

Таблица 1. Сравнение разработанных алгоритмов по использованию памяти

Вершин	Степень	Алгоритм дерева (б)	Алгоритм прямого произведения множеств (б)	Генетический алгоритм (б)
4	3	8	4	2400
6	3	292	34	3600
8	3	10628	257	4800
10	3	140122	2052	6000
12	3	12244379	15561	7200
14	3	...	133172	8400
16	3	...	1048562	9600
18	3	...	7359528	10800

## СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Gunnar Brinkmann: *Fast Generation of Cubic Graphs*. Journal of Graph Theory Vol. 23, No. 2 (1996), 139-149.
2. Ali Shokoufandeh. *Peer-to-peer networks based on random transformations of connected regular undirected graphs*. Journal of Algebraic Combinatorics: An International Journal. Volume 19, Issue 3 (May 2004) Pages: 257 – 272.
3. Brian Curtin, Kazumasa Nomura. *Homogeneity of a Distance-Regular Graph Which Supports a Spin Model*. Journal of Algebraic Combinatorics: An International Journal. Volume 19, Issue 2 (May 2004) Pages: 143 – 172.
4. [Haim Kaplan](#), [Moshe Lewenstein](#), [Nira Shafir](#), [Maxim Sviridenko](#). *Approximation algorithms for asymmetric TSP by decomposing directed regular multigraphs*. Journal of the ACM (JACM). Volume 52, Issue 4 (July 2005) Pages: 602 – 626.
5. J.H. Kim, N.C. Wormald. *Random matchings which induce Hamilton cycles, and Hamiltonian decompositions of random regular graphs*. J. Combin. Theory Ser. B 81 (2001), 20–44.
6. Курейчик В.М., Родзин С.И. *Эволюционные алгоритмы: генетическое программирование*. Обзор // Известия РАН. ТиСУ, 2002, №1. С. 127-137.
7. Wilf Herbert S. *Algorithms and Complexity*. – <http://www.uniyar.ac.ru/mte/Wilf.pdf>
8. [А.Н. Мелихов](#), В.П. Карелин *Методы распознавания изоморфизма и изоморфного вложения четких и нечетких графов*. – М.: Мир, 1995.

Статья поступила в редакцию 13.03.2007

УДК 004.8.032.26

Костин Н.В., Головки В.В.

## НЕЙРОСЕТЕВОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ФИНАНСОВО-ХОЗЯЙСТВЕННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЙ

### 1. Введение

Прогнозирование финансово-хозяйственной деятельности предприятий является составной частью предмета экономического анализа [1].

Прогнозирование - это предсказание будущих событий, которое является ключевым моментом при принятии решений. Целью прогнозирования служит уменьшение риска при управлении различными процессами. Поэтому системы планирования и управления, обычно, реализуют функцию прогноза.

Прогноз обычно получается ошибочным, но ошибка зависит от используемой прогнозирующей системы. Предоставляя прогнозу больше ресурсов, мы можем увеличить точность прогноза и уменьшить убытки, связанные с неопределенностью при принятии решений. Стоимость прогноза увеличивается по мере того, как уменьшаются убытки от неопределенности.

Поскольку прогнозирование никогда не сможет полностью уничтожить риск при принятии решений, необходимо явно определять неточность прогноза. Обычно принимаемое решение зависит от результатов прогноза (при этом предполагается, что прогноз правильный) с учетом возможной ошибки прогнозирования. Поэтому прогнозирующая система должна обеспечивать определение ошибки прогнозирования, так же как и само прогнозирование. Такой подход значительно снижает риск объективно связанный с процессом принятия решений.

По оценкам зарубежных и отечественных исследователей прогностики, насчитывается свыше 100 методов прогнозирования. В литературе имеется большое количество классификационных схем методов прогнозирования. По степени формализации все методы делятся на интуитивные и формализованные. Интуитивное прогнозирование применяется тогда, когда объект прогнозирования либо слишком прост, либо слишком сложен, что аналитически учесть влияние многих факторов практически невозможно. В этих случаях прибега-

ют к опросу экспертов. Полученные экспертные оценки используют как конечные прогнозы или в качестве исходных данных в комплексных системах прогнозирования. Класс формализованных методов базируется на аналитических принципах, в основе которых в настоящее время преимущественно лежит нелинейное моделирование. Перспективным здесь является использование нейросетевых технологий. Они широко используются для прогнозирования различных экономических факторов. Так, например, нейронные сети успешно применяются для прогнозирования котировок акций на биржах. Их применяют для оценки динамики развития предприятия, для прогнозирования экономической ситуации в целом. На основе прогнозов, получаемых с помощью нейронных сетей, строятся системы принятия решений. Наилучшие результаты они показывают при решении задач с хорошей статистической базой, например, при наличии достаточно длинных временных рядов, в том числе и многомерных. Но при анализе и прогнозировании финансово-хозяйственной деятельности предприятий существует проблема малой выборки данных. Это связано с ограниченным сроком работы предприятий и существующей системой отчетности, как правило, ежеквартальной. Поэтому применение нейронных сетей в этой области мало освещено.

