

задаче все величины (являющиеся как искомыми, так и входными параметрами), зависящие от времени, представлены в виде его кусочно-непрерывных неубывающих функций.

Необходимо полнее рассмотреть вопрос о существующих методах решения приведенных задач.

Решение задач математического программирования значительно более трудоемко по сравнению с задачами безусловной оптимизации. Однопродуктовые многоэтапные задачи и многопродуктовые, сводимые к обычным моделям линейного программирования, обладают тем важным достоинством, что могут решаться точными методами (симплексным, методом ветвей и границ). Однако однопродуктовые модели имеют весьма ограниченную сферу применения. Что касается многопродуктовых многоэтапных моделей с непрерывными переменными, то обычно даже сравнительно небольшая задача, будучи представлена математически как общая задача линейного программирования, имеет очень большую размерность. Следует также учитывать трудности, связанные с проблемой целочисленности. Получение целочисленных решений многоэтапных задач, как правило, невозможно. Для решения подобных задач используют два подхода. При первом задача сначала приводится к виду общей задачи линейного программирования и решается точным методом, полученное нецелочисленное решение доводится до целочисленного методом, основывающемся на идеях дельта-метода А. Г. Агенбегяна. При втором подходе задача сразу решается приближенным методом. В некоторых динамических задачах с непрерывным временем предлагается использовать метод динамического программирования, что существенно ограничивает размерность задачи.

Заключение

Итак, анализ имеющихся в настоящее время методов оптимизации перспективного развития и размещения производства, применяемых, в частности, в области технической эксплуатации и ремонта автомобилей, показал, что они используют преимущественно аппарат математического программирования. Указанные методы позволяют решать достаточно сложные производственно-транспортные задачи, учитывают их динамический, многопродуктовый, многоэтапный характер, использование непрерывных переменных. Однако решение с их помощью задач с нелинейной целевой функцией требует большого количества исходных данных, связано с громоздкими вычислениями и осуществляется эмпирическими или приближенными способами.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

УДК 624.04(07)

Игнатюк В.И., Тур А.В.

ДЕФОРМИРОВАННЫЙ ВИД ДВУХШАРНИРНЫХ КРУГОВЫХ АРОК, НАГРУЖЕННЫХ РАДИАЛЬНО НАПРАВЛЕННЫМИ РАВНОМЕРНО РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ НАГРУЗКАМИ

Введение. На цилиндрические покрытия, расчет которых может быть сведен к расчету арочных систем, ветровые нагрузки действуют в радиальных направлениях [2]. Поэтому расчет арок на радиально направленные равномерно распределенные нагрузки представляет интерес и актуален. В работе [1] для двухшарнирных арок кругового очертания получены выражения усилий (изгибающих моментов, поперечных и продольных сил) в сечениях при действии указанных нагрузок. Здесь определим деформированный вид таких систем.

Постановка задачи. Рассмотрим круговые арки постоянной жесткости (рис. 1), загруженные статическими радиально направленными равномерно распределенными нагрузками.

1. Дьяченко Г.В. Исследование и разработка методов централизации диагностирования автомобилей. Дис. ... канд. техн. наук. – М.: МАДИ, 1982.
2. Гогайзель А.В., Саед Юсоф. Новая концепция развития и модели автосервисной системы // Автомобильный транспорт: тенденция развития, высокие технологии, менеджмент и маркетинг: Материалы III международной научно-технической конференции – Севастополь: СевГТУ, 1998. – с. 51–58.
3. Савич А.С. Проектирование авторемонтных предприятий. Курсовое и дипломное проектирование: Учеб. пособие. – Мн.: Адукацыя і выхаванне, 2002. – 256 с.
4. Проектирование авторемонтных предприятий / Л. В. Дехтеринский, Л.А. Абелевич и др. – М.: Транспорт, 1981.
5. Фастовцев Г.Ф. Автотехобслуживание. – М.: Машиностроение, 1985. – 256 с.
6. Климов Ю.В. Имитационная модель для оптимизации мощности зоны текущего ремонта автотранспортного предприятия/ БГПА. – Минск, 1996. – 6 с. – Деп. в ВИНТИ 10.12.96 №3611-В96.
7. Кучур С.С. Научные исследования и решение инженерных задач: Учеб. пособие. – Мн.: Адукацыя і выхаванне, 2003. – 416 с.
8. Ляско В.И., Прудовский Б.Д. Оптимизация размещения предприятий технического обслуживания и ремонта подвижного состава. – М.: Транспорт, 1977.
9. Казакевич Д.М. Производственно-транспортные модели в перспективном отраслевом планировании. – М.: Экономика, 1972.
10. Бахтин А.Е. и др. Дискретные задачи производственно-транспортного типа. – Новосибирск: Наука, 1978.
11. Трубин В.А. Задачи размещения и синтеза сетей // Вычислительные методы выбора оптимальных проектных решений. – Киев: Наукова думка, 1977.
12. Уздемир А.П. Динамические целочисленные задачи оптимизации в экономике. – М.: Физматлит, 1995.
13. Бурьян С.Б. Прямой метод решения динамической задачи размещения предприятий отрасли // Автоматика и телемеханика. – 1978. – №8. – с. 52–57.
14. Говорушченко Н.Я, Варфоломеев В.Н. Техническая кибернетика транспорта. – Харьков: ХТАДТУ, 2001 – 271 с.
15. Экономико-математические методы и модели: Учеб. пособие / Н.И. Холод, А.В. Кузнецов и др. – Мн.: БГЭУ, 2000. – 412 с.
16. Экономико-математическое моделирование производственных систем. – М.: Высш. шк., 1991.

Статья поступила в редакцию 03.01.2007

Тур Андрей Викторович, студент строительного факультета БрГТУ.

Беларусь, Брестский государственный технический университет, 224017, г. Брест, ул. Московская 267.

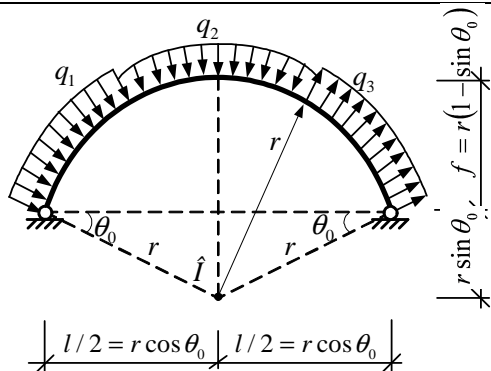


Рис. 1. Расчетная схема

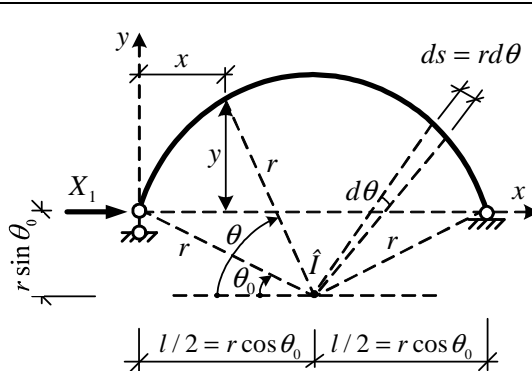


Рис. 2. Основная система метода сил

Деформированный вид арок будет определен, если будут известны перемещения каждой из точек, лежащей на оси арки. Перемещения этих точек будут в общем случае происходить в произвольных направлениях, поэтому для их нахождения (и нахождения соответственно новых координат положения точек) необходимо определить отдельно составляющие этих перемещений на оси x и y – Δ_x и Δ_y . Результирующее значение перемещения и его направление тогда можно будет найти по выражениям:

$$\Delta = \sqrt{(\Delta_x)^2 + (\Delta_y)^2}; \quad \text{tg } \varphi = \frac{\Delta_y}{\Delta_x}. \quad (1)$$

