а)

б)

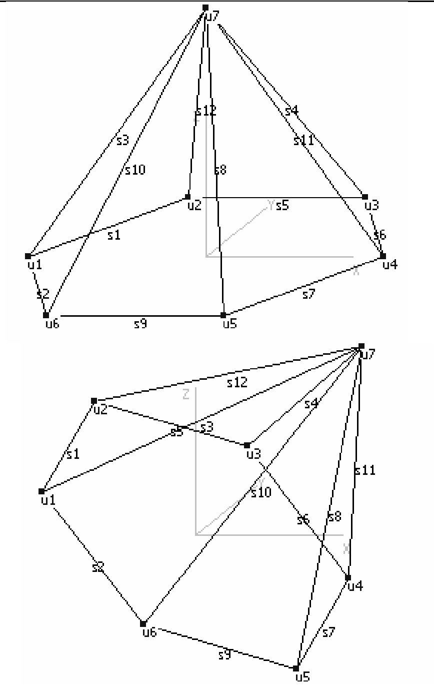

Рис. 7. *Поворот пирамиды*
а) исходное состояние;
б) поворот вокруг оси x на 30^0 против час. стрелки, вокруг оси y на 30^0 против час. стрелки и вокруг оси z на 50^0 против час. стрелки

Заключение. В работе получены зависимости и разработан алгоритм, позволяющие представить пространственную стержневую систему в аксонометрической проекции на плоскость, масштабировать это изображение и моделировать вращение системы вокруг осей x, y и z пространственной декартовой системы координат.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Будасов, Б.В. Строительное черчение: учебник для вузов / Б.В. Будасов, В.П. Каминский – М.: Стройиздат, 1990. – 464 с.
2. Игнатюк, В.И. Метод конечных элементов в расчетах стрежневых систем: учебное пособие / В.И. Игнатюк. – Брест, 2004. – 172 с.
3. Игнатюк, В.И. Об учете упругой податливости узловых соединений в расчетах методом конечных элементов пространственных стержневых систем / В.И. Игнатюк, А.Ю. Игнатов // Вестник БрГТУ. – 2004. – № 1(25): Строительство и архитектура. – С. 118–122.

Статья поступила в редакцию 13.03.2007

УДК 629.113.004.67:658.2

Трифонов А.В.

АНАЛИЗ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ И МЕТОДОВ ОПТИМИЗАЦИИ РАЗМЕЩЕНИЯ И ОРГАНИЗАЦИИ ПРОИЗВОДСТВА В СФЕРЕ ТЕХНИЧЕСКОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ И РЕМОНТА АВТОМОБИЛЕЙ

Введение

Системное представление производства технического обслуживания и ремонта автомобилей позволяет четко выделить две стадии его проектирования: макропроектирование, т.е. функционально-структурное образование системы из ее элементов – АРП, СТОА, диагностических станций, и инженерное проектирование отдельных предприятий. Первая стадия – обоснование сети предприятий – определяет важнейшие параметры структуры производства ТО и Р автомобилей: специализацию, размеры и территориальное размещение отдельных элементов.

Применение математических методов для обоснования структуры производства имеет целью учесть влияние большого числа факторов и на этой основе, сопоставляя всю совокупность возможных вариантов, найти наиболее оптимальный из них, что связано с решением задач, относящихся к классу экстремальных.

Классификацию математических моделей оптимизации размещения и организации производства в сфере технической эксплуатации автомобилей необходимо осуществлять по ряду признаков.

Выделяют два типа задач оптимизации — *безусловные* и *условные*. Безусловная задача оптимизации состоит в отыскании глобального максимума или минимума целевой функции, определяемой выбранным критерием качества, и решается с использованием методов дифференциального исчисления. Условные задачи оптимизации, или задачи с ограничениями, подразумевают наличие некоторых условий (ограничения), которые задаются совокупностью некоторых функций, удовлетворяющих уравнениям или неравенствам.

