta f$ ; однако можно реализовать заданную точность установки частоты, выбрав в качестве максимального шага сетки значение  $\Delta f'$ . Как показано в [1], максимальное значение шага эквивалентного коэффициента деления равно:

$$\Delta K_{\max} = \frac{K_{\max}^2}{N_{\max}}. \quad (7)$$

Решив совместно уравнения (1), (2) и (7) относительно  $N_{\max}$ , получим:

$$N_{\max} = \frac{K_{\max} * f_{\text{вых max}}}{\Delta f'}. \quad (8)$$

Полученное значение  $N_{\max}$  следует увеличить до ближайшего значения  $2^m$ . Это требование обусловлено конструктивными особенностями ЦСО с управлением кодом  $M$ , где емкость накопительного сумматора может быть установлена равной только степени числа 2. Очевидно, что разрядность накопительного сумматора и ЦАП будет равна  $m$ . После это-

го, с учетом выбранного значения  $N_{\max}$  следует уточнить значение  $\Delta k_{\max}$  и  $\Delta f'$  по формулам (7) и (8) соответственно.

Для установки желаемого значения выходной частоты синтезатора  $f_{\text{вых\_жел}}$  следует выбирать соответствующее значение  $M$ . С учетом того, что

$$f_{\text{вых\_жел}} = f_{\text{ог}} \cdot \frac{N_{\max}}{M} \cdot K_{\text{ДФКД}}$$

$$M = \frac{f_{\text{ог}}}{f_{\text{вых\_жел}}} \cdot N_{\max} \cdot K_{\text{ДФКД}}. \quad (9)$$

Значение  $M$  округляется до целого значения, при этом ошибка установки выходной частоты синтезатора за счет этого округления не превысит  $\Delta f'$  независимо от того, в какую сторону будет выполнено округление.

По формуле (9) аналогичным образом рассчитываются все значения кодов  $M$ , необходимых для формирования выходной сетки частот синтезатора. В случае, если количество частот синтезатора невелико, можно заранее вычислить соответствующее значение кодов  $M$  и составить таблицу перехода от требуемых значений частоты к кодам  $M$ . Если количество частот велико, то в состав синтезатора необходимо ввести вычислительное устройство, выполняющее вычисление кода  $M$  по формуле (9).

**Перестройка частоты синтезатора за счет кода  $N$ .** Перестройка частот синтезатора в этом случае предполагает изменение кода  $N$  в пределах от  $\frac{N_{\max}}{2}$  до  $N_{\max}$  при фиксированном значении  $M$ . Конкретные значения  $M$  и  $N$  определяются с учетом требуемого диапазона перестройки. Для реализации данного способа перестройки необходимо использовать модифицированную конструкцию ЦСО, рассмотренную в [1].

Шаг перестройки коэффициента деления является постоянным и, в соответствии с выражением, полученным в [1], равен:

$$\Delta K = \frac{K_{\max}}{N_{\max}}. \quad (10)$$

Решив уравнение (10) совместно с уравнениями (1) и (2) относительно  $N_{\max}$ , получим:

$$N_{\max} = \frac{f_{\text{вых\_max}}}{\Delta f'}. \quad (11)$$

Поскольку шаг перестройки эквивалентного коэффициента деления и, следовательно, шаг сетки частот в этом случае является постоянным, то возможны два варианта выбора значения  $N_{\max}$ .

Во-первых, можно положить в формуле (11)  $\Delta f' = \Delta f$ , при этом точность установки частоты синтезатора будет равна шагу сетки частот, как и в синтезаторе с целочисленным коэффициентом деления, однако при большой частоте сравнения контура ФАПЧ. В этом случае значение  $N_{\max}$ , вычисленное по формуле (11), следует округлить в большую сторону, а затем по формулам (10) и (2) уточнить соответственно шаг эквивалентного коэффициента деления и шаг сетки выходных частот.