Зависимости здесь удобнее получать в полярной системе координат. За полюс примем точку в центре окружности (O), а в качестве оси, относительно которой будем отсчитывать угол (θ), примем горизонтальную ось, направленную от полюса влево. Соотношение между декартовой (x, y) и полярной (r, θ) системами координат здесь имеет вид

$$\begin{cases} x = r(\cos \theta_0 - \cos \theta); \\ y = r(\sin \theta - \sin \theta_0). \end{cases} \quad (2)$$

Для определения перемещений будем использовать формулу Мора [3]

$$\Delta_{iP}^{верт} = \sum \int \frac{\bar{M}_i M ds}{EJ} + \sum \int \eta \frac{\bar{Q}_i Q ds}{GA} + \sum \int \frac{\bar{N}_i N ds}{EA}, \quad (3)$$

где $\bar{M}_i, \bar{Q}_i, \bar{N}_i$ – выражения усилий (эпюры усилий) в сечениях арки от действия единичной силы, приложенной в направлении (i -ом) искомого перемещения; M, Q, N – усилия в сечении арки от действия внешней нагрузки, вызывающей искомые перемещения; EJ, GA, EA – жесткости сечений арки соответственно на изгиб, сдвиг и растяжение-сжатие; η – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения касательных напряжений по высоте сечений при изгибе.

Зависимости для усилий M, Q, N получены в работе [1] и имеют вид:

$$M = \bar{M}_1 X_1 + M_P; \quad Q = \bar{Q}_1 X_1 + Q_P; \quad N = \bar{N}_1 X_1 + N_P, \quad (4)$$

где $\bar{M}_1, \bar{Q}_1, \bar{N}_1$ – единичные усилия в основной системе метода сил, равные:

$$\bar{M}_1 = -y = -r(\sin \theta - \sin \theta_0); \quad \bar{Q}_1 = -\cos \theta; \quad \bar{N}_1 = -\sin \theta, \quad (5)$$

а M_P, Q_P, N_P – усилия в основной системе метода сил от внешних нагрузок, определяемые выражениями:

$$M_P = R_A r(\cos \theta_0 - \cos \theta) - r^2 \sum_{i=1}^{n_q^{верт}} q_i \left[\sin \theta (\sin \theta_{qi}^к - \sin \theta_{qi}^н) + \cos \theta (\cos \theta_{qi}^к - \cos \theta_{qi}^н) \right] - r^2 q_j \left[\sin \theta (\sin \theta - \sin \theta_{qj}^н) + \cos \theta (\cos \theta - \cos \theta_{qj}^н) \right]; \quad (6)$$

$$Q_P = R_A \sin \theta - \sum_{i=1}^{n_q^{верт}} q_i r \left[\cos \theta (\sin \theta_{qi}^к - \sin \theta_{qi}^н) - \sin \theta (\cos \theta_{qi}^к - \cos \theta_{qi}^н) \right] - q_j r (\sin \theta \cdot \cos \theta_{qj}^н - \cos \theta \cdot \sin \theta_{qj}^н); \quad (7)$$

$$N_P = -R_A \cos \theta - \sum_{i=1}^{n_q^{верт}} q_i r \left[\cos \theta (\cos \theta_{qi}^к - \cos \theta_{qi}^н) + \sin \theta (\sin \theta_{qi}^к - \sin \theta_{qi}^н) \right] - q_j r (1 - \cos \theta \cdot \cos \theta_{qj}^н - \sin \theta \cdot \sin \theta_{qj}^н). \quad (8)$$

Неизвестное метода сил X_1 определяется из расчета системы метода сил [1].

Как известно [3], при определении перемещений в статически неопределимых системах необязательно все усилия в (3) определять в статически неопределимой системе. Одни из этих усилий ($\bar{M}_i, \bar{Q}_i, \bar{N}_i$ или M, Q, N) можно находить в любой статически определимой системе, полученной из заданной отбрасыванием «лишних» связей (в основной системе метода сил), чем мы и воспользуемся для упрощения расчета. Усилия M, Q, N от внешних нагрузок в статически неопределимой системе нам уже известны (4)–(8), поэтому усилия \bar{M}_i, \bar{Q}_i и \bar{N}_i от действия единичных сил, приложенных в направлениях искомых перемещений, будем определять в статически определимой системе. В качестве такой системы примем основную систему метода сил, использованную уже в [1] и представленную на рис. 2.

Определение вертикальных перемещений точек. Получим вначале выражения для вертикальных перемещений точек, лежащих на оси арки. Для этого в принятой статически определимой системе (рис. 2) приложим в точке, для которой будем определять перемещение, единичную вертикальную силу (рис. 3).

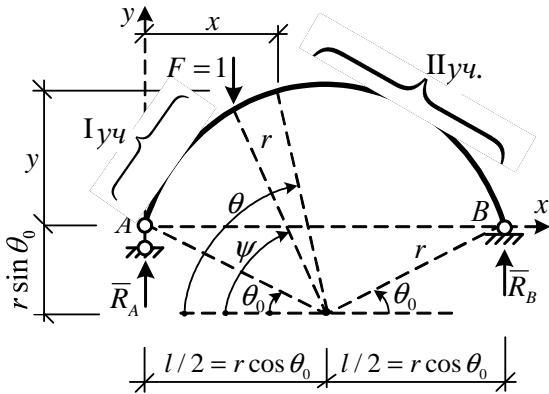


Рис. 3. Единичное состояние для определения вертикального перемещения

Выражения для усилий от действия этой силы будут иметь вид:

а) на участке I (от опоры A до точки приложенной силы $F=1$):

$$\bar{M}_i^I = \bar{R}_A x = \frac{r}{2 \cos \theta_0} (\cos \theta_0 + \cos \psi) (\cos \theta_0 - \cos \theta);$$

$$\bar{Q}_i^I = +\bar{R}_A \sin \theta = \frac{1}{2 \cos \theta_0} (\cos \theta_0 + \cos \psi) \sin \theta; \quad (9)$$

$$\bar{N}_i^I = -\bar{R}_A \cos \theta = -\frac{1}{2 \cos \theta_0} (\cos \theta_0 + \cos \psi) \cos \theta;$$

б) на участке II (от точки приложения силы $F=1$ до опоры B):

$$\bar{M}_i^{II} = \bar{R}_B (l-x) = \frac{r}{2 \cos \theta_0} (\cos \theta_0 - \cos \psi) (\cos \theta_0 + \cos \psi);$$

$$\bar{Q}_i^{II} = -\bar{R}_B \sin \theta = -\frac{1}{2 \cos \theta_0} (\cos \theta_0 - \cos \psi) \sin \theta; \quad (10)$$

$$\bar{N}_i^{II} = -\bar{R}_B \cos \theta = -\frac{1}{2 \cos \theta_0} (\cos \theta_0 - \cos \psi) \cos \theta,$$