Существующие безусловные задачи [1,2,3] ввиду сложности решения имеют небольшую размерность и позволяют оптимизировать моделируемую систему по небольшому числу параметров. Так, разработанная в [1] математическая модель оптимизирует автосервисную систему централизованного диагностирования автомобилей на региональных диагностических комплексах (РДК) по плечу подачи автомобилей на РДК (оптимальному радиусу размещения подразделений автосервиса). В качестве критерия выбрана совокупность приведенных затрат на выявление одного диагностического воздействия, включающая затраты на подачу автомобилей к РДК, затраты от простоя автомобилей в ожидании проверки и непосредственно затраты на выполнение диагностического воздействия. В развернутом виде функция цели имеет вид:

$$F = \frac{1.237 \cdot C_{об} \cdot L_Д}{\pi \cdot L_к^2 \cdot \gamma \cdot L_Г} + C_к \cdot L_к + \frac{C_а \cdot L_Д \cdot T_р}{\pi \cdot L_к^2 \cdot \gamma \cdot L_Г}, \quad (1)$$

где $C_{об}$ – стоимость диагностического оборудования, руб.;

$L_Д$ – периодичность диагностирования, км;

$L_к$ – плечо подачи автомобилей на РДК, км;

γ – плотность распределения автомобилей на территории региона радиуса $L_к$ (принята равномерной по всей площади), авт./км^2;

Трифонов Александр Викторович*, ассистент кафедры технической эксплуатации автомобилей БНТУ.*
Беларусь, Белорусский национальный технический университет, 220027, г. Минск, пр. Ф.Скорины, 65.

$L_Г$ – (средний) годовой пробег автомобиля, км;

$C_к$ – удельные затраты перегона автомобилей, руб./км;

C_a – средние часовые затраты от простоя автомобиля в очереди, руб.;

$T_р$ – количество часов работы РДК в году.

Оптимальное значение $L_К^{opt}$ определяется как экстремумом функции $F(L_К)$. При известном $L_К^{opt}$, находят оптимальную интенсивность входящего потока автомобилей, поступающих на РДК.

Недостатком задачи является излишнее упрощение реальных показателей и зависимостей моделируемой системы (широкое применение усредненных показателей, использование равномерной плотности распределения автомобилей по территории региона), однако это позволяет использовать точные методы при ее решении.

Нахождение решения аналитическим образом в задачах такого типа возможно только для дифференцируемой целевой функции, но и в этом случае могут возникнуть серьезные трудности при решении системы уравнений типа (1) (если задача многомерная), поэтому на практике применяют приближенные методы: перебора, покоординатного спуска, градиентного спуска и др.

Большинство задач макропроектирования относится к задачам с ограничениями, при этом используются модели перспективного отраслевого планирования. Рассмотренные ниже модели относятся именно к таким задачам.

В соответствии с выбранным критерием оптимальности плана задач оптимального моделирования их разделяют на те, в которых *минимизируются затраты*, и задачи на *максимум эффекта*. Критерий минимума затрат может иметь различные формы и соответственно будут различаться задачи на минимум интегральных или годовых затрат, в том числе совокупных, и в частных случаях текущих или капитальных затрат, на минимум затрат отдельных ресурсов и т. д. Задачи на максимум эффекта тоже могут быть подразделены на группы: на максимум интегрального эффекта, на максимум прибыли, на максимум годовой экономии от использования продукции (услуг) оптимизируемой отрасли и т. д.

Один из признаков классификации математических моделей оптимизации связан с учетом неопределенности исходных данных и получаемых решений. В *детерминированных* моделях результат решения однозначно зависит от неслучайных входных данных. *Стохастические* модели позволяют принимать во внимание случайный характер описываемых процессов (неравномерность по времени поступления и обслуживания автомобилей, неопределенность их технического состояния и др.).

При решении производственно-транспортных задач перспективного отраслевого развития наиболее разработанными и практически более применимыми являются детерминированные модели, использующие аппарат математического программирования. Вопросам постановки и решения подобных задач посвящены работы Ф. Г. Аганбегяна, А. Е. Бахтина, В. А. Емеличева, Д. М. Казакевича, Л. В. Конторовича, В. И. Ляско, С.С. Серова, А. П. Уздемира и др. авторов.

Стохастическое моделирование в области технического обслуживания и ремонта автомобилей [4,5,6,7] применяют при оптимизации процессов организации производства (расчет производственных помещений, технологического оборудования, штата рабочих и др.), при этом широко используют методы теории массового обслуживания (ТМО), а также методы имитационного моделирования.