В работе рассматривается применение нейронных сетей с прямыми связями для прогнозирования финансово-экономической деятельности предприятий. Результаты экспериментов обсуждаются.

### 2. Применение нейронных сетей для экономического анализа и прогнозирования

Одним из наиболее интересных приложений нейронных сетей является использование их в задачах анализа экономической и финансовой деятельности. На рынке появилось

Костин Н.В., магистрант кафедры интеллектуальных информационных технологий БрГТУ.

Головки В.В., студентка экономического факультета БрГТУ.

Беларусь, Брестский государственный технический университет, 224017, г. Брест, ул. Московская 267.

большое количество как универсальных нейропакетов, так и специализированных нейропакетов и экспертных систем. Те банки и финансовые организации, которые уже используют нейронные сети для решения своих задач, понимают, насколько эффективным средством они могут быть для решения задач с большой статистической базой. В России бум спроса на средства прогнозирования несколько лет назад был связан с необходимостью предсказания фьючерсных контрактов, курсов ГКО и т.п. В последнее время начинает проявляться интерес к использованию нейронных сетей для оценки ситуаций, применению нечеткой логики для принятия решений и других более сложных приложений. При этом потребителем такого анализа выступают люди, хорошо знающие потенциальные возможности нейронных сетей, либо решающие задачи традиционными методами и вынужденные искать другие, более эффективные способы решения задач.

Можно выделить следующие задачи в экономической области, решаемые с помощью нейронных сетей:

- Прогнозирование временных рядов (валютный курс, курс акций, фьючерсные контракты и т.п.),
- Прогнозирование банкротств предприятий,
- Прогнозирование экономической эффективности финансирования экономических и инновационных проектов,
- Биржевая деятельность,
- Страховая деятельность банков
- И другие приложения.

В Беларуси не нашли применение системы прогнозирования курсов акций, фьючерсных контрактов и других показателей биржевой деятельности. Поэтому не было такого всплеска потребности в средствах прогнозирования. Однако остается актуальной тема анализа и прогнозирования финансово-хозяйственной деятельности предприятий.

Анализ и прогнозирование финансово-хозяйственной деятельности предприятий являются актуальными для многих участников рынка. Предсказание финансовых временных рядов – необходимый элемент любой инвестиционной деятельности. При этом в зависимости от того, кто является инициатором анализа, его целей и интересов, будут различны критерии оценки. Банку важно оценить кредитоспособность клиента и риск финансовых вложений. Инвестору нужно спрогнозировать эффективность вложения средств (спрогнозировать показатели рыночной оценки предприятия и возможность получения доходов, а также степени риска финансовых вложений). Любому другому субъекту рынка необходимо всесторонне и верно оценить деятельности партнеров и конкурентов. И, наконец, самому предприятию анализ важен при принятии управленческих решений. От этого будут зависеть и необходимые для анализа данные и возможность их получения. С одной стороны, доступность огромного количества баз данных открывает большие возможности для экономического анализа. Но с другой стороны стоит вопрос, насколько этим данным можно доверять. Иными словами, надо быть готовым к тому, что данных будет недостаточно.

Большинство публикаций на тему применения нейросетевого моделирования в экономическом анализе связано, в первую очередь, с прогнозированием цены предприятий (цены акций предприятий) [2,3]. Это основано на том факте, что интегральным показателем эффективности работы предприятия является его цена. Однако более объективным является характеристика работы предприятия на основе множества показателей. Методика выбора таких показателей выходит за рамки данной статьи. Но можно отметить, что, в первую очередь, это величина уставного фонда, величина чистых активов, выручка, прибыль, дебетовая и кредитовая задолженности [4]. Также не существует однозначной методики для выбора входных параметров. Необходимо учитывать, что все явления и процессы хозяйственной деятельности предприя-

тий находятся во взаимосвязи и взаимообусловленности. Одни из них непосредственно связаны между собой, другие косвенно. Отсюда важным методологическим вопросом в экономическом анализе является изучение и измерение влияния факторов на величину исследуемых экономических показателей [1].

### 3. Прогнозирующая нейронная сеть

Пусть состояние динамической системы в каждый момент времени задаётся  $n$ -мерным вектором:

$$\mathbf{X}(t) = (X_1(t), X_2(t), \dots, X_n(t)) \quad (1)$$

Предположим, что известны временные зависимости  $X_i(t)$  соответствующих переменных на определённом интервале времени. Тогда сгенерируем многослойный перцептрон (MLP), который на основе предыдущего состояния динамической системы прогнозирует следующее состояние. Он будет состоять из  $n$  входных,  $m$  скрытых и  $n$  выходных нейронных элементов (рис. 1).

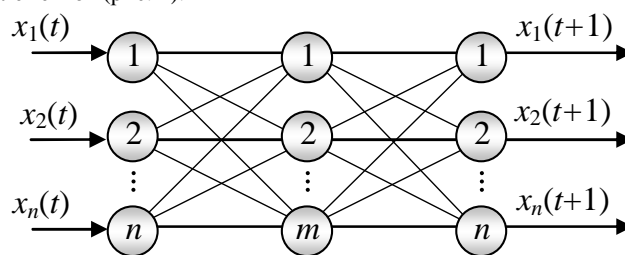


Рис. 1. Прогнозирующая нейронная сеть

Выходные значения нейронной сети определяются следующим образом:

$$\mathbf{X}(t+1) = F(\mathbf{X}(t)) \quad (2)$$

После обучения такой сети можно определить как состояние динамической системы в произвольный момент времени, так и эволюцию точек фазовой траектории, используя только наблюдаемые реализации.

