где выражения для $F_{x'}$, $F_{y'}$ имеют вид (1), а буквой A с соответствующими индексами для краткости обозначены элементы матрицы перехода между соответствующими базисами, который в краткой записи имеет вид $\vec{e}_{i'} = A_{i'k}\vec{e}_k$, и которые выписаны в (3). Уравнения вращательного движения в системе координат (C,ζ,η,z') имеют вид:

$$\frac{d\Omega_\zeta}{dt} = 0, \ \frac{d\Omega_\eta}{dt} = 0, \ \frac{d\Omega_{z'}}{dt} = \frac{12}{ml^2} M_{z'}, \qquad (5)$$

где $M_{z'}$ дается выражением (2), а $\Omega_{z'} = \frac{d\varphi}{dt}$. Если описывать вращение струны в проекциях вектора $\vec{\Omega}$ угловой скорости на оси системы координат (O,x,y,z), то аналогично (4) имеем:

$$\Omega_x = \Omega_{x'}B_{x'x} + \Omega_{y'}B_{y'x} + \Omega_{z'}B_{z'x},$$
$$\Omega_y = \Omega_{x'}B_{x'y} + \Omega_{y'}B_{y'y} + \Omega_{z'}B_{z'y},$$
$$\Omega_z = \Omega_{x'}B_{x'z} + \Omega_{y'}B_{y'z} + \Omega_{z'}B_{z'z}, \qquad (6)$$

где матрица $B_{i'j}$ получается из матрицы $A_{k'm}$ путем умножения на матрицу перехода от системы координат (C,x',y',z') к системе (C,ζ,η,z'), имеющую очевидный вид. После дифференцирования (6) и использования (5) получаются явные уравнения вращательного движения относительно осей системы координат (O,x,y,z), которые в силу их громоздкости выписывать не будем. Аналогичным образом могут быть получены уравнения вращательного движения, явно учитывающие наличие двух вращательных степеней свободы, т.е. уравнения, определяющие $\frac{d^2\alpha}{dt^2}$ и $\frac{d^2\theta}{dt^2}$.

Для этого достаточно спроектировать вектор $\vec{\Omega}$ на оси, перпендикулярные плоскостям, проходящим через струну и оси Cx'' и Cz'' соответственно. Ввиду громоздкости получаемых выражений мы их также выписывать не будем. Приближение пробной струны получается при использовании в (1)-(6) разложений в ряд по (ζ / r_c) и предположения $(\zeta / r_c)^2 << 1$. В силу сложности и громоздкости получаемых выражений их анализ и извлечение следствий из них возможны только с использованием систем компьютерной алгебры. Применению системы *Mathematica* для анализа движения пробной струны без внутренних степеней свободы в сферически-симметричном поле в нерелятивистском и неквантовом пределе будут посвящены последующие работы.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. А.Ю. Морозов. Теория струн // Успехи физич. наук.– 1992. – Т.162, № 8. – С.83-176.
2. A. Morozov. Integrable Systems and Double-Loop Algebras in String Theory // Mod. Phys. Ser. A. – 1991. – V.6, № 16. – P. 1525-1532.
3. A. Polyakov. Self-tuning Fields and Resonant Correlations in 2D Gravity // Mod. Phys. Lett. Ser. A. –1991. – V.6. – P. 635.

УДК 53.035

Гладыщук А.А., Чопчиц Н.И., Чугунов С.В.

ЗАДАЧИ ПЯТОГО УРОВНЯ В ТЕСТАХ ПО ФИЗИКЕ

В задачах 5-го уровня рассматриваются достаточно сложные варианты взаимодействия идей и представлений курса физики, причем сложности могут вносить как технический (в смысле необходимости проведения достаточно деликатных и громоздких математических выкладок преобразований), так и концептуальный характер. Сначала, в качестве примера, рассмотрим задачу 5-го уровня из пробного тестирования 2004 г, а затем из тестов, предлагавшихся в 2004 году для поступающих на специальности “Системы и сети”, “Искусственный интеллект” электронно-механического факультета.