В [4] методы ТМО применяют для определения среднего числа автомобилей в очереди и вероятности незагруженности ремонтных заводов при нахождении резерва производственной мощности АРП. За критерий оптимальности в задаче принимается минимум суммарных затрат, которые складываются из потерь от простоев автомобилей в ожидании ремонта, потерь от недогрузки завода и приведенных затрат на ремонт.

При фактической потребности автомобилей в ремонте M и создании завода мощностью $N > M$ среднегодовые суммарные затраты составят:

$$U(N) = U_a \cdot D \cdot \overline{m}(N) + U_з(N) \cdot P_0(N) + M \cdot U_р(N), \qquad (2)$$

где U_a – суточные потери от простоя автомобиля, руб.;

D – число рабочих дней в году;

$\overline{m}(N)$ – среднее число автомобилей, ожидающих ремонта;

$U_з(N)$ – годовые потери от недогрузки ремонтного завода, руб.;

$P_0(N)$ – вероятность незагруженности завода;

$U_р(N)$ – удельные приведенные затраты на ремонт, руб.

В задаче авторемонтный завод рассматривается как одноканальная система массового обслуживания, в которой процедурой обслуживания является производственный процесс капитального ремонта автомобиля. В случае простейшего потока требований на обслуживание, а также, если распределение продолжительностей ремонта подчиняется экспоненциальному закону (данные условия выполняются в большинстве практических задач), среднее число автомобилей в очереди $\overline{m}(N)$ и вероятность незагруженности завода $P_0(N)$ определяются по формулам:

$$\overline{m}(N) = \frac{\lambda^2}{\mu \cdot (\mu - \lambda)}; \quad P_0(N) = 1 - \frac{\lambda}{\mu}, \qquad (3)$$

где $\mu = N / D$ – интенсивность обслуживания;

$\lambda = M / D$ – интенсивность потока требований на ремонт.

При оптимизации системы ТО и ремонта автомобилей возможно ее представление как иерархической, включающей обособленные, но взаимосвязанные подсистемы. В соответствии с этим различаются задачи одного уровня или *одноступенчатые* и *многоступенчатые иерархические* задачи, которые по существу представляют собой системы взаимосвязанных задач разного уровня. При решении одноступенчатых задач системы авторемонтного производства предприятие рассматривается как «черный ящик», выходные характеристики которого (текущие затраты на ремонт, трудоемкость ремонта, капиталовложения и др.) зависят от входных характеристик (специализации, производственной мощности и др.). При этом структура предприятия не изучается, а рассматривается реакция его выходных характеристик на соответствующие входные воздействия. При решении многоступенчатых иерархических задач авторемонтный завод рассматривается как подсистема более низкого уровня иерархии элементами, которой являются, например, производственные участки [8,9].

Существенный признак классификации – способ задания вариантов развития, размещения и специализации предприятий отрасли или, в общем случае, способ задания вариантов функционирования производственных объектов отрасли. Под объектом здесь понимается любое звено, взятое в качестве базового в конкретной задаче: предприятие, отдельный производственный участок и др.

В соответствии со способом задания вариантов выделяются два класса отраслевых задач — задачи с *непрерывными переменными* и с *дискретными переменными*.

В задачах с непрерывными переменными нет заданных в явной форме наборов вариантов функционирования отдельных объектов. Рассматриваются не множества заранее разработанных вариантов, а допустимые диапазоны или области изменения их параметров.

В задачах с дискретными переменными в вариантной постановке на основе предварительного анализа для каждого из объектов отрасли формируется некоторое конечное число фиксированных вариантов, одновременно вводимых в задачу. Экономические показатели разрабатываются только для этих вариантов.

Вариантная постановка дает возможность решать нелинейные отраслевые задачи путем замены нелинейных связей между приведенными затратами и мощностью создаваемых объектов системы кусочно-линейными и применением алгоритмов целочисленного программирования. Такая постановка реализует условие неделимости объектов и позволяет использовать существующие обоснованные варианты мощностей предприятий с оптимальными наборами оборудования.

Эти преимущества задач с дискретными переменными объясняют их широкое применение при производственно-транспортном моделировании [8,9,10].