где опорные реакции найдены из уравнений равновесия арки:

$$\sum M_A = 0; \quad -\bar{R}_B \cdot 2r \cos \theta_0 + 1 \cdot r (\cos \theta_0 - \cos \psi) = 0; \quad \bar{R}_B = \frac{1}{2 \cos \theta_0} (\cos \theta_0 - \cos \psi); \quad (11)$$

$$\sum M_B = 0; \quad \bar{R}_A \cdot 2r \cos \theta_0 - 1 \cdot r (\cos \theta_0 + \cos \psi) = 0; \quad \bar{R}_A = \frac{1}{2 \cos \theta_0} (\cos \theta_0 + \cos \psi).$$

Подставив выражения усилий от единичной силы (9), (10) и от внешних нагрузок (4)–(8) в формулу (3), выполнив интегрирование по участкам и просуммировав его результаты, получим выражение для определения вертикального перемещения рассматриваемой точки (сечения), которое представим в виде:

$$\Delta_y = (\Delta_{yX_1}^{(M)} + \Delta_{yX_1}^{(Q)} + \Delta_{yX_1}^{(N)}) \cdot X_1 + \Delta_{yP}^{(M)} + \Delta_{yP}^{(Q)} + \Delta_{yP}^{(N)}, \quad (12)$$

где $\Delta_{yX_1}^{(M)}, \Delta_{yX_1}^{(Q)}, \Delta_{yX_1}^{(N)}$ – перемещения искомой точки в вертикальном направлении (по оси y) в основной системе метода сил от действия единичного значения неизвестного метода сил, определяемые выражениями:

$$\Delta_{yX_1}^{(M)} = \frac{r^3}{EJ} \left\{ \sin \theta_0 \left[\left(\frac{\pi}{2} - \theta_0 \right) \cos \theta_0 - \sin \psi - \left(\frac{\pi}{2} - \psi \right) \cos \psi + 1,5 \sin \theta_0 \right] - \frac{1}{2} \sin^2 \psi \right\}; \quad (13)$$

$$\Delta_{yX_1}^{(Q)} = \eta \frac{r}{GA} \frac{1}{2} (\sin^2 \theta_0 - \sin^2 \psi); \quad \Delta_{yX_1}^{(N)} = -\frac{r}{EA} \frac{1}{2} (\sin^2 \theta_0 - \sin^2 \psi); \quad (14)$$

$\Delta_{yP}^{(M)}, \Delta_{yP}^{(Q)}, \Delta_{yP}^{(N)}$ – перемещения рассматриваемой точки в вертикальном направлении (по оси y) в основной системе метода сил от действия внешних нагрузок, определяемые выражениями:

$$\begin{aligned}
 \Delta_{yP}^{(M)} = & \frac{r^3}{EJ} \frac{R_A}{2 \cos \theta_0} (\cos \theta_0 + \cos \psi) \left[\left(\frac{\pi}{2} - \theta_0 \right) (1 + 2 \cos^2 \theta_0) - \cos \theta_0 \sin \theta_0 \right] - \\
 & - \frac{r^4}{EJ} \frac{1}{2 \cos \theta_0} (\cos \theta_0 + \cos \psi) \sum_{i=1}^{n_q} q_i \left\{ (\theta_{qi}^\kappa - \theta_{qi}^H) \left(\cos \theta_0 + \frac{1}{2} \cos \theta_{qi}^H \right) + (\cos \theta_{qi}^\kappa - \right. \\
 & - \cos \theta_{qi}^H) \left[\frac{3}{4} \sin 2\theta_0 - \frac{1}{2} (\pi - \theta_0 - \theta_{qi}^\kappa) + \frac{1}{4} \sin 2\theta_{qi}^\kappa \right] + (\sin \theta_{qi}^\kappa - \sin \theta_{qi}^H) (0,5 \sin^2 \theta_{qi}^\kappa - \\
 & - 1,5 \sin^2 \theta_0) + \frac{1}{2} (\sin^2 \theta_{qi}^\kappa - \sin^2 \theta_{qi}^H) \sin \theta_{qi}^H + \frac{1}{4} \cos \theta_{qi}^H (\sin 2\theta_{qi}^\kappa - \sin 2\theta_{qi}^H) \left. \right\} + \\
 & + \frac{r^3}{EJ} R_A \left[(\sin \theta_0 - \sin \psi) (\cos \theta_0 + \cos \psi) - (\pi - \theta_0 - \psi) \left(\frac{1}{2} + \cos \theta_0 \cos \psi \right) - \right. \\
 & - \frac{1}{4} (\sin 2\theta_0 + \sin 2\psi) \left. \right] - \frac{r^4}{EJ} \sum_{i=1}^{n_{q_{i1}}} q_{i1} \left\{ (\sin \theta_{q_{i1}}^\kappa - \sin \theta_{q_{i1}}^H) \left(\frac{1}{2} \sin^2 \theta_0 + \frac{1}{2} \sin^2 \psi - \cos \psi \cos \theta_0 - 1 \right) + \right. \\
 & + (\cos \theta_{q_{i1}}^\kappa - \cos \theta_{q_{i1}}^H) \left[\frac{1}{2} (\pi - \theta_0 - \psi) - \frac{1}{4} (\sin 2\theta_0 + \sin 2\psi) - \cos \psi (\sin \theta_0 - \sin \psi) \right] \left. \right\} + \\
 & + \frac{r^4}{EJ} q_j \left\{ (\theta_{q_j}^\kappa - \psi) \cos \psi + \cos \psi \sin \theta_{q_j}^H (\cos \theta_{q_j}^\kappa - \cos \psi) - \right. \\
 & - (\cos \psi \cos \theta_{q_j}^H + 1) (\sin \theta_{q_j}^\kappa - \sin \psi) + \frac{1}{2} \sin \theta_{q_j}^H (\sin^2 \theta_{q_j}^\kappa - \sin^2 \psi) + \\
 & + \frac{1}{2} \cos \theta_{q_j}^H \left[(\theta_{q_j}^\kappa - \psi) + \frac{1}{2} (\sin 2\theta_{q_j}^\kappa - \sin 2\psi) \right] + \\
 & + \left\{ (\sin \theta_{q_j}^\kappa - \sin \theta_{q_j}^H) \left[\cos \psi (\cos \theta_0 + \cos \theta_{q_j}^\kappa) - \frac{1}{2} (\sin^2 \theta_0 - \sin^2 \theta_{q_j}^\kappa) \right] + \right. \\
 & + (\cos \theta_{q_j}^\kappa - \cos \theta_{q_j}^H) \left[\cos \psi (\sin \theta_0 - \sin \theta_{q_j}^\kappa) - \frac{1}{2} (\pi - \theta_0 - \theta_{q_j}^\kappa) + \frac{1}{4} (\sin 2\theta_0 - \sin 2\theta_{q_j}^\kappa) \right] \left. \right\} + \\
 & + \frac{r^4}{EJ} \sum_{k=1}^{n_{q_{kp}}} q_k \left\{ \cos \psi (\theta_{q_k}^\kappa - \theta_{q_k}^H) + \cos \psi \sin \theta_{q_k}^H (\cos \theta_{q_k}^\kappa - \cos \theta_{q_k}^H) - (\cos \psi \cos \theta_{q_k}^H + 1) (\sin \theta_{q_k}^\kappa - \right. \\
 & - \sin \theta_{q_k}^H) + \frac{1}{2} \sin \theta_{q_k}^H (\sin^2 \theta_{q_k}^\kappa - \sin^2 \theta_{q_k}^H) + \frac{1}{2} \cos \theta_{q_k}^H \left[(\theta_{q_k}^\kappa - \theta_{q_k}^H) + \frac{1}{2} (\sin 2\theta_{q_k}^\kappa - \sin 2\theta_{q_k}^H) \right] + \\
 & + (\sin \theta_{q_k}^\kappa - \sin \theta_{q_k}^H) \left[\cos \psi (\cos \theta_0 + \cos \theta_{q_k}^\kappa) - \frac{1}{2} (\sin^2 \theta_0 - \sin^2 \theta_{q_k}^\kappa) \right] + \\
 & + (\cos \theta_{q_k}^\kappa - \cos \theta_{q_k}^H) \left[\cos \psi (\sin \theta_0 - \sin \theta_{q_k}^\kappa) - \frac{1}{2} (\pi - \theta_0 - \theta_{q_k}^\kappa) + \frac{1}{4} (\sin 2\theta_0 - \sin 2\theta_{q_k}^\kappa) \right] \left. \right\}; \quad (15)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta_{yP}^{(Q)} = & \eta \frac{r}{GA} \frac{1}{2 \cos \theta_0} (\cos \theta_0 + \cos \psi) \left\{ R_A \left(\frac{\pi}{2} - \theta_0 + \frac{1}{2} \sin 2\theta_0 \right) - \right. \\
 & r \sum_{i=1}^{n_q} q_i \left[\frac{1}{2} \cos \theta_{qi}^H (\theta_{qi}^\kappa - \theta_{qi}^H) - \frac{1}{4} \cos \theta_{qi}^H (\sin 2\theta_{qi}^\kappa - \sin 2\theta_{qi}^H) - \frac{1}{2} (\sin^2 \theta_{qi}^\kappa - \right. \\
 & - \sin^2 \theta_{qi}^H) \sin \theta_{qi}^H + \frac{1}{2} (\sin \theta_{qi}^\kappa - \sin \theta_{qi}^H) (\sin^2 \theta_0 - \sin^2 \theta_{qi}^\kappa) - - (\cos \theta_{qi}^\kappa - \cos \theta_{qi}^H) - \\
 & \left. \left. (\cos \theta_{qi}^\kappa - \cos \theta_{qi}^H) - \frac{1}{2} (\pi - \theta_0 - \theta_{qi}^\kappa) - \frac{1}{4} (\cos \theta_{qi}^\kappa - \cos \theta_{qi}^H) (\sin 2\theta_0 + \sin 2\theta_{qi}^\kappa) \right] \right\} -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\eta \frac{r}{GA} R_A \left[\frac{1}{2} (\pi - \theta_0 - \psi) + \frac{1}{4} (\sin 2\theta_0 + \sin 2\psi) \right] + \eta \frac{r^2}{GA} \sum_{i1=1}^{n_q^{se}} q_{i1} \left\{ \frac{1}{2} (\sin \theta_{qi1}^\kappa - \right. \\
 & \left. - \sin \theta_{qi1}^h) (\sin^2 \theta_0 - \sin^2 \psi) - \frac{1}{2} (\cos \theta_{qi1}^\kappa - \cos \theta_{qi1}^h) \left[(\pi - \theta_0 - \psi) + \frac{1}{2} (\sin 2\theta_0 + \sin 2\psi) \right] \right\} + \\
 & + \eta \frac{r^2}{GA} q_j \left\{ \frac{1}{2} \cos \theta_{qj}^h \left[(\theta_{qj}^\kappa - \psi) - \frac{1}{2} (\sin 2\theta_{qj}^\kappa - \sin 2\psi) - \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{1}{2} \sin \theta_{qj}^h (\sin^2 \theta_{qj}^\kappa - \sin^2 \psi) + \frac{1}{2} (\sin \theta_{qj}^\kappa - \sin \theta_{qj}^h) (\sin^2 \theta_0 - \sin^2 \theta_{qj}^\kappa) - \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{1}{2} (\cos \theta_{qj}^\kappa - \cos \theta_{qj}^h) \left[(\pi - \theta_0 - \theta_{qj}^\kappa) + \frac{1}{2} (\sin 2\theta_0 + \sin 2\theta_{qj}^\kappa) \right] \right\} + \\
 & + \eta \frac{r^2}{GA} \sum_{k=1}^{n_q^{np}} q_k \left\{ \frac{1}{2} \cos \theta_{qk}^h \left[(\theta_{qk}^\kappa - \theta_{qk}^h) - \frac{1}{2} (\sin 2\theta_{qk}^\kappa - \sin 2\theta_{qk}^h) \right] - \right. \\
 & \left. - \frac{1}{2} \sin \theta_{qk}^h (\sin^2 \theta_{qk}^\kappa - \sin^2 \theta_{qk}^h) + \frac{1}{2} (\sin \theta_{qk}^\kappa - \sin \theta_{qk}^h) (\sin^2 \theta_0 - \sin^2 \theta_{qk}^\kappa) - \right. \\
 & \left. - (\cos \theta_{qk}^\kappa - \cos \theta_{qk}^h) \left[\frac{1}{2} (\pi - \theta_0 - \theta_{qk}^\kappa) + \frac{1}{4} (\sin 2\theta_0 + \sin 2\theta_{qk}^\kappa) \right] \right\}; \tag{16}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta_y^{(N)} = & \frac{r}{EA} \frac{1}{2 \cos \theta_0} (\cos \theta_0 + \cos \psi) \left\{ R_A^P \left[\left(\frac{\pi}{2} - \theta_0 \right) - \frac{1}{2} \sin 2\theta_0 \right] + r \sum_{i=1}^{n_q} q_i \left[(\sin \theta_{qi}^\kappa - \sin \theta_{qi}^h) - \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{1}{2} \cos \theta_{qi}^h (\theta_{qi}^\kappa - \theta_{qi}^h) - \frac{1}{4} \cos \theta_{qi}^h (\sin 2\theta_{qi}^\kappa - \sin 2\theta_{qi}^h) - \frac{1}{2} \sin \theta_{qi}^h (\sin^2 \theta_{qi}^\kappa - \sin^2 \theta_{qi}^h) + \frac{1}{2} (\cos \theta_{qi}^\kappa - \right. \right. \\
 & \left. \left. - \cos \theta_{qi}^h) (\pi - \theta_0 - \theta_{qi}^\kappa) - \frac{1}{4} (\cos \theta_{qi}^\kappa - \cos \theta_{qi}^h) (\sin 2\theta_0 + \sin 2\theta_{qi}^\kappa) + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{1}{2} (\sin \theta_{qi}^\kappa - \sin \theta_{qi}^h) (\sin^2 \theta_0 - \sin^2 \theta_{qi}^\kappa) \right] \right\} - \frac{r}{EA} R_A \frac{1}{2} \left[(\pi - \theta_0 - \psi) - \frac{1}{2} (\sin 2\theta_0 + \sin 2\psi) \right] - \\
 & - \frac{r^2}{EA} \sum_{i1=1}^{n_q^{se}} q_{i1} \left\{ \frac{1}{2} (\cos \theta_{qi1}^\kappa - \cos \theta_{qi1}^h) \left[(\pi - \theta_0 - \psi) - \frac{1}{2} (\sin 2\theta_0 + \sin 2\psi) \right] + \right. \\
 & + \frac{1}{2} (\sin \theta_{qi1}^\kappa - \sin \theta_{qi1}^h) (\sin^2 \theta_0 - \sin^2 \psi) - \frac{r^2}{EA} q_j \left\{ (\sin \theta_{qj}^\kappa - \sin \psi) - \frac{1}{2} \cos \theta_{qj}^h \left[(\theta_{qj}^\kappa - \psi) + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{1}{2} (\sin 2\theta_{qj}^\kappa - \sin 2\psi) \right] - \frac{1}{2} \sin \theta_{qj}^h (\sin^2 \theta_{qj}^\kappa - \sin^2 \psi) + \frac{1}{2} (\cos \theta_{qj}^\kappa - \cos \theta_{qj}^h) \left[(\pi - \theta_0 - \theta_{qj}^\kappa) - \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{1}{2} (\sin 2\theta_0 + \sin 2\theta_{qj}^\kappa) + \frac{1}{2} (\sin \theta_{qj}^\kappa - \sin \theta_{qj}^h) (\sin^2 \theta_0 - \sin^2 \theta_{qj}^\kappa) \right\} - \right. \\
 & \left. - \frac{r^2}{EA} \sum_{k=1}^{n_q^{np}} q_k \left\{ (\sin \theta_{qk}^\kappa - \sin \theta_{qk}^h) - \frac{1}{2} \cos \theta_{qk}^h \left[(\theta_{qk}^\kappa - \theta_{qk}^h) + \frac{1}{2} (\sin 2\theta_{qk}^\kappa - \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. - \sin 2\theta_{qk}^h) \right] - \frac{1}{2} \sin \theta_{qk}^h (\sin^2 \theta_{qk}^\kappa - \sin^2 \theta_{qk}^h) + \frac{1}{2} (\cos \theta_{qk}^\kappa - \cos \theta_{qk}^h) \left[(\pi - \theta_0 - \theta_{qk}^\kappa) - \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{1}{2} (\sin 2\theta_0 + \sin 2\theta_{qk}^\kappa) \right] + \frac{1}{2} (\sin \theta_{qk}^\kappa - \sin \theta_{qk}^h) (\sin^2 \theta_0 - \sin^2 \theta_{qk}^\kappa) \right\}, \tag{17}
 \end{aligned}$$