Во-вторых, значение  $N_{\max}$  можно вычислить непосредственно по формуле (11), при этом шаг сетки частот синтеза-

тора обеспечит заданную точность установки частоты. Полученное значение  $N_{\max}$  следует увеличить до ближайшего значения  $2^m$ , при этом шаг эквивалентного коэффициента деления и шаг сетки частот следует уточнить по формулам (10) и (2) соответственно.

В обоих случаях требуемая разрядность накопительного сумматора и ЦАП определяется как  $\log_2 N_{\max}$  с округлением в большую сторону.

Поскольку

$$M = \frac{f_{\text{ог}} \cdot N_{\max} \cdot K_{\text{ДФКД}}}{f_{\text{вых\_max}}}. \quad (12)$$

Значение  $M$ , полученное по формуле (12), следует округлить в меньшую сторону для обеспечения установки максимального значения сетки.

Для установки желаемого значения сетки частоты  $N$  рассчитывается по формуле:

$$N = \frac{f_{\text{вых\_жел}}}{f_{\text{ог}} \cdot K_{\text{ДФКД}}} M. \quad (13)$$

Как следует из (13), значения  $N$  и  $f_{\text{вых\_жел}}$  связаны прямо пропорционально друг с другом, что упрощает расчет значений  $N$ , необходимых для установки желаемого значения частоты.

Минимальное значение  $N$  определяется как  $N_{\min} = M \cdot K_{\min}$ .

**Перестройка частоты синтезатора за счет кодов  $M$  и  $N$ .** Данный способ предполагает установку желаемого эквивалентного коэффициента деления за счет одновременного изменения кодов  $M$  и  $N$ .

Для реализации данного способа необходимо использовать модифицированную схему ЦСО, предложенную в [1].

Запишем выражение для среднего значения шага изменения эквивалентного коэффициента деления ЦСО:

$$\Delta K = \frac{\pi^2 K_{\max}^2}{3N_{\max}^2}. \quad (14)$$

Решив уравнение (14) совместно с (1) и (2) относительно  $N_{\max}$ , получим:

$$N_{\max} = \sqrt{\frac{\pi^2 K_{\max}^2 f_{\text{вых\_max}}}{3\Delta f'}}. \quad (15)$$

Шаг сетки частот синтезатора в этом случае будет неравномерным, поэтому сетка выходных частот реализуется путем обеспечения заданной точности установки произвольного значения частоты. Рассчитанное по формуле (15) значение  $N_{\max}$  следует увеличивать до ближайшего числа  $2^m$ . С учетом этого увеличенного значения  $N_{\max}$  по формуле (14) вычисляется значение  $\Delta K$ . При этом разрядность накопительного сумматора увеличивать не требуется. Такое увеличение  $N_{\max}$  означает более полное использование возможностей ЦСО, что создает определенный запас по точности при формировании сетки частот.

Расчет требуемой емкости накопительного сумматора можно выполнить также исходя не из среднего, а наиболее вероятного значения шага коэффициента  $\Delta K'$ . В этом случае

$$\Delta K' = \frac{\sqrt{e} \cdot K_{\max}^2}{N_{\max}^2}. \quad (16)$$

и

$$N'_{\max} = \sqrt{\frac{\sqrt{e} K_{\max} f_{\text{вых max}}}{\Delta f'}}. \quad (17)$$

Значение  $N'_{\max}$  также должно быть увеличено до ближайшего числа  $2^m$ , после чего по формуле (16) рассчитывается наиболее вероятное значение шага коэффициента  $\Delta K'$ .

Разделив  $N_{\max}$  по формуле (15) на  $N'_{\max}$  по формуле (17), получим:

$$\frac{N_{\max}}{N'_{\max}} = \sqrt{\frac{\pi^2}{3\sqrt{e}}} \approx 1,4. \quad (18)$$

Как видно из (18), емкость накопительного сумматора, рассчитанная исходя из наиболее вероятного значения шага сетки частот, в 1.4 раза меньше, чем при расчете по среднему значению шага коэффициента.