К недостаткам вариантного моделирования можно отнести возможность пропуска оптимального решения при ограниченности числа используемых вариантов, а также неточность закладываемых в них данных о сроках ввода и освоения мощностей новых предприятий. Постановка задач с непрерывными переменными рассматривается в [5,8,9].

В зависимости от количества позиций номенклатуры объектов обслуживания предприятиями ТО и Р автомобилей (в общем случае от номенклатуры производимой продукции или потребляемого сырья) выделяют *однопродуктовые* и *многопродуктовые* модели производственно-транспортных систем.

К однопродуктовым относятся задачи, в которых установлено одно ограничение по спросу на вырабатываемую отраслью в целом продукцию (количество потребляемого отраслью в целом сырья или любого другого ресурса).

В многопродуктовых задачах устанавливаются два и более ограничений по спросу.

В модели задачи развития и размещения СТОА [8] весь процесс технического обслуживания подразделяется на $\boldsymbol{R}$ самостоятельных видов ($\boldsymbol{r=1,2,\ldots, R}$), причем СТОА могут быть организованы как по любому $\boldsymbol{r}$-му процессу, так и по любой комбинации их. В задаче требуется определить такой вариант размещения вновь строящихся и реконструкции действующих СТОА, чтобы полностью удовлетворялась потребность владельцев автомобилей в осуществлении всех видов технических воздействий, а сумма приведённых затрат на проведение этих видов технических воздействий, сумма транспортных расходов и сумма потерь времени (в денежном выражении) владельцев автомобилей на ожидание начала и окончания технических воздействий была бы минимальной. Таким образом, необходимо минимизировать функцию:

$$F = \sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{M}\left(\sum_{i=1}^{n} h_{ijk} X_{ijkr} + \sum_{r=1}^{R} c_{irk}\left(f_{jkr}\right) X_{ijkr} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{r=1}^{R} q_{ijkr} B_{ikr}\right), \tag{4}$$

где $c_{irk}\left(f_{jkr}\right)$ – приведенные затраты, приходящиеся на проведение r – го вида обслуживания k – ой марки автомобиля на j –ой СТОА;

f_{jkr} – мощность j – ой СТОА по проведению r – го вида обслуживания k – ой марки автомобиля;

X_{ijkr} – количество автомобилей k – ой марки, направляемое из i– го района на j –ую станцию для проведения r – го вида обслуживания;

q_{ijkr} – затраты времени, теряемые владельцем k – ой марки автомобиля при прохождении r – го вида обслуживания на j –ой СТОА;

B_{ikr} – потребность i– го района на выполнение r – го вида обслуживания для k – х марок автомобилей;

h_{ijk} – затраты на доставку автомобиля k – ой марки из i–го района на j –ую станцию.

Ограничения задачи:

$$\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{M}\sum_{r=1}^{R} X_{ijkr} = \sum_{k=1}^{M}\sum_{r=1}^{R} B_{ikr}, \; i=\overline{1,n}$$

(потребность владельцев автомобилей должна быть полностью удовлетворена в проведении всех видов технических воздействий);

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{M}\sum_{r=1}^{R} X_{ijkr} = \sum_{k=1}^{M}\sum_{r=1}^{R} A_{jkr}, \; j=\overline{1,m}$$

(количество автомобилей k – ой марки, прибывающее на j –ую станцию, не должно превышать максимально возможную мощность СТОА по этому виду обслуживания);

$$f_{jkr} \le A_{jkr}, \; j=\overline{1,m}, \; k=\overline{1,M}, \; r=\overline{1,R}$$

(проектная мощность станции не должна превышать максимально возможной ее мощности по любому из r – х видов технических воздействий);

$$X \ge 0.$$

Разновидностью многопродуктовых являются также задачи, в которых учитывается межзаводская передача продукции внутри оптимизируемой отраслевой системы. Этот вид задач широко распространен в сфере ремонта и технического обслуживания автомобилей [8,9]. Такая постановка, в частности, дает возможность учитывать эффект от комбинирования ремонта (обслуживания) разных автомобилей и агрегатов на одном предприятии и определения на основе моделирования целесообразной предметной специализации предприятий. Однако для этого необходимо предварительно определить значения технико-экономических показателей предприятий при различных соотношениях программ по отдельным объектам обслуживания в общей программе (это касается и модели (4)). В случае невозможности определения таких показателей используют однопродуктовые задачи, в которых многономенклатурная программа при помощи коэффициентов приведения пересчитывается на один объект-представитель и выражается в приведенных единицах (такой прием можно использовать только в определенных пределах).