$$\text{где } R_A = \frac{r}{2 \cos \theta_0} \sum_{i=1}^{n_q} \left\{ q_i \left[(\sin \theta_{qi}^\kappa - \sin \theta_{qi}^h) \sin \theta_0 - (\cos \theta_{qi}^\kappa - \cos \theta_{qi}^h) \cos \theta_0 \right] \right\}. \tag{18}$$

Равномерно распределенные нагрузки q_i в выражениях (15) – (17) в зависимости от положения относительно сечения, для которого ищется перемещение, разделены на три группы: q_{i1} – нагрузки, расположенные полностью слева от этого сечения; q_j – нагрузки, на участке действия которых проходит рассматриваемое сечение (1); q_k – нагрузки, расположенные справа от этого сечения (от точки приложения единичной силы). Если каких-то из этих нагрузок нет, то в выражениях (15) – (17) будет отсутствовать и соответствующее слагаемое.

Определение горизонтальных перемещений точек (сечений). Вначале получим зависимости изменения усилий от действия единичной силы, приложенной в точке (сечении), для которой ищется перемещение, в горизонтальном направлении (рис. 4):

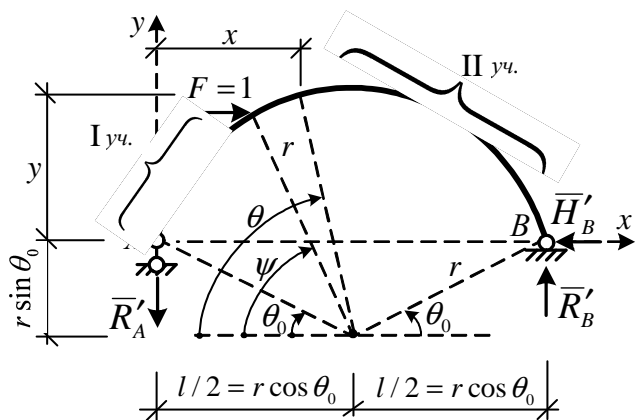


Рис. 4. Единичное состояние для определения горизонтального перемещения

а) на участке I (от опоры A до точки приложенной силы $F=1$):

$$\bar{M}_i^I = -\bar{R}'_A x = -\frac{r}{2 \cos \theta_0} (\sin \psi - \sin \theta_0) (\cos \theta_0 - \cos \theta);$$

$$\bar{Q}_i^I = -\bar{R}'_A \sin \theta = -\frac{1}{2 \cos \theta_0} (\sin \theta_0 + \sin \psi) \sin \theta; \quad (19)$$

$$\bar{N}_i^I = \bar{R}'_A \cos \theta = \frac{1}{2 \cos \theta_0} (\sin \theta_0 + \sin \psi) \cos \theta;$$

б) на участке II (от точки приложенной силы $F=1$ до опоры B):

$$\bar{M}_i^{II} = \bar{R}'_B (l-x) - H'_B \cdot y = \frac{r}{2 \cos \theta_0} [(\cos \theta_0 + \sin \psi) \cos \theta_0 + (\sin \psi - \sin \theta_0) \cos \theta - \sin 2\theta_0];$$

$$\bar{Q}_i^{II} = -\bar{R}'_A \sin \theta - 1 \cdot \cos \theta = -\frac{1}{2 \cos \theta_0} (\sin \psi - \sin \theta_0) \sin \theta - \cos \theta; \quad (20)$$

$$\bar{N}_i^{II} = \bar{R}'_A \cos \theta - 1 \cdot \sin \theta = -\frac{1}{2 \cos \theta_0} (\sin \psi - \sin \theta_0) \cos \theta - \sin \theta,$$

где опорные реакции, найденные из уравнений равновесия арки, равны:

$$\bar{R}'_A = \frac{1}{2 \cos \theta_0} (\sin \psi - \sin \theta_0); \quad \bar{R}'_B = \frac{1}{2 \cos \theta_0} (\sin \psi - \sin \theta_0); \quad \bar{H}'_B = 1. \quad (21)$$