Алгоритм обратного распространения ошибки был предложен в [5] и является эффективным средством для обучения многослойных нейронных сетей. Обозначим слои нейронных элементов от входа к выходу соответственно через  $k, i, j$  и  $\mathbf{Y} = \mathbf{X}(t+1) = F(\mathbf{X}(t))$ . Тогда выходное значение  $j$ -го нейрона последнего слоя

$$y_j = F(S_j), \quad S_j = \sum_k \omega_{kj} y_k - T_j, \quad (3)$$

где  $S_j$  – взвешенная сумма  $j$ -го нейрона выходного слоя;

$y_i$  – выходное значение  $i$ -го нейрона предпоследнего слоя;

$\omega_{ij}$  и  $T_j$  – соответственно весовой коэффициент и порог  $j$ -го нейрона выходного слоя.

Аналогичным образом выходное значение  $i$ -го нейрона скрытого слоя определяется, как

$$y_i = F(S_i), \quad S_i = \sum_k \omega_{ki} y_k - T_i. \quad (4)$$

Алгоритм обратного распространения ошибки минимизирует квадратичную ошибку нейронной сети. Для этого с целью настройки синаптических связей используется метод градиентного спуска в пространстве весовых коэффициентов и порогов нейронной сети. Согласно методу градиентного спуска изменение весовых коэффициентов и порогов нейронной сети происходит по следующему правилу:

$$\omega_{ij}(t+1) = \omega_{ij}(t) - \alpha \frac{\partial E}{\partial \omega_{ij}(t)}, \quad (5)$$

$$T_j(t+1) = T_j(t) - \alpha \frac{\partial E}{\partial T_j(t)}, \quad (6)$$

где  $E$  – квадратичная ошибка нейронной сети для одного образа.

Она определяется, как

$$E = \frac{1}{2} \sum_j (y_j - t_j)^2, \quad (7)$$

где  $t_j$  – эталонное выходное значение  $j$ -го нейрона.

Ошибка  $j$ -го нейрона выходного слоя равняется:

$$\gamma_j = y_j - t_j. \quad (8)$$

Для любого скрытого слоя  $i$  ошибка  $i$ -го нейронного элемента определяется рекурсивным образом через ошибки нейронов следующего слоя  $j$ :

$$\gamma_i = \sum_{j=1}^m \gamma_j F'(S_j) \omega_{ij}, \quad (9)$$

где  $m$  – количество нейронов следующего слоя по отношению к слою  $i$ ;  $\omega_{ij}$  – синаптическая связь между  $i$ -м и  $j$ -м нейронами различных слоев;  $S_j$  – взвешенная сумма  $j$ -го нейрона.

Производные среднеквадратичной ошибки по весовым коэффициентам и порогам нейронных элементов для любых двух слоев  $i$  и  $j$  многослойной сети определяются следующим образом:

$$\frac{\partial E}{\partial \omega_{ij}} = \gamma_j F'(S_j) y_i, \quad \frac{\partial E}{\partial T_j} = -\gamma_j F'(S_j). \quad (10)$$

Для минимизации квадратичной ошибки сети весовые коэффициенты и пороги нейронных элементов должны изменяться с течением времени следующим образом:

$$\omega_{ij}(t+1) = \omega_{ij}(t) - \alpha \gamma_j F'(S_j) y_i, \quad (11)$$

$$T_j(t+1) = T_j(t) + \alpha \gamma_j F'(S_j), \quad (12)$$

где  $\alpha$  – скорость обучения.

Данные выражения определяют правило обучения многослойных нейронных сетей в общем виде, которое называется обобщенным дельта-правилом. В следующих разделах рассматриваются результаты экспериментов по применению многослойного персептрона для прогнозирования финансово-экономической деятельности предприятий.

#### 4. Результаты экспериментов для прогнозирования временных рядов

Перед приведением результатов эксперимента следует отметить, что в большинстве пособий рассматриваются модели, реализующие линейные методы. Объясняется это, прежде всего тем, что их достаточно просто исследовать, используя ручную счет или табличные процессоры. Однако вручную рассчитать и провести исследование нелинейных многофакторных моделей, а тем более сделать на их основе прогноз почти невозможно [3].

Для решения данной задачи использован пакет прикладных программ Neural Network Toolbox, функционирующий под управлением ядра системы MATLAB 6 [6].

Для построения прогнозов использовались данные по 4-м предприятиям из отчетов открытых акционерных обществ по данным Белорусской ВФБ в период с 2-го квартала 2000г. по 2 квартал 2005г. Из имеющихся рядов данных последние 4 точки использовались для оценки адекватности модели и качества прогноза.