Условие задачи 1. Две подвижные горки одинаковой массы M могут без трения скользить по горизонтальной опоре. С левой горки соскальзывает шайба массой m с высоты H. Пренебрегая трением, определить, на какую максимальную высоту поднимается шайба на правой горке (рис. 1).

Решение.

Одна из основных проблем, которая возникает при решении подобных задач – определение способа решения, т.е. как выбрать из множества законов такие, использование которых приведет к желаемому результату. Так, применение второго закона Ньютона в данной задаче нерационально, т.к. неизвестен профиль горки и использование этого закона приводит к сложным математическим расчетам, о которых учащиеся узнают только в высшей школе. Необходимо догадаться, что её целесообразно решать с помощью законов сохранения, которые справедливы в рамках этой задачи, т.к. отсутствует трение и нет неконсервативных сил. Заметим, в силу того, что горки не связаны друг с другом, задачу следует решать в два этапа: первый этап состоит в определении, скорости шайбы в конечный момент соскальзывания с левой горки (она же начальная скорость при въезде на правую горку); второй этап – рассмотрение движения шайбы по правой горке, т.е. нахождение искомой величины.

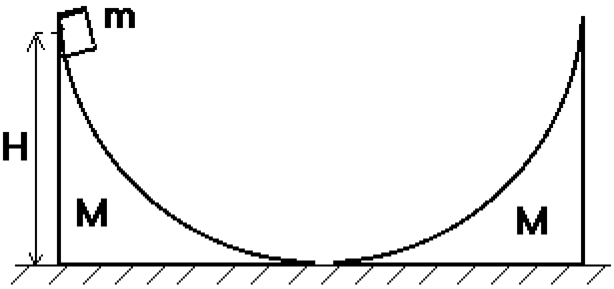

Рис. 1.

Первый этап. Пусть при спуске шайбы с правой горки тела приобретают относительно земли скорости $\vec{v}_1$ и $\vec{u}$ (рис. 2).

Запишем закон сохранения импульса, учтя, что в начальный момент система находилась в покое:

Чугунов С.В, *ассистент кафедры физики Брестского государственного технического университета.*
Беларусь, БГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

$$Ox\!:\; 0 = -Mv_1 + mu\,. \qquad (1)$$

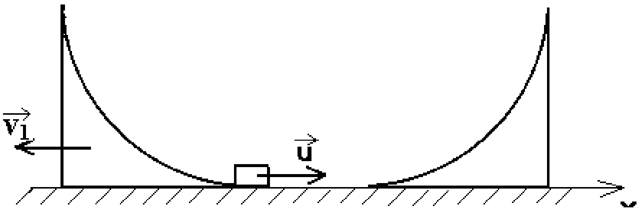

Рис. 2.

Также воспользуемся законом сохранения полной механической энергии, считая потенциальную энергию шайбы равной нулю на уровне опоры. Тогда получим следующее уравнение:

$$mgH = \frac{mu^2}{2} + \frac{Mv_1^2}{2}\,. \qquad (2)$$

Решая совместно уравнения 1 и 2, найдем u - скорость шайбы при ее съезде с первой горки:

$$u = \sqrt{\frac{2gHM}{M+m}}\,. \qquad (3)$$

<u>Второй этап</u>. Для определения максимальной высоты подъема шайбы на правую горку, необходимо сначала установить, в каком положении шайбы на горке высота принимает максимальное значение.