Очевидно, что если выполняется условие

$$1.4 \cdot 2^m < N_{\max} \leq 2^{m+1},$$

где  $m$  – целое число, то выполняется условие:

$$2^m < N'_{\max} \leq 0.7 \cdot 2^{m+1}.$$

При этом и  $N_{\max}$  и  $N'_{\max}$  следует увеличить до  $2^{m+1}$ , и разрядность накопительного устройства будет равна  $m + 1$  независимо от того, какое значение шага сетки частот выбрано для расчетов – среднее или наиболее вероятное.

В случае когда

$$2^m \leq N_{\max} < 1.4 \cdot 2^m$$

и

$$\frac{2^m}{1.4} < N'_{\max} \leq 2^m.$$

Значение  $N_{\max}$  необходимо увеличить до  $2^{m+1}$ , а  $N'_{\max}$  – до  $2^m$ , т.е. разрядность накопительного сумматора в случае расчета по наиболее вероятному шагу сетки частот оказывается на единицу меньше. Окончательно разрядность накопительного сумматора в этом случае следует выбрать после проверки точности установки всех заданных частот синтезатора. Такую проверку, разумеется, можно выполнить лишь в случае небольшого числа выходных частот. Если число частот велико, то можно говорить лишь об установке заданного значения частоты с определенной вероятностью.

В соответствии с результатами, полученными в [2], вероятность, например, обеспечения точности аппроксимации  $10^{-6}$  при  $N_{\max} = 5 \cdot 10^3$  составляет 0.916, а при  $N_{\max} = 10^4$  она равна 0.979.

Под точностью аппроксимации в этой работе подразумевается отношение шага коэффициента деления к коэффициенту деления.

Поскольку при перестройке частоты синтезатора кодами  $M$  и  $N$  последовательность несократимых дробей вида  $\frac{N}{M}$  составляет ряд Фарея, то при выборе диапазона изменения дробей  $\frac{N}{M}$  следует учитывать свойства этого ряда. В част-

ности, необходимо иметь в виду, что в окрестности целых чисел интервалы между соседними членами ряда Фарея становятся больше, чем на других участках ряда. В связи с этим следует выбирать диапазон изменения эквивалентного коэффициента деления ЦСО таким образом, чтобы он не включал окрестности целых чисел.

**Пример расчета параметров синтезатора частоты.**

Для примера возьмем следующие значения параметров: минимальная выходная частота синтезатора  $f_{\text{вых min}} = 517.163 \text{ МГц}$ ; относительная точность установки частоты  $\delta = 1 \cdot 10^{-6}$ ; число частот  $n = 30$ ; шаг сетки частот  $\Delta f = 100 \text{ кГц}$ .

Очевидно, что  $\Delta f' = 2\delta \cdot f_{\text{вых min}} \approx 1 \text{ кГц}$ , т.е. каждое значение частоты сетки должно быть установлено с ошибкой, не превышающей  $500 \text{ Гц}$ .

Определим статические параметры, общие для всех способов перестройки частоты.

Максимальная выходная частота синтезатора  $f_{\text{вых max}}$  равна:

$$f_{\text{вых max}} = f_{\text{вых min}} + \Delta f (n - 1) = 520.063 \text{ МГц}.$$

Диапазон  $D$  изменения выходной частоты и, следовательно, эквивалентного коэффициента деления равен:

$$D = \frac{f_{\text{вых max}} - f_{\text{вых min}}}{f_{\text{вых max}}} = 5.6 \cdot 10^{-3}.$$

Как было установлено ранее, значение  $K_{\max}$  можно выбирать в пределах от 10 до 80. Для примера выберем  $K_{\max} = 10.4$ .

Как следует из (4),

$$K_{\min} = K_{\max} (1 - D) \approx 10.34.$$

Следовательно, диапазон перестройки эквивалентного коэффициента деления не включает целых чисел.