Прогнозирование с помощью многослойного персептрона (MLP) сравнивалось с прогнозированием методом линейной регрессии, часто применяемой при статистической обработке экономических данных. Последняя была реализована адаптивной линейной нейронной сетью (ADALINE), которая является аналогом линейной регрессии [7].

Рассмотрены варианты прогнозирования ПРИБЫЛИ и ВЫРУЧКИ для моделей с размером скользящего окна 3,4,5 и приведены лучшие результаты из них (таблица 1).

Для оценки точности и адекватности результатов прогнозирования использовались коэффициент линейной корреляции Пирсона и среднеквадратическое отклонение фактической и прогнозируемой значений.

- Коэффициент линейной корреляции ( $R$ );

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})(t_i - \bar{t})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}}, \quad (13)$$

- Среднеквадратическое отклонение ( $Rmse$ ).

$$Rmse = \sqrt{\frac{1}{n} \times \sum_{i=1}^n (y_i - t_i)^2}, \quad (14)$$

где  $n$  – количество точек прогноза;  $y_i, t_i$  – фактическое и прогнозное значения  $i$ -ой точки;  $\bar{y}, \bar{t}$  – средние арифметические фактических и прогнозных значений.

Для наглядности на рисунках 2,3 представлена динамика изменения и прогнозирования прибыли и выручки для первого предприятия.

#### 5. Многофакторное прогнозирование нескольких параметров

В данном разделе рассматривается прогнозирование нескольких показателей финансово-хозяйственной деятельности предприятий на основании нескольких факторов, а именно прогнозировались следующие показатели:

- прибыль,
- выручка,
- разница дебетовой и кредитовой задолженностей,
- чистые активы.

Входные данные включали как сами прогнозируемые показатели, так и дополнительные факторы:

- прибыль,
- выручка,
- разница дебетовой и кредитовой задолженностей,
- чистые активы,
- индекс номинального курса белорусского рубля,
- номер отчетного квартала.

Для оценки точности и адекватности результатов прогнозирования использовалась усредненные по всем показателям

Таблица 1. Сравнительный анализ качества прогнозирования ряда данных сетями ADALINE (на рисунке-LIN) и MLP

Пред- приятие	Показатель	Сеть ADALINE				Сеть MLP			
		Окно	Струк- тура	R	Rmse	Окно	Струк- тура	R	Rmse
1	Прибыль	3	3-1	0,629	1,304	4	4-4-1	0,993	0,732
	Выручка	4	4-1	-0,173	1,815	5	5-6-5-1	0,808	1,581
2	Прибыль	4	4-1	0,21	1,360	3	3-3-3-1	0,952	0,616
	Выручка	3	3-1	0,428	0,552	4	4-6-4-1	0,987	0,480
3	Прибыль	3	3-1	0,532	0,297	5	5-5-3-1	0,636	0,200
	Выручка	5	5-1	0,419	0,436	3	3-4-1	0,549	0,302
4	Прибыль	4	4-1	0,951	0,409	5	5-6-4-1	0,992	0,173
	Выручка	5	5-1	0,97	0,809	3	3-4-3-1	0,99	0,349