Различаются *двухэтапные* и *многоэтапные* производственно-транспортные задачи (одноэтапная модель фактически является производственной, в ней не учитывается транспортный фактор). В двухэтапных оптимизируются производство продукции отрасли и один этап перевозок (например, техническое обслуживание автомобилей и пробег их к СТОА и обратно). В области ТО и Р автомобилей многоэтапность решаемых задач связана в первую очередь с углублением специализации производства. Выделение специализированных предприятий по ремонту отдельных агрегатов и деталей усложняет связи по кооперированию и увеличивает число этапов межзаводской передачи продукции. При решении таких задач оптимизируют объемы ремонтных работ, выполняемых на головных заводах и заводах-смежниках, перевозки объектов ремонта между автотранспортными и авторемонтными предприятиями, а также межзаводскую передачу продукции [8], при этом одновременную оптимизацию перевозок объектов ремонта заменяют поэтапной схемой решения. На первом этапе решается задача развития и размещения головных заводов, которая представляет собой задачу моделирования авторемонтных предприятий одинаковой специализации. Специализация головных заводов определяется тем, какая часть технологического процесса ремонта выделяется в самостоятельное производство для выполнения на заводах- смежниках.

Существенное значение имеет способ отображения в производственно-транспортной задаче транспортных связей. В связи с этим различаются *матричные* и *сетевые* постановки задач. Первая из них предполагает, что возможные рациональные маршруты связей между поставщиками и потребителями находятся заранее и для них рассчитываются транспортные затраты. При сетевой постановке [11] исходной является только первичная информация об отдельных участках транспортной сети, рациональные маршруты связей между поставщиками и потребителями и затраты по ним находятся в процессе решения задачи. Наибольшее распространение среди производственно-транспортных задач получила матричная постановка [5, 8 ,9].

Одним из наиболее важных признаков классификации математических моделей производственной системы технического обслуживания и ремонта автомобилей является учет фактора времени. В соответствии с этим признаком отраслевые задачи могут быть *статическими* (если ограничения установлены для одного отрезка времени в течение планового периода и минимизируются затраты или максимизируется эффект, относящийся к одному выделенному году планового периода, для которого установлены ограничения) и *динамическими* (если ограничения установлены для двух и более отрезков времени и минимизируются затраты или максимизируется эффект за весь плановый период).

Статическая постановка задач оптимизации исторически появилась первой и широко применяется до настоящего времени (такая постановка используется и в приведенных выше моделях).

Статическая постановка крайне ограничивает возможность учета фактора времени при выборе производственных объектов и вариантов их функционирования и развития, включаемых в отраслевой план. Сравнительная эффективность производственных объектов отрасли, вариантов их строительства и реконструкции учитывается не в полной мере, так как они сравниваются между собой и оцениваются лишь с точки зрения конечного результата – объемов выпуска продукции и приведенных затрат в контрольном году планового периода. Статические задачи не позволяют учесть сроки начала и окончания строительства отдельных предприятий, продолжительность строительства или реконструкции по тому или иному варианту, продолжительность периода освоения производственных мощностей предприятий и др. факторы.

В динамической задаче [12, 13] путем введения ряда вариантов для одного предприятия есть возможность сравнения вероятных направлений его развития на перспективу.

При разработке включаемых в динамическую задачу вариантов функционирования и развития действующих предприятий может предусматриваться изменение характера и масштабов их реконструкции, сроков ее проведения и распределения капитальных вложений между отдельными годами реконструкции, сроков освоения новых мощностей, объемов выпуска различных продуктов по годам, динамики себестоимости, могут рассматриваться вопросы изменения специализации предприятий в перспективном периоде.

Существующие постановки динамической задачи можно разделить на три группы:

1) в дискретном времени при нелинейной зависимости стоимости затрат от выпусков и потоков;

2) с использованием дискретных переменных и дискретного времени (сводящиеся к задачам целочисленного программирования);

3) постановки задач в непрерывном времени.