Когда шайба начнет скользить по правой горке, горка станет двигаться в первоначальном направлении шайбы. При этом скорость шайбы, как нетрудно заметить, будет уменьшаться, а горки увеличиваться, и в какой-то момент шайба станет, на мгновение, неподвижной относительно горки. Тогда можно сказать, что наблюдатель, образно говоря, “севший” на горку увидит, что шайба выше подниматься не будет. Таким образом, высота будет максимальной, когда относительная скорость шайбы и горки станет равной нулю, т.е. в лабораторной системе отсчета в этот момент они будут двигаться с одной и той же скоростью $\vec{v}_2$, (рис. 3)

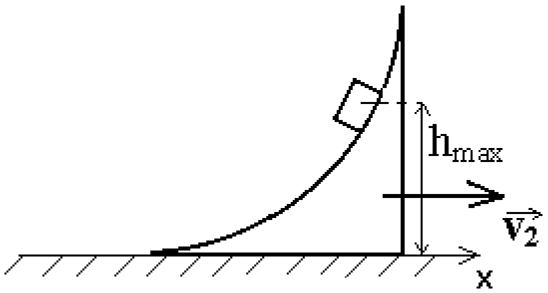

Рис. 3.

Запишем, с учетом выше сказанного, законы сохранения для второго этапа:

$$Ox\!:\; mu = Mv_2 + mv_2 \qquad (4)$$

$$\frac{mu^2}{2} = \frac{Mv_2^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} + mgh_{\max}\,. \qquad (5)$$

Решая систему уравнений 4 и 5, с учетом 3, получим искомую величину:

$$h_{\max} = \frac{HM^2}{(M+m)^2}\,.$$

Давайте теперь рассмотрим более сложную задачу, где необходимо более глубокое и тонкое понимание физических процессов и законов.

<u>Условие задачи 2</u>. На гладком горизонтальном столе покоятся три одинаковых шарика, несущие одинаковые заряды q и соединенные друг с другом невесомыми непроводящими нерастяжимыми нитями длиной l каждая. Одну из нитей пережигают. Найти натяжение нитей в тот момент, когда скорость среднего шарика максимальна.

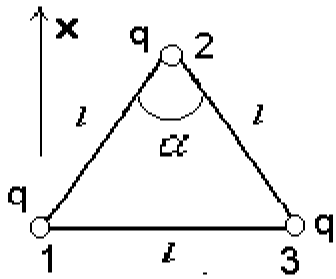

Рис. 1.

<u>**Решение**</u>. (На рисунках показан вид системы сверху.)

Т.к. необходимо найти силу натяжения нити, ясно, что без использования второго закона Ньютона не обойтись. Но для того, чтобы им воспользоваться мы должны знать, по каким траекториям движутся шарики, а также в каком положении шариков скорость среднего будет максимальной. Отметим еще тот факт, что на систему тел «шарики-нити» не действуют внешние силы в горизонтальном направлении и отсутствует трение. Это говорит о том, что в этой системе тел выполняются законы сохранения и импульса и энергии.

Давайте рассмотрим, что же происходит, если мы пережжем нить, соединяющую шарик 1 и 3. Все шарики придут в движение, и поскольку, система все время симметрична относительно шарика 2, скорости шариков 1 и 3 равны друг другу (рис. 2).

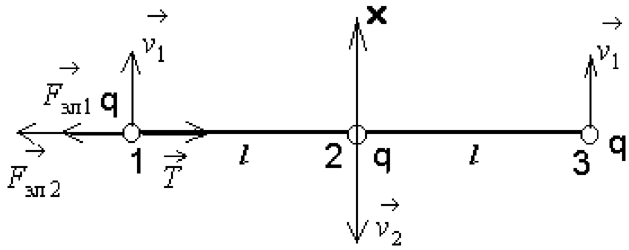

Рис. 2.

По мере того, как угол α между нитями возрастает потенциальная энергия системы убывает, тогда, в силу закона сохранения энергии, увеличивается кинетическая энергия. Т.к. потенциальная энергия системы минимальна, когда заряды находятся на одной прямой, т.е. при $\alpha = 180^0$, кинетическая энергия системы в этом положении принимает максимальное значение. Таким образом, скорости шариков максимальны при прохождении этого положения. Сравним максимальные скорости, используя закон сохранения импульса:

$$\mathbf{Ox\!:\; 0 = -}m\mathbf{v_2 + 2}m\mathbf{v_1}$$

Следовательно, $v_2 = 2v_1$, т.е. скорость шарика 2 в два раза больше скорости шариков 1 и 3 в момент, когда заряды находятся на одной прямой. Воспользуемся законом сохранения энергии для определения скорости v_1.