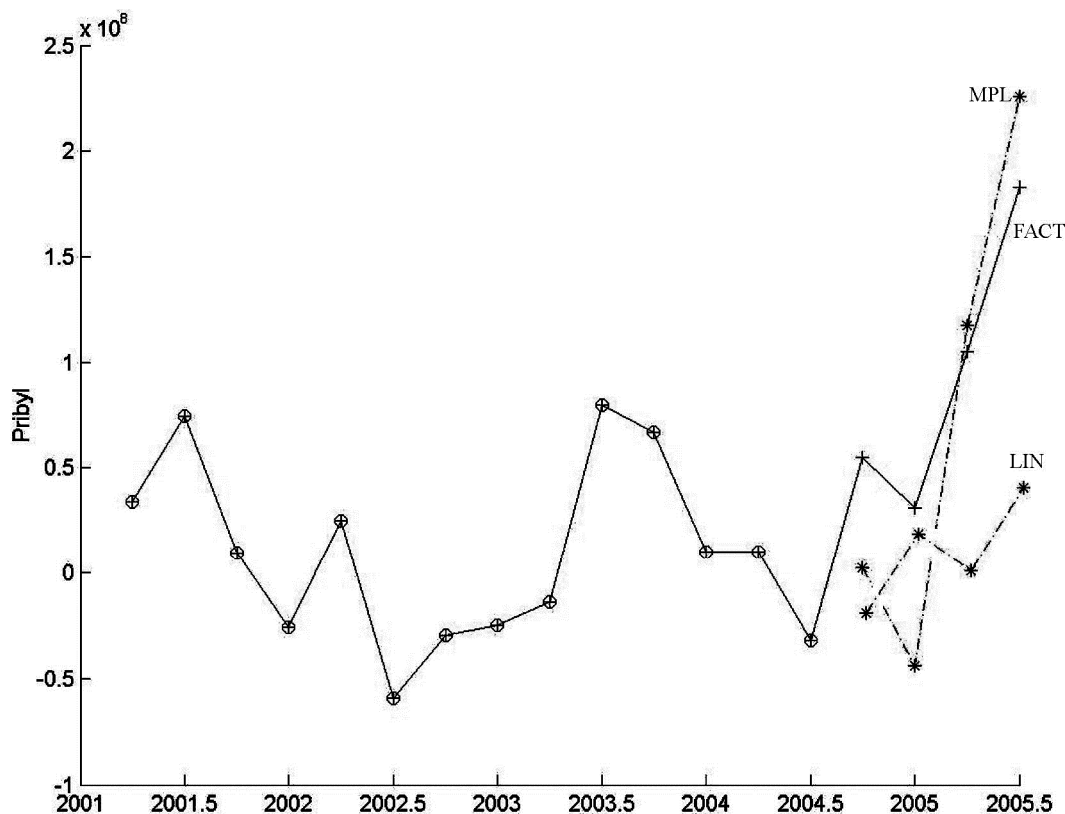


Рис. 2. Динамика изменения и прогнозирования прибыли предприятия

коэффициент линейной корреляции ( $R_{cp}$ ) и среднее квадратическое отклонение ( $Rmse_{cp}$ ).

$$R_{cp} = \frac{1}{m} \times \sum_{i=1}^m R_i, \quad (15)$$

$$Rmse_{cp} = \frac{1}{m} \times \sum_{i=1}^m Rmse_i, \quad (16)$$

где  $R_i$  – коэффициент линейной корреляции  $i$ -го показателя,

$Rmse_i$  – среднее квадратическое отклонение  $i$ -го показателя,

$m$  – количество показателей.

Рассмотрены варианты прогнозирования параметров для моделей с размером скользящего окна 3,4,5 и приведены лучшие результаты из них (таблица 2).

Для выполнения предобработки входных данных с целью максимизации энтропии и снижения размерности входных данных без существенных потерь информативности применяется метод главных компонент [8]. Но его применение также налагает существенное в данном случае ограничение на размер выборки данных: число обучающих наблюдений должно, по крайней мере, на единицу превышать число переменных. В этом случае можно воспользоваться методом искусственных примеров, заключающемся в получении дополнительных данных из уже имеющихся применением к ним различного рода преобразований [2]. В данном случае было произведено удвоение (а в отдельных случаях - учетверение) числа примеров путем получения среднего значения между имеющимися значениями.

Для наглядности на рисунках 4,5 представлена динамика изменения и прогнозирования показателей для второго предприятия.

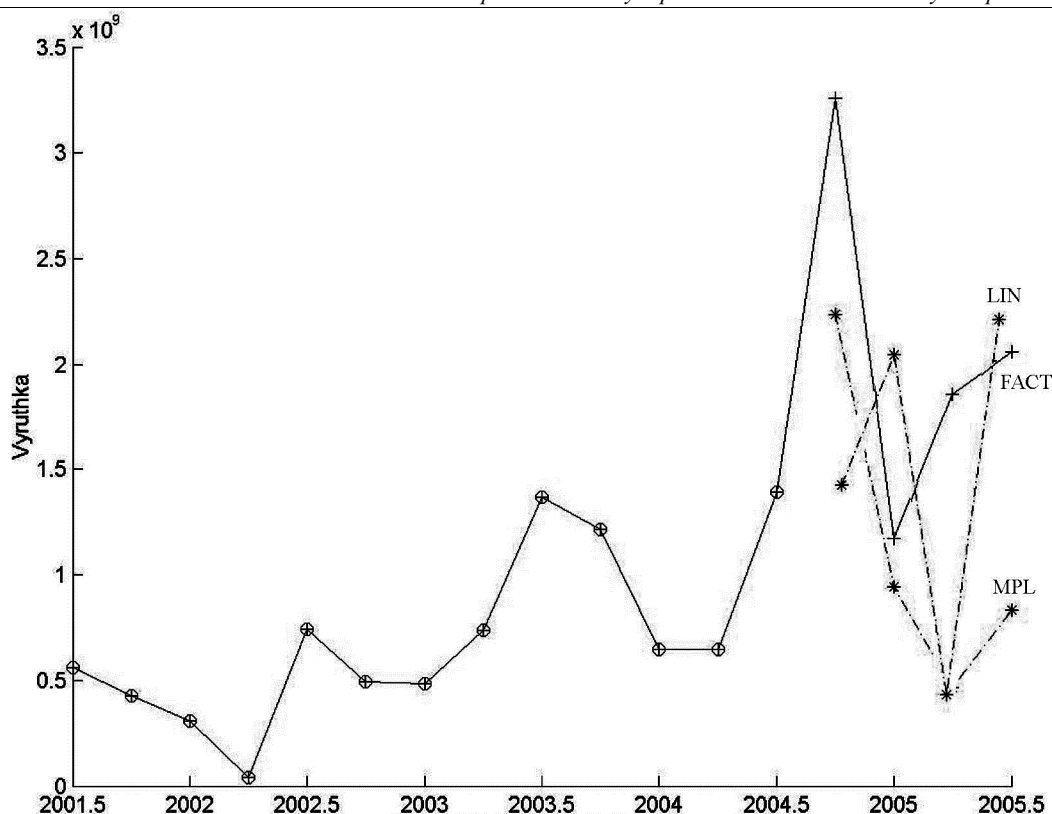


Рис. 3. Динамика изменения и прогнозирования выручки предприятия

Таблица 2. Сравнительный анализ качества прогнозирования ряда данных сетями ADALINE и MLP