Наиболее часто в литературе встречаются постановки динамических задач размещения в дискретном времени с использованием булевых переменных [8, 9], где процесс ввода производств часто рассматривается упрощенно, без определения года ввода, в этом случае варианту размещения соответствует статическая переменная, принимающая два значения: «1», если вариант принимается, и «0» – в противном случае.

Постановка задачи в непрерывном времени рассматривается в работе [12]. Здесь учитывается многоэтапность производства и транспортных перевозок, наличие нескольких видов сырьевых и выходных продуктов и нескольких видов производственных мощностей на предприятиях. В пунктах нового строительства может быть реализован один из нескольких проектов новых предприятий. Имеются ограничения на объем капитальных затрат, выделенных к текущему моменту планового периода. В качестве критерия оптимальности используется минимум дисконтированных производственных, транспортных и капитальных затрат за плановый период, то есть на плановом интервале $[0, T]$ минимизируется функционал:

$$F=\int_0^T r(t)\cdot[\sum_{q\in Q^{\sigma}}\sum_{i\in I_q}\sum_{q'\in Q_{iq}^{+}} c_{iqq'}\cdot f_{iqq'}(t)+$$
$$+\sum_{q\in Q}\sum_{e\in E_q}\sum_{i\in I_e} c_{ie}\cdot v_{ie}(t)+\sum_{q\in Q}\sum_{e\in E'_{q1}} K_e\cdot\frac{d}{dt}\theta(t-\tau_e)]dt, \tag{5}$$

где $r(t)$ – заданная функция дисконтирования (обычно используется функция $e^{-\gamma t}$, где $\gamma>0$ – параметр дисконтирования);

$c_{iqq'}$ – заданная стоимость перевозки продукта i из q в q' (в стоимость перевозки сырьевого продукта включается также себестоимость его производства);

c_{ie} – заданная себестоимость производства продукта i на предприятии *e*;

$f_{iqq'}(t)$ – поток сырьевого продукта i из пункта q в q' в момент t;

$v_{ie}(t)$ – выпуск продукта i на предприятии e в момент t;

K_e – заданные капитальные затраты на строительство нового предприятия e;

$\theta(t)$ – функция Хевисайда (равна 0, при $t<0$ и 1 при $t\geq 0$);

τ_e – момент ввода в строй нового предприятия e.

Модель задачи включает также ряд ограничений: ограничения по производственным мощностям в источниках сырья, балансные равенства для потоков сырьевых продуктов в пунктах-источниках сырья, балансные равенства для сырьевых продуктов в пунктах производства, балансные равенства для загрузок производственных мощностей, ограничения по производственным мощностям, балансные равенства для вывозимой продукции, условия удовлетворения спроса на готовые продукты, ограничения на объем капитальных затрат. В задаче все величины (являющиеся как искомыми, так и входными параметрами), зависящие от времени, представлены в виде его кусочно-непрерывных неубывающих функций.

Необходимо полнее рассмотреть вопрос о существующих методах решения приведенных задач.

Решение задач математического программирования значительно более трудоемко по сравнению с задачами безусловной оптимизации. Однопродуктовые многоэтапные задачи и многопродуктовые, сводимые к обычным моделям линейного программирования, обладают тем важным достоинством, что могут решаться точными методами (симплексным, методом ветвей и границ). Однако однопродуктовые модели имеют весьма ограниченную сферу применения. Что касается многопродуктовых многоэтапных моделей с непрерывными переменными, то обычно даже сравнительно небольшая задача, будучи представлена математически как общая задача линейного программирования, имеет очень большую размерность. Следует также учитывать трудности, связанные с проблемой целочисленности. Получение целочисленных решений многоэтапных задач, как правило, невозможно. Для решения подобных задач используют два подхода. При первом задача сначала приводится к виду общей задачи линейного программирования и решается точным методом, полученное нецелочисленное решение доводится до целочисленного методом, основывающемся на идеях дельта-метода А. Г. Агенбегяна. При втором подходе задача сразу решается приближенным методом. В некоторых динамических задачах с непрерывным временем предлагается использовать метод динамического программирования, что существенно ограничивает размерность задачи.