Потенциальная энергия взаимодействия в исходном состоянии:

$$W_{нач} = 3\frac{1}{2}\left[q\left(\frac{kq}{l} + \frac{kq}{l}\right)\right] = \frac{3kq^2}{l}, \qquad k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

В конечном:

$$W_{кон}=\frac{1}{2}\left[2q\left(\frac{kq}{l}+\frac{kq}{2l}\right)+q\left(\frac{kq}{l}+\frac{kq}{l}\right)\right]=\frac{5kq^2}{2l}$$

Закон сохранения энергии дает

$$2\frac{mv_1^2}{2}+\frac{m(2v_1)^2}{2}+W_{кон}=W_{нач}\text{, откуда } mv_1^2=\frac{kq^2}{6l}$$

В лабораторной ИСО средний шарик 2 движется прямолинейно, но траектории крайних шариков – сложные кривые, для которых даже нет специального названия. Потому использования второго закона Ньютона в лабораторной инерциальной системе отсчета для определения силы натяжения невозможно, т.к. неизвестен радиус траектории. В СО, связанной со средним шариком траектории крайних шариков окружности радиуса l с центром, совпадающим со средним шариком. Однако, система отсчета, связанная со средним шариком, вообще говоря, неинерциальная, поэтому при записи второго закона Ньютона в этой СО, нужно учитывать силы инерции. Как нетрудно видеть, в момент, показанный на втором рисунке, ускорение среднего шарика равно нулю, и, следовательно, система отсчета, с ним связанная, становится на мгновение инерциальной. В этой СО скорость крайних шариков равна $3v_1$, поэтому второй закон Ньютона в этой системе отсчета имеет вид:

$$\frac{m(3v_1)^2}{l}=-\frac{kq^2}{l^2}-\frac{kq^2}{4l^2}+T_{\max},$$

$$\text{откуда } T_{\max}=\frac{9mv^2}{l}+\frac{5kq^2}{4l^2}=\frac{11kq^2}{4l^2}=\frac{11q^2}{16\pi\varepsilon_0 l^2}$$

Итак, задачи пятого уровня сложности – задачи, требующие углубленного понимания физических явлений, творческого мышления, комплексного использования заданий по различным разделам физики, позволяющего путем логических рассуждений связать происходящие явления или процессы.

УДК 378.146+378.147(07)

Чопчиц Н.И., Гладыщук А.А.

АНАЛИЗ ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ЦЕНТРАЛИЗОВАННОГО ТЕСТИРОВАНИЯ ПО ФИЗИКЕ В 2003 ГОДУ

Использование тестирования для оценки знаний с последующим использованием оценки как итоговой школьной и как конкурсной при поступлении в ВУЗы требует разработки как формальных, так и содержательных аспектов тестирования. К формальным аспектам можно отнести выбор варианта (открытого или закрытого) системы предпочтений, т.е., во-первых, указание оценок за соответствующие задания в баллах прямо в тексте тестов или формирования системы баллов post hoc, и, во-вторых, предъявление системы перевода числа баллов в оценку или с самого начала, или формирования системы после анализа выполнения тестовых заданий. Кафедра физики БГТУ последовательно отстаивает (а пока безуспешно) вариант открытости системы предпочтений, а для перевода числа баллов в оценку уже более 10 лет пропагандирует использование функции желательности Харрингтона, для чего имеются весьма глубокие психологические, онтологические и математические основания. К формальным аспектам с оговорками можно отнести также определение числа заданий, их сложности и времени, отводимого на их выполнение. Представляется, что следует либо уменьшить число заданий при сохранении длительности теста, либо при сохранении числа заданий числа заданий увеличить время на их выполнение до 4 часов. Далее речь будет идти о содержательных аспектах, однако мы полагаем, что система оценок, используемая в последующие годы, должна быть соотнесена с замечаниями, изложенными ниже. Поскольку