Пред- приятие	Показатель	Сеть ADALINE				Сеть MLP			
		Окно	Струк- тура	$R_{cp}$	$Rmse_{cp}$	Окно	Струк- тура	$R_{cp}$	$Rmse_{cp}$
1	Прибыль	5	5-1	0,608	1,572	3	7-7-7-4	-0,398	1,247
	Выручка			-0,262	3,440			0,923	1,502
	Задолженность			-0,511	0,574			0,933	0,598
	Активы			0,329	3,232			0,688	2,238
	<b>Среднее</b>			<b>0,041</b>	<b>2,212</b>			<b>0,537</b>	<b>1,396</b>
2	Прибыль	4	4-1	0,446	0,668	4	6-7-4	0,649	0,717
	Выручка			0,306	0,318			-0,812	0,191
	Задолженность			-0,207	3,626			0,931	1,865
	Активы			-0,382	0,094			0,738	0,104
	<b>Среднее</b>			<b>-0,041</b>	<b>1,176</b>			<b>0,377</b>	<b>0,719</b>
3	Прибыль	5	5-1	0,729	0,117	4	9-9-7-4	0,978	0,016
	Выручка			1,159	1,5			0,833	0,125
	Задолженность			-0,119	0,826			0,757	1,254
	Активы			-0,493	0,778			-0,352	0,577
	<b>Среднее</b>			<b>0,319</b>	<b>0,805</b>			<b>0,554</b>	<b>0,493</b>
4	Прибыль	3	3-1	0,814	0,014	5	7-7-4	0,974	0,110
	Выручка			0,836	1,150			0,962	0,385
	Задолженность			0,801	0,904			0,913	1,422
	Активы			-0,073	0,496			0,297	0,373
	<b>Среднее</b>			<b>0,595</b>	<b>0,641</b>			<b>0,787</b>	<b>0,573</b>

Анализируя результаты эксперимента можно заключить, что многослойный персептрон дает лучшие результаты прогнозирования по сравнению с линейной адаптивной сетью.

### 6. Заключение

В статье рассмотрено применение нейронных сетей для авторегрессионного прогнозирования финансово-хозяйственной деятельности предприятий. Отмечено основное преимущество нейронной сети – простота реализации и адаптации для построения нелинейных прогнозирующих мо-

делей. Рассмотрены однофакторный и многофакторный варианты прогнозирования финансово-хозяйственной деятельности предприятий. Выделена основная проблема – малая выборка данных для анализа. Приведена архитектура и метод обучения прогнозирующей нейронной сети.

Представлены результаты прогнозирования ряда показателей работы 4-х предприятий. Приведена сравнительная оценка адекватности линейной нейронной сети и многослойного персептрона.