Подставив выражения (19), (20) и (6)–(8) в формулу Мора (3) и выполнив интегрирование и суммирование зависимостей по всем участкам, получим для определения горизонтальных перемещений точек (сечений) арки выражение:

$$\Delta_x = (\Delta_{xx_1}^{(M)} + \Delta_{xx_1}^{(Q)} + \Delta_{xx_1}^{(N)}) \cdot X_1 + \Delta_{xP}^{(M)} + \Delta_{xP}^{(Q)} + \Delta_{xP}^{(N)}, \quad (22)$$

где $\Delta_{xx_1}^{(M)}$, $\Delta_{xx_1}^{(Q)}$, $\Delta_{xx_1}^{(N)}$ – перемещения рассматриваемой точки сечения в горизонтальном направлении (по оси x) в основной системе метода сил от действия единичного значения неизвестного метода сил, определяемые выражениями:

$$\Delta_{xx_1}^{(M)} = \frac{r^3}{EJ} \left[\left(\frac{\pi}{2} - \theta_0 \right) (\sin \theta_0 - \sin \psi) \sin \theta_0 + (\pi - \theta_0 - \psi) (\sin \theta_0 \sin \psi + 0,5) - 0,25 \sin 2\psi - \sin \theta_0 (1,5 \cos \theta_0 + \cos \psi) \right]; \quad (23)$$

$$\Delta_{xx_1}^{(Q)} = \eta \frac{r}{GA} \left[\frac{1}{2} (\pi - \theta_0 - \psi) - \frac{1}{4} (\sin 2\theta_0 + \sin 2\psi) \right]; \quad (24)$$

$$\Delta_{xx_1}^{(N)} = \frac{r}{EA} \left[\frac{1}{2} (\pi - \theta_0 - \psi) + \frac{1}{4} (\sin 2\theta_0 + \sin 2\psi) \right]; \quad (25)$$

$\Delta_{xP}^{(M)}$, $\Delta_{xP}^{(Q)}$, $\Delta_{xP}^{(N)}$ – перемещения рассматриваемой точки в горизонтальном направлении (по оси y) в основной системе метода сил от действия внешних нагрузок, определяемые выражениями:

$$\begin{aligned}
 \Delta_{xP}^{(M)} = & \frac{r^3}{EJ} \frac{1}{2 \cos \theta_0} (\sin \psi - \sin \theta_0) R_A \left[0,5 \sin 2\theta_0 - \left(\frac{\pi}{2} - \theta_0 \right) (1 + 2 \cos^2 \theta_0) \right] + \\
 & + \frac{r^4}{EJ} \frac{1}{2 \cos \theta_0} (\sin \psi - \sin \theta_0) \sum_{i=1}^{n_q} q_i \left\{ (\sin \theta_{qi}^{\kappa} - \sin \theta_{qi}^{\mu}) \left[\frac{1}{2} \sin^2 \theta_{qi}^{\kappa} - 1,5 \sin^2 \theta_0 + \right. \right. \\
 & + \cos \theta_0 (\cos \theta_{qi}^{\kappa} - \cos \theta_{qi}^{\mu}) \left. \right] + \cos \theta_0 (\cos \theta_{qi}^{\kappa} - \cos \theta_{qi}^{\mu}) \left[\sin \theta_0 - (\sin \theta_{qi}^{\kappa} - \sin \theta_{qi}^{\mu}) \right] - \\
 & - \frac{1}{2} (\cos \theta_{qi}^{\kappa} - \cos \theta_{qi}^{\mu}) \left[(\pi - \theta_0 - \theta_{qi}^{\kappa}) - \frac{1}{2} (\sin 2\theta_0 + \sin 2\theta_{qi}^{\kappa}) \right] + (\theta_{qi}^{\kappa} - \theta_{qi}^{\mu}) (\cos \theta_0 + \\
 & + 0,5 \cos \theta_{qi}^{\mu}) + \frac{1}{2} \sin \theta_{qi}^{\mu} (\sin^2 \theta_{qi}^{\kappa} - \sin^2 \theta_{qi}^{\mu}) + \frac{1}{4} \cos \theta_{qi}^{\mu} (\sin 2\theta_{qi}^{\kappa} - \sin 2\theta_{qi}^{\mu}) \left. \right\} + \\
 & + \frac{r^3}{EJ} R_A \left\{ \cos \theta_0 [(\pi - \theta_0 - \psi) \sin \psi - \cos \psi] - \sin \psi \sin \theta_0 + \frac{1}{2} \sin^2 \psi + 1,5 \sin^2 \theta_0 - 1 \right\} + \\
 & + \frac{r^4}{EJ} \sum_{i=1}^{n_{q_{i1}}} q_{i1} \left\{ (\sin \theta_{q_{i1}}^{\kappa} - \sin \theta_{q_{i1}}^{\mu}) \left[\frac{1}{2} (\pi - \theta_0 - \psi) + 0,25 \sin 2\theta_0 - \sin \psi \cos \theta_0 - \right. \right. \\
 & - 0,25 \sin 2\psi \left. \right] + (\cos \theta_{q_{i1}}^{\kappa} - \cos \theta_{q_{i1}}^{\mu}) \left[\frac{1}{2} (\sin^2 \theta_0 + \sin^2 \psi) - \sin \psi \sin \theta_0 \right] + \\
 & + \frac{r^4}{EJ} q_j \left\{ \left(1 + \sin \psi \sin \theta_{q_j}^{\mu} \right) (\cos \psi - \cos \theta_{q_j}^{\kappa}) - (\theta_{q_j}^{\kappa} - \psi) \left(\sin \psi + \frac{1}{2} \sin \theta_{q_j}^{\mu} \right) + \right. \\
 & + \frac{1}{4} \sin \theta_{q_j}^{\mu} (\sin 2\theta_{q_j}^{\kappa} - \sin 2\psi) - \frac{1}{2} \cos \theta_{q_j}^{\mu} (\sin^2 \theta_{q_j}^{\kappa} - \sin^2 \psi) + \\
 & + \sin \psi \cos \theta_{q_j}^{\mu} (\sin \theta_{q_j}^{\kappa} - \sin \psi) + (\sin \theta_{q_j}^{\kappa} - \sin \theta_{q_j}^{\mu}) \left[\frac{1}{2} (\pi - \theta_0 - \theta_{q_j}^{\kappa}) + \frac{1}{4} (\sin 2\theta_0 + \sin 2\theta_{q_j}^{\kappa}) - \right. \\
 & \left. \left. - \sin \psi (\cos \theta_0 + \cos \theta_{q_j}^{\kappa}) \right] + (\cos \theta_{q_j}^{\kappa} - \cos \theta_{q_j}^{\mu}) \left[\frac{1}{2} (\sin^2 \theta_0 - \sin^2 \theta_{q_j}^{\kappa}) - \sin \psi (\sin \theta_0 - \sin \theta_{q_j}^{\kappa}) \right] \right\} + \\
 & + \frac{r^4}{EJ} \sum_{k=1}^{n_{q_k}^{pp}} q_k \left\{ (\sin \theta_{q_k}^{\kappa} - \sin \theta_{q_k}^{\mu}) \left[\frac{1}{2} (\pi - \theta_0 - \theta_{q_k}^{\kappa}) + \frac{1}{4} (\sin 2\theta_0 + \sin 2\theta_{q_k}^{\kappa}) - \sin \psi (\cos \theta_0 + \right. \right. \\
 & + \cos \theta_{q_k}^{\kappa} - \cos \theta_{q_k}^{\mu}) \left. \right] + (\cos \theta_{q_k}^{\kappa} - \cos \theta_{q_k}^{\mu}) \left[\frac{1}{2} (\sin^2 \theta_0 - \sin^2 \theta_{q_k}^{\kappa}) + (\sin \theta_{q_k}^{\kappa} - \sin \theta_{q_k}^{\mu} - \right. \\
 & \left. - \sin \theta_0) \sin \psi - 1 \right] - (\theta_{q_k}^{\kappa} - \theta_{q_k}^{\mu}) \left(\frac{1}{2} \sin \theta_{q_k}^{\mu} + \sin \psi \right) + \frac{1}{4} \sin \theta_{q_k}^{\mu} (\sin 2\theta_{q_k}^{\kappa} - \\
 & \left. - \sin 2\theta_{q_k}^{\mu}) - \frac{1}{2} \cos \theta_{q_k}^{\mu} (\sin^2 \theta_{q_k}^{\kappa} - \sin^2 \theta_{q_k}^{\mu}) \right\}; \tag{26}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta_{xP}^{(Q)} = & \eta \frac{r^3}{GA} \frac{1}{2 \cos \theta_0} (\sin \psi - \sin \theta_0) \left\{ -R_A \left[\left(\frac{\pi}{2} - \theta_0 \right) + \frac{1}{2} \sin 2\theta_0 \right] + \right. \\
 & + \sum_{i=1}^{n_q} q_i \left[\frac{1}{2} (\sin \theta_{qi}^{\kappa} - \sin \theta_{qi}^{\mu}) (\sin^2 \theta_0 - \sin^2 \theta_{qi}^{\kappa}) - \frac{1}{2} (\cos \theta_{qi}^{\kappa} - \cos \theta_{qi}^{\mu}) (\pi - \right. \\
 & - \theta_0 - \theta_{qi}^{\kappa} + 0,5 \sin 2\theta_0 + 0,5 \sin 2\theta_{qi}^{\kappa}) + \frac{1}{2} \cos \theta_{qi}^{\mu} (\theta_{qi}^{\kappa} - \theta_{qi}^{\mu} - 0,5 \sin 2\theta_{qi}^{\kappa} + \\
 & \left. \left. + 0,5 \sin 2\theta_{qi}^{\mu}) - \frac{1}{2} \sin \theta_{qi}^{\mu} (\sin^2 \theta_{qi}^{\kappa} - \sin^2 \theta_{qi}^{\mu}) \right] \right\} + \eta \frac{r}{GA} \frac{1}{2} R_A (\sin^2 \psi - \sin^2 \theta_0) +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \eta \frac{r^2}{GA} \sum_{i1=1}^{n_q^{se}} q_{i1} \left\{ \frac{1}{2} (\cos \theta_{q_{i1}}^\kappa - \cos \theta_{q_{i1}}^h) (\sin^2 \psi - \sin^2 \theta_0) + \frac{1}{2} (\sin \theta_{q_{i1}}^\kappa - \right. \\
 & \quad \left. - \sin \theta_{q_{i1}}^h) \left[(\pi - \theta_0 - \psi) - \frac{1}{2} (\sin 2\theta_0 + \sin 2\psi) \right] \right\} + \\
 & + \eta \frac{r^2}{GA} q_j \left\{ \frac{1}{2} \cos \theta_{q_j}^h (\sin^2 \theta_{q_j}^\kappa - \sin^2 \psi) - \frac{1}{2} \sin \theta_{q_j}^h \left[(\theta_{q_j}^\kappa - \psi) + \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \frac{1}{2} (\sin 2\theta_{q_j}^\kappa - \sin 2\psi) \right] + \frac{1}{2} (\sin \theta_{q_j}^\kappa - \sin \theta_{q_j}^h) \left[(\pi - \theta_0 - \theta_{q_j}^\kappa) - \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - \frac{1}{2} (\sin 2\theta_0 + \sin 2\theta_{q_j}^\kappa) \right] - \frac{1}{2} (\cos \theta_{q_j}^\kappa - \cos \theta_{q_j}^h) (\sin^2 \theta_0 - \sin^2 \theta_{q_j}^\kappa) \right\} + \\
 & + \eta \frac{r^2}{GA} \sum_{k=1}^{n_q^{np}} q_k \left\{ \frac{1}{2} \cos \theta_{q_k}^h (\sin^2 \theta_{q_k}^\kappa - \sin^2 \theta_{q_k}^h) - \frac{1}{2} \sin \theta_{q_k}^h \left[(\theta_{q_k}^\kappa - \theta_{q_k}^h) + \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \frac{1}{2} (\sin 2\theta_{q_k}^\kappa - \sin 2\theta_{q_k}^h) \right] + \frac{1}{2} (\sin \theta_{q_k}^\kappa - \sin \theta_{q_k}^h) \left[(\pi - \theta_0 - \theta_{q_k}^\kappa) - \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - \frac{1}{2} (\sin 2\theta_{q_k}^\kappa + \sin 2\theta_{q_k}^h) \right] - \frac{1}{2} (\cos \theta_{q_k}^\kappa - \cos \theta_{q_k}^h) (\sin^2 \theta_0 - \sin^2 \theta_{q_k}^\kappa) \right\}; \tag{27}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta_{xP}^{(N)} & = \frac{r}{EA} \frac{1}{2 \cos \theta_0} (\sin \psi - \sin \theta_0) \left\{ R_A \left[\frac{1}{2} \sin 2\theta_0 - \left(\frac{\pi}{2} - \theta_0 \right) \right] + \right. \\
 & + r \sum_{i=1}^{n_q} q_i \left[\frac{1}{2} (\cos \theta_{q_i}^\kappa - \cos \theta_{q_i}^h) (0,5 \sin 2\theta_0 + 0,5 \sin 2\theta_{q_i}^\kappa - \pi + \theta_0 + \theta_{q_i}^\kappa) - \right. \\
 & \quad \left. - \frac{1}{2} (\sin \theta_{q_i}^\kappa - \sin \theta_{q_i}^h) (2 + \sin^2 \theta_0 - \sin^2 \theta_{q_i}^\kappa) + \frac{1}{2} \cos \theta_{q_i}^h (\theta_{q_i}^\kappa - \theta_{q_i}^h + 0,5 \cos 2\theta_{q_i}^\kappa - \right. \\
 & \quad \left. - 0,5 \cos 2\theta_{q_i}^h) + \frac{1}{2} \sin \theta_{q_i}^h (\sin^2 \theta_{q_i}^\kappa - \sin^2 \theta_{q_i}^h) \right] \left. \right\} + \frac{r}{EA} \frac{1}{2} R_A (\sin^2 \theta_0 - \sin^2 \psi) + \\
 & + \frac{r^2}{EA} \sum_{i1=1}^{n_q^{se}} q_{i1} \left\{ \frac{1}{2} (\cos \theta_{q_{i1}}^\kappa - \cos \theta_{q_{i1}}^h) (\sin^2 \theta_0 - \sin^2 \psi) + \frac{1}{2} (\sin \theta_{q_{i1}}^\kappa - \right. \\
 & \quad \left. - \sin \theta_{q_{i1}}^h) \left[(\pi - \theta_0 - \psi) + \frac{1}{2} (\sin 2\theta_0 + \sin 2\psi) \right] \right\} + \\
 & + \frac{r^2}{EA} q_j \left\{ (\cos \psi - \cos \theta_{q_j}^\kappa) - \frac{1}{2} \cos \theta_{q_j}^h (\sin^2 \theta_{q_j}^\kappa - \sin^2 \psi) - \frac{1}{2} \left[(\theta_{q_j}^\kappa - \psi) - \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - \frac{1}{2} (\sin 2\theta_{q_j}^\kappa - \sin 2\psi) \right] + \frac{1}{2} (\cos \theta_{q_j}^\kappa - \cos \theta_{q_j}^h) (\sin^2 \theta_0 - \sin^2 \theta_{q_j}^\kappa) + \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{2} (\sin \theta_{q_j}^\kappa - \sin \theta_{q_j}^h) \left[(\pi - \theta_0 - \theta_{q_j}^\kappa) + \frac{1}{2} (\sin 2\theta_0 + \sin 2\theta_{q_j}^\kappa) \right] \right\} + \\
 & + \frac{r^2}{EA} \sum_{k=1}^{n_q^{np}} q_k \left\{ -\frac{1}{2} \cos \theta_{q_k}^h (\sin^2 \theta_{q_k}^\kappa - \sin^2 \theta_{q_k}^h) - \frac{1}{2} \sin \theta_{q_k}^h \left[(\theta_{q_k}^\kappa - \theta_{q_k}^h) - \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - \frac{1}{2} (\sin 2\theta_{q_k}^\kappa - \sin 2\theta_{q_k}^h) \right] + (\cos \theta_{q_k}^\kappa - \cos \theta_{q_k}^h) \left[\frac{1}{2} (\sin^2 \theta_0 - \sin^2 \theta_{q_k}^\kappa) - 1 \right] + \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{2} (\sin \theta_{q_k}^\kappa - \sin \theta_{q_k}^h) \left[(\pi - \theta_0 - \theta_{q_k}^\kappa) + \frac{1}{2} (\sin 2\theta_0 + \sin 2\theta_{q_k}^\kappa) \right] \right\}. \tag{28}
 \end{aligned}$$