В соответствии с выбранными ранее значениями  $K_{\text{ДФКД}} = 520$ . При этом общий коэффициент деления в контуре ФАПЧ составит около 55000.

Частота сравнения контура ФАПЧ рассчитывается с помощью выражения (1)

$$f_{\text{ос}} = \frac{f_{\text{вых max}}}{K_{\text{ДФКД}} \cdot K_{\max}} \approx 96 \text{ кГц}.$$

**Перестройка за счет кода M.** В соответствии с формулой (8),  $N_{\max} = 5408655$ , это значение следует увеличить до  $8388608 = 2^{23}$ .

Последующий расчет выполняется по формулам (9) и (1). Результаты расчета приведены в таблице 1.

Таким образом, для реализации данного способа перестройки требуется 23-разрядный накопительный сумматор. Разумеется, реализовать ЦАП с такой разрядностью не сложно, поэтому следует подавать на ЦАП лишь старшие разряды накопительного сумматора. В качестве примера [3] можно привести ЦСО, у которого число разрядов накопительного сумматора равно 28, а для цифро-аналогового преобразователя используется 10 старших двоичных разрядов. Однако в случае использования ЦСО в контуре ФАПЧ следует учитывать возможность появления дополнительной фазовой модуляции.

Таблица 1. Перестройка за счет кода  $M$  ( $N_{\max} = 2^{23}$ )

№№ п/п	$f_{\text{вых\_жел}}, \text{МГц}$	$M$	$f_{\text{вых}}, \text{МГц}$	Ошибка, кГц
1	517.163	811281	517.1631	0.1
2	517.263	811124	517.2632	0.2
3	517.363	810967	517.3633	0.3
4	517.463	810811	517.4629	-0.1
5	517.563	810654	517.5631	0.1
6	517.663	810498	517.6627	-0.3
7	517.763	810341	517.763	0.0
8	517.863	810184	517.8633	0.3
9	517.963	810028	517.9631	0.1
10	518.063	809872	518.0628	-0.2
30	520.063	806753	520.062	-0.1

Таблица 2. Перестройка за счет кода  $N$ , точность установки частоты равна шагу требуемой сетки частот ( $N_{\max} = 5201$ ,  $M = 500$ )

№№ п/п	$f_{\text{вых\_жел}}, \text{МГц}$	$N$	$f_{\text{вых}}, \text{МГц}$	Ошибка, кГц
1	517.163	5170	517.1654	2.4
2	517.263	5171	517.2654	2.4
3	517.363	5172	517.3655	2.5
4	517.463	5173	517.4655	2.5
5	517.563	5174	517.5655	2.5
6	517.663	5175	517.6656	2.6
7	517.763	5176	517.7656	2.6
8	517.863	5177	517.8656	2.6
9	517.963	5178	517.9657	2.7
10	518.063	5179	517.0657	2.7
30	520.063	5199	520.0663	3.3

**Перестройка за счет кода  $N$ .** Как упоминалось ранее, здесь возможны два варианта реализации сетки выходных частот синтезатора.

Во-первых, точность установки частоты синтезатора можно положить равной шагу требуемой сетки  $\Delta f$ , при этом  $N_{\max}$  рассчитывается по формуле (11), с учетом того, что  $\Delta f' = \Delta f$ . Значение  $M$  рассчитывается по формуле (12); значения  $N$ , соответствующие конкретным значениям частот – по формуле (13). В таблице 2 приведен ряд значений частот и соответствующих им кодов.

Во-вторых, можно обеспечить заданную точность установки частоты. Расчет выполняется по формулам (11)-(13). В таблице 3 приведен ряд значений частот и кодов для установки выходной сетки с заданной точностью.

В первом случае требуемая емкость накопительного сумматора равна  $N_{\max} = 5201$ , что соответствует 13 двоичным разрядам; при этом обеспечивается требуемый шаг сетки частот, но не обеспечивается заданная точность установки частот.

Во втором случае точность установки обеспечивается, однако требуемая емкость накопительного сумматора равна уже  $2^{19}$ .