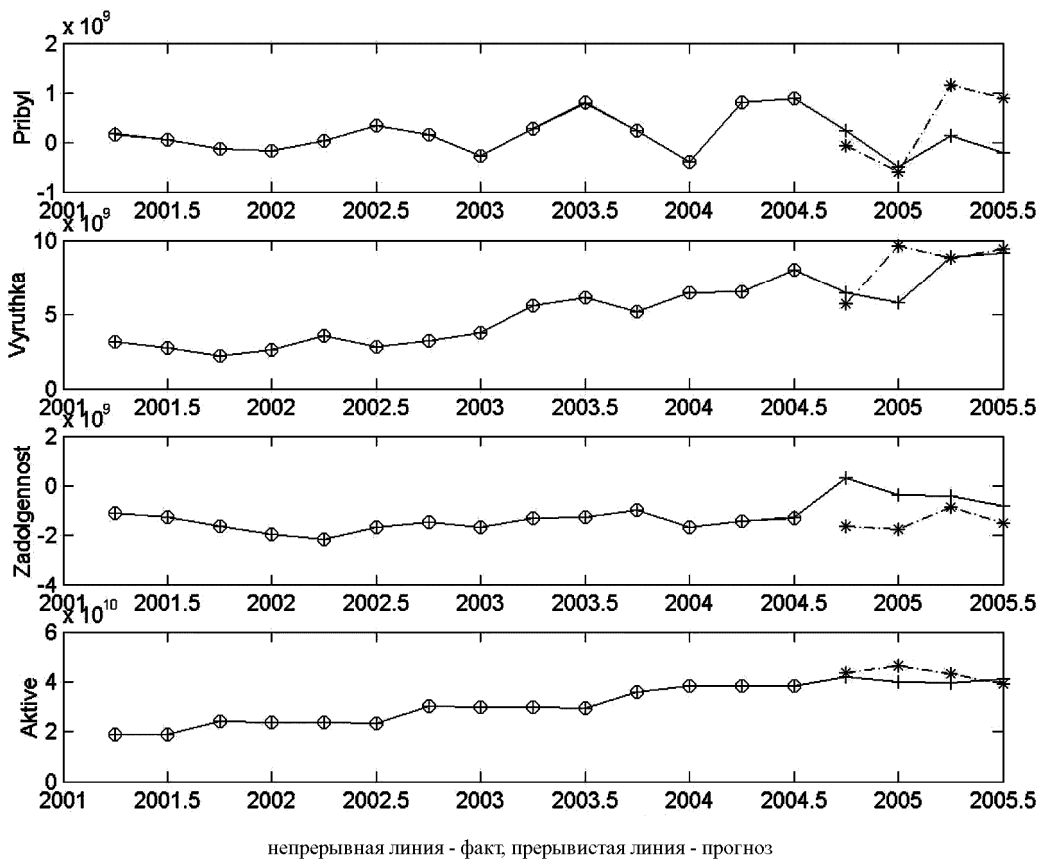


Рис. 4. Динамика изменения показателей и их прогноза с помощью ADALINE

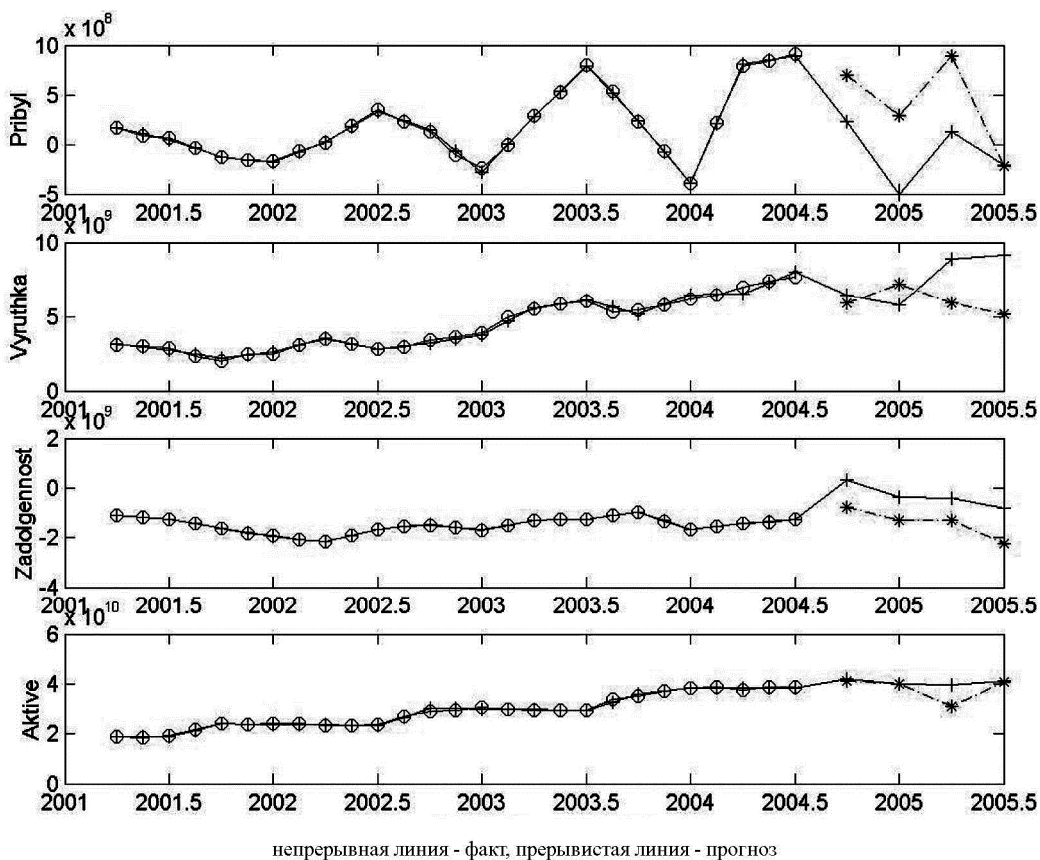


Рис. 5. Динамика изменения показателей и их прогноза с помощью MPL

В заключение необходимо отметить, что построение моделей с использованием нейронных сетей для прогнозирования показателей работы предприятий представляется эффективным и своевременным в современных условиях функционирования рынка.

**СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1. Грищенко О.В. Анализ и диагностика финансово-хозяйственной деятельности предприятия: Учебное пособие. -Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2000-112с.
2. Ежов А.А., Шумский С.А. Нейрокомпьютинг и его применения в экономике и бизнесе. – М.: 1998- 216с.
3. Тихонов Э.И. Методы прогнозирования в условиях рынка: учебное пособие.-Невинномысск, 2006-221с.

4. Головач Э.П. Коммерческие риски в строительстве: Курс лекций. – Брест: изд.БГТУ, 2003-168с.
5. Rumelhart D., Hinton G., Williams R. Learning internal representations by error propagation // Parallel Distributed Processing. – 1986. – Vol. 1. – P. 318 - 362.
6. Медведев В.С., Потемкин В.Г. Нейронные сети. MATLAB 6.-М.: Диалог-МИФИ, 2002-496с.
7. Головкин В.А. Нейронные сети: обучение, организация и применение. Кн. 4: Учеб. пособие для вузов / Общая ред. А.И. Галушкина. – М.: ИПРЖР, 2001. – 256 с.
8. Головкин В.А. Нейроинтеллект: теория и применение. Книга 1: Организация и обучение нейронных сетей с прямыми и обратными связями. – Брест Изд.БПИ, 1999-264с.