Заключение

Итак, анализ имеющихся в настоящее время методов оптимизации перспективного развития и размещения производства, применяемых, в частности, в области технической эксплуатации и ремонта автомобилей, показал, что они используют преимущественно аппарат математического программирования. Указанные методы позволяют решать достаточно сложные производственно-транспортные задачи, учитывают их динамический, многопродуктовый, многоэтапный характер, использование непрерывных переменных. Однако решение с их помощью задач с нелинейной целевой функцией требует большого количества исходных данных, связано с громоздкими вычислениями и осуществляется эмпирическими или приближенными способами.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Дьяченко Г.В. Исследование и разработка методов централизации диагностирования автомобилей. Дис. … канд. техн. наук. – М.:МАДИ, 1982.
2. Гогайзель А.В., Саед Юсоф. Новая концепция развития и модели автосервисной системы // Автомобильный транспорт: тенденция развития, высокие технологии, менеджмент и маркетинг: Материалы III международной научно-технической конференции – Севастополь: СевГТУ, 1998. – с. 51–58.
3. Савич А.С. Проектирование авторемонтных предприятий. Курсовое и дипломное проектирование: Учеб. пособие. – Мн.: Адукацыя і выхаванне, 2002. – 256 с.
4. Проектирование авторемонтных предприятий / Л. В. Дехтеринский, Л.А. Абелевич и др. – М.: Транспорт, 1981.
5. Фастовцев Г.Ф. Автотехобслуживание. – М.:Машиностроение, 1985. – 256 с.
6. Климов Ю.В. Имитационная модель для оптимизации мощности зоны текущего ремонта автотранспортного предприятия/ БГПА. – Минск, 1996. – 6 с. – Деп. в ВИНИТИ 10.12.96 №3611-В96.
7. Кучур С.С. Научные исследования и решение инженерных задач: Учеб. пособие. – Мн.: Адукацыя і выхаванне, 2003. – 416 с
8. Ляско В.И., Прудовский Б.Д. Оптимизация размещения предприятий технического обслуживания и ремонта подвижного состава. – М.: Транспорт, 1977.
9. Казакевич Д.М. Производственно-транспортные модели в перспективном отраслевом планировании. – М.: Экономика, 1972.
10. Бахтин А.Е. и др. Дискретные задачи производственно-транспортного типа. – Новосибирск: Наука, 1978.
11. Трубин В.А. Задачи размещения и синтеза сетей // Вычислительные методы выбора оптимальных проектных решений. – Киев: Наукова думка, 1977.
12. Уздемир А.П. Динамические целочисленные задачи оптимизации в экономике. – М.: Физматлит, 1995.
13. Бурьян С.Б. Прямой метод решения динамической задачи размещения предприятий отрасли // Автоматика и телемеханика. – 1978. – №8. – с. 52–57.
14. Говорущенко Н.Я, Варфоломеев В.Н. Техническая кибернетика транспорта. – Харьков: ХТАДТУ, 2001 – 271 с.
15. Экономико-математические методы и модели: Учеб. пособие / Н.И. Холод, А.В. Кузнецов и др. – Мн.: БГЭУ, 2000. – 412 с.
16. Экономико-математическое моделирование производственных систем. – М.: Высш. шк., 1991.

Статья поступила в редакцию 03.01.2007

УДК 624.04(07)

Игнатюк В.И., Тур А.В.

ДЕФОРМИРОВАННЫЙ ВИД ДВУХШАРНИРНЫХ КРУГОВЫХ АРОК, НАГРУЖЕННЫХ РАДИАЛЬНО НАПРАВЛЕННЫМИ РАВНОМЕРНО РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ НАГРУЗКАМИ

Введение. На цилиндрические покрытия, расчет которых может быть сведен к расчету арочных систем, ветровые нагрузки действуют в радиальных направлениях [2]. Поэтому расчет арок на радиально направленные равномерно распределенные нагрузки представляет интерес и актуален. В работе [1] для двухшарнирных арок кругового очертания получены выражения усилий (изгибающих моментов, поперечных и продольных сил) в сечениях при действии указанных нагрузок. Здесь определим деформированный вид таких систем.

Постановка задачи. Рассмотрим круговые арки постоянной жесткости (рис. 1), загруженные статическими радиально направленными равномерно распределенными нагрузками.

Тур Андрей Викторович, *студент строительного факультета БрГТУ.*
Беларусь, Брестский государственный технический университет, 224017, г. Брест, ул. Московская 267.