**Перестройка за счет кодов  $M$  и  $N$ .** При реализации предыдущего способа перестройки частоты синтезатора в схеме ЦСО должна быть предусмотрена возможность изменения емкости  $N$  накопительного сумматора, а возможность изменения кода  $M$  сохраняется, как и в исходной схеме ЦСО. Поэтому, возможности перестройки частоты синтезатора

можно реализовать полнее, применив перестройку с изменением одновременно кодов  $M$  и  $N$ .

В соответствии с выражениями (15) и (17)  $N_{\max}$  равно 4218 при оценке по среднему значению шага перестройки и 2985 при оценке по наиболее вероятному значению. В данном случае выбрано значение  $N_{\max} = 4096 = 2^{12}$ , которое лежит между этими двумя величинами.

В таблице 4 приведен ряд значений выходной частоты синтезатора. Величина  $R$  определялась, как  $R = \frac{f_{\text{вых\_жел}}}{f_{\text{ос}} \cdot K_{\text{ДФКД}}}$ , т.е.

в данном случае обозначает требуемый эквивалентный коэффициент деления ЦСО. Значение  $R$  аппроксимировалось дробью  $\frac{N}{M}$ , где  $N \leq N_{\max}$ . Аппроксимацию можно выполнить по алгоритму приближения Эвклида.

Как следует из таблицы 4, из 11 значений частоты 10 устанавливаются с заданной точностью. Исключение составляет частота №6, где ошибка установки составляет 3 кГц. Причем заданная точность установки не реализуется и при  $N_{\max} = 2^{13}$ . Полученные результаты подтверждают расчетную вероятность установки частоты с заданной точностью, которая равна 0.9. Если такое отклонение частоты недопустимо, следует выполнить расчет заново, изменив  $K_{\text{ДФКД}}$  или  $f_{\text{ос}}$  в допустимых пределах.

Таблица 3. Перестройка за счет кода  $N$ , заданная точностью установки частоты ( $N_{\max}=2^{19}$ ,  $M=50422$ )

№№ п/п	$f_{\text{вых\_жел}}, \text{МГц}$	$N$	$f_{\text{вых}}, \text{МГц}$	Ошибка, кГц
1	517,163	521361	517,1624	-0,1
2	517,263	521462	517,2631	0,1
3	517,363	521563	517,3633	0,3
4	517,463	521663	517,4626	-0,4
5	517,563	521764	517,5628	-0,2
6	517,663	521865	517,6629	-0,1
7	517,763	521966	517,7631	0,1
8	517,863	522067	517,8633	0,3
9	517,963	522168	517,9634	0,4
10	518,063	522268	518,0626	-0,4
.....				
30	528,063	524285	520,0634	0,4

Таблица 4. Перестройка за счет кодов  $M$  и  $N$  ( $N_{\max} = 4096$ )

№№ п/п	$f_{\text{вых\_жел}}, \text{МГц}$	$R$	$N$	$M$	Ошибка установки $R$	Ошибка устано- вок $f_{\text{вых}}, \text{кГц}$
1	517.163	10.33995	3650	353	$-0.67*10^{-5}$	0.340
2	517.263	10.34195	3599	348	$0.38*10^{-5}$	0.191
3	517.363	10.34395	1624	157	$-0.1*10^{-5}$	0.054
4	517.463	10.3454	1914	185	$0.57*10^{-5}$	0.29
5	517.563	10.34794	4015	388	$-0.19*10^{-5}$	0.1
6	517.663	10.34994	207	20	$6.0*10^{-5}$	3.0
7	517.763	10.35194	2412	233	$-0.86*10^{-5}$	-0.430
8	517.863	10.35394	1843	178	$-0.67*10^{-5}$	-0.340
9	517.963	10.35594	511	59	$-0.86*10^{-5}$	-0.431
10	518.063	10.35794	2807	271	$-0.67*10^{-5}$	-0.431
.....						
30	520.063	10.39793	4024	387	$0.29*10^{-5}$	0.15