Статья поступила в редакцию 13.03.2007

УДК 372.800.26.046.14

*Шуть В.Н., Иванюк Д.С., Свирский В.М., Теленкевич Р.С.*

**ЭВРИСТИЧЕСКИЕ АЛГОРИТМЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИЗОМОРФИЗМА ГРАФОВ**

**1. Введение**

Многие практические задачи приводят к необходимости распознавания изоморфизма сложных структур, которые могут быть заданы в форме матриц или графов. С содержательной точки зрения изоморфизм структур означает тождественность их функционирования, что приводит в некоторых случаях к возможности замены одной структуры другой, ей изоморфной. Однако для распознавания изоморфизма применяется алгоритм полного перебора, что делает проблему изоморфизма практически нерешимой уже при сравнительно небольшом количестве элементов данной структуры.

В данной работе будут предложены одни из возможных методов, ведущих в некоторых случаях к существенному сокращению перебора при решении данной задачи.

**2. Постановка задачи**

Пусть  $G = (X, F)$  и  $H = (Y, P)$  - два произвольных графа. Напомним, что графы  $G$  и  $H$  называются изоморфными, если множества  $X$  и  $Y$  эквивалентны (имеет место  $X \subseteq Y$  и  $Y \subseteq X$ ) и для любых  $x \in X$  и  $y \in Y$ , которые поставлены во взаимно однозначное соответствие, выполняется  $Fx$  эквивалентно  $Py$ .

Легко видеть, что для распознавания изоморфизма графов  $G$  и  $H$ , которые имеют  $n$  вершин, требуется в общем случае выполнить  $n!$  попарных сравнений. Из приведенных оценок числа сравнений видно, что уже при относительно небольшом количестве элементов в графах (около 100) решение задачи об изоморфизме методом полного перебора невозможно даже с помощью новейших вычислительных машин.

На рисунке 1 изображены изоморфные графы.

**3. Существующие методы установления изоморфизма**

*Метод анализа вектора степеней вершин*

Очевидно, что графы с разным количеством вершин не могут быть изоморфны.

Суть алгоритма следующая: необходимо, зафиксировав порядок вершин первого графа (например, отсортировав по количеству вершин), переставлять вершины второго до тех пор, пока мы не получим искомым изоморфизм. Перебор упрощается тем, что изоморфными могут быть только вершины одного веса (с одинаковой схемой количества входящих и исходящих ребёр).

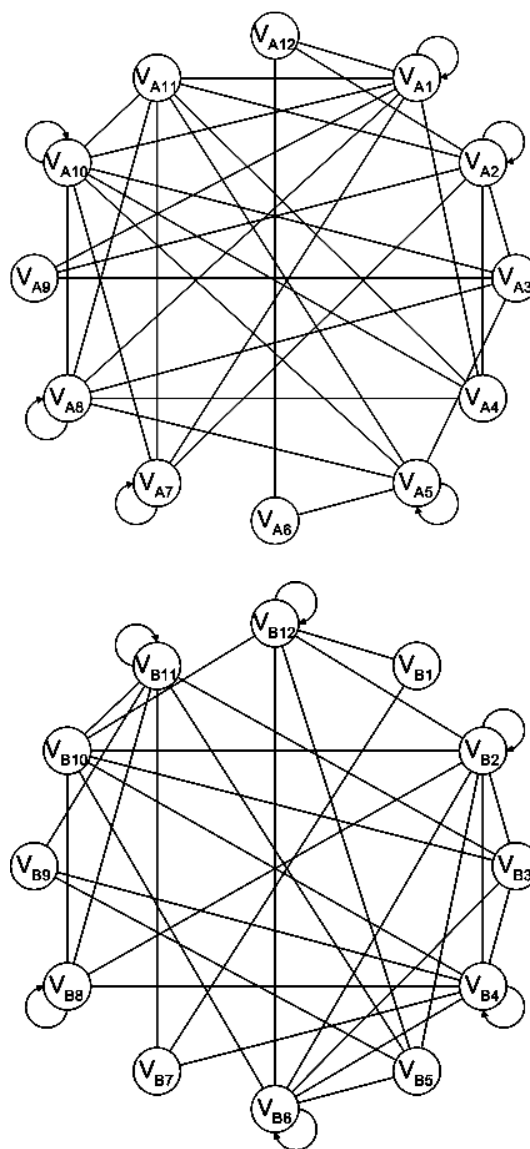


Рис. 1. Изоморфные графы  $G_A$  и  $G_B$

*Иванюк Дмитрий Сергеевич, магистрант БрГТУ.*

*Теленкевич Р.С., студент 3-го курса ИИИ кафедры интеллектуальных информационных технологий БрГТУ.*

*Беларусь, Брестский государственный технический университет, 224017, г. Брест, ул. Московская 267.*

*Физика, математика, информатика*