Здесь в выражениях (26)–(28) равномерно-распределенные нагрузки q_i , как и при определении вертикальных перемещений, в зависимости от положения относительно точки (сечения), для которой ищется перемещение, разделены на три группы: q_{i1} – нагрузки, расположенные полностью слева от этой точки (сечения); q_j – нагрузки, на участке действия которых располагается указанное сечение; q_k – нагрузки, расположенные справа от точки приложения единичной силы. Если какие-то из этих нагрузок отсутствуют, то в выражениях (26)–(28) будут отсутствовать и соответствующие слагаемые.

Полное перемещение и его направление определяются зависимостями (1).

Структура выражений (12) и (22) позволяет учитывать все виды деформаций, возникающих в арочной системе, получая вклад каждой из них в результирующее значение отдельно, а это дает возможность исследовать влияние учета отдельных видов деформаций (изгибных, поперечных и продольных) на величины перемещений в системе.

Рассмотрим, например, раму, представленную на рис. 5, усилия в которой определялись и получены в работе [1]. Найдем перемещения, например, сечения K – $\theta_K = 120^\circ$. Подставляя параметры арки и сечения K в выражения (12)–(18), (22)–(28) и в (1), получим:

$$\Delta_K^{сop} = \frac{171,001}{EJ}; \quad \Delta_K^{вepт} = -\frac{147,575}{EJ}; \quad \Delta_K^{полн} = \frac{225,876}{EJ}.$$

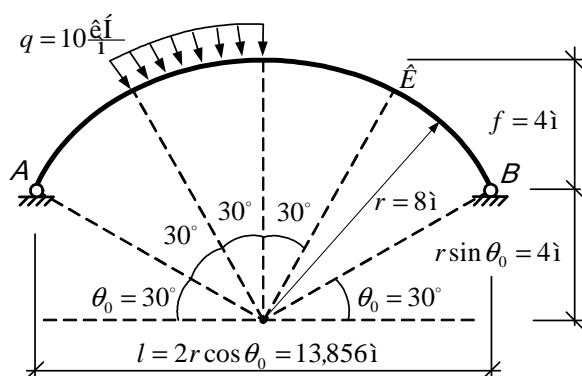


Рис. 5. Расчетная схема арки



Рис. 6. Схема деформирования

Схема деформирования рассматриваемой арки при увеличении деформаций в 1000 раз представлена на рис. 6.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Игнатюк В. И., Тур А.В. К определению усилий в двухшарнирных круговых арках, нагруженных радиально действующими равномерно распределенными нагрузками // Вестник БрГТУ. – 2007. – № 1: Строительство и архитектура. – С. 2–5.
2. СНиП 2.01.07-85. Нагрузки и воздействия / Госстрой СССР. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1986. – 48 с.
3. Строительная механика. Стержневые системы: учебник для вузов / А.Ф.Смирнов, А.В.Александров, Б.Я.Лашенников, Н.Н.Шапошников; под ред. А.Ф.Смирнова. – М.: Стройиздат, 1981. – 512 с.

Статья поступила в редакцию 13.03.2007

УДК 535.337.

Ракович Ю.П., Русаков К.И., Гладыщук А.А., Чугунов С.В.

ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ МИКРОРЕЗОНАТОРЫ НА ОСНОВЕ АЛЮМИНОСИЛИКАТНОГО СТЕКЛА

Введение

В последние годы исследования электромагнитных мод в твердых трехмерных микрорезонаторах вызывают большой интерес, как с точки зрения их потенциальных применений, так и для изучения их фундаментальных оптических свойств. По сравнению с другими, оптические излучатели с цилиндрическими или микрокапиллярными диэлектрическими резонаторами, в которых возникают моды шепчущей галереи (МШГ), представляют интерес из-за их микроскопического размера, высокой добротности Q и возможности достижения низкого порога лазерной генерации [1–4]. Резонансное возрастание оп-

тического отклика и материальная совместимость с телекоммуникационным оптоволоконном делают эти высокодобротные микрорезонаторы привлекательными в качестве новых блоков для фотонных устройств. Цилиндрическая форма резонатора также совместима со многими сенсорными методами, которые используются, например, в иммунологических и молекулярно-диагностических исследованиях [5, 6]. Экспериментально наиболее широко изученная конфигурация цилиндрического микрорезонатора представляет собой тонкостенную микротрубку, заполненную интенсивно люминесцирующим раствором красителя [3, 7]. Диаметр (обычно 50–200 мкм) и толщина

Гладыщук Анатолий Антонович, к.ф.-м. н., доцент, заведующий кафедрой физики БрГТУ.

Русаков Константин Иванович, доцент кафедры физики БрГТУ.

Ракович Юрий Петрович, доцент кафедры физики БрГТУ.

Чугунов Сергей Владимирович, ассистент кафедры физики БрГТУ.

Беларусь, Брестский государственный технический университет, 224017, г. Брест, ул. Московская 267.