Таблица 5. Перестройка выходной частоты синтезатора с минимально возможным шагом  $\Delta f$ , ( $N_{\max} = 4096$ )

№№ п/п	$N$	$M$	$K = \frac{N}{M}$	$f_{\text{вых\_жел}}, \text{МГц}$	$\Delta f, \text{кГц}$
1	3650	353	10.33994	517.16243	-
2	517	50	10.339999	517.16532	2.9
3	3588	347	10.340057	517.16829	3.0
4	3071	297	10.340067	517.16879	0.5
5	2554	247	10.340080	517.16944	0.7
6	2037	197	10.340101	517.17049	1.1
7	3557	344	10.340116	517.17124	0.8
8	1520	147	10.340136	517.17224	1.0
9	4043	391	10.340152	517.17304	0.8
10	2523	244	10.340163	517.17359	0.5
11	3526	341	1,340176	517.17424	0.7

Значения кодов  $M$  и  $N$  для каждого значения частоты следует умножить на масштабирующий коэффициент, который определяется как целая часть дроби  $\frac{N_{\max}}{N}$ . При этом

значение частоты не изменится, а выходной сигнал ЦСО, определяемых кодом  $N$ , будет максимально приближен к наибольшему возможному значению.

Сетка выходных частот, соответствующая таблице 4, не отражает в полной мере возможностей перестройки с помощью данного способа, поскольку число возможных значений частоты в заданном диапазоне значительно больше.

Как показывают результаты расчетов, между первым и вторым значениями частоты таблицы 4 могут быть установлены 94 промежуточных значения. В таблице 5 приведены

некоторые из этих промежуточных частот. Здесь  $\Delta f$  - разница между соседними значениями сетки. Максимальный шаг на данном участке равен 3 кГц, минимальный 0.5 кГц.

#### Выводы

Как показывают результаты исследований и экспериментов, предложенный способ перестройки частоты синтезатора с помощью ЦСО позволяет реализовать перестройку выходной частоты в диапазоне 500 МГц с шагом около 1 кГц при частоте сравнения примерно 100 кГц, что эквивалентно делителю с переменным коэффициентом с максимальной рабочей частотой 500 МГц и шагом перестройки 0.01. В то же время обычные схемы ДПКД позволяют реализовать на этой частоте лишь целочисленные изменения коэффициента деления, т.е. либо частота сравнения должна быть выбрана в 100 раз меньше, либо шаг выходной частоты окажется в 100 раз

большим. Таким образом, в этом отношении предложенная схема дает выигрыш в 100 раз по сравнению с лучшими однокольцевыми синтезаторами ДПКД. В зависимости от выбранного способа перестройки указанные возможности могут быть реализованы при разрядности накопительного сумматора соответственно 23, 19 и 12 двоичных разрядов.

К недостаткам предложенного устройства можно отнести небольшой диапазон изменения частоты (около 1%) и возможность появления дополнительных побочных дискретных составляющих из-за специфики работы ЦСО, особенно вблизи целых значений эквивалентного коэффициента деления.

В целом полученные результаты позволяют сделать вывод о больших потенциальных возможностях предложенной схе-

мы по реализации высокого быстродействия при мелком шаге сетки выходных сигналов в системах синхронизации.

#### **СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1. Разработка методов построения и анализ источников колебаний дискретного множества частот. Отчет № 3. Том 2. Инв. № Б864907. – Мн., 1979.
2. Бодряков В.В., Сенюшкин Б.П. и др. Синтезатор с дробно-рациональной аппроксимацией произвольных значений частоты. В сб. Материалы межотраслевых научно-технических конференций, совещаний, семинаров и выставок. Стабилизация частоты. – М., 1978.
3. Frequency synthesis: Techniques and application. Edited by J.Gorsky - Popiel - IEEE PRESS, 1975. – P.174.

*Статья поступила в редакцию 02.07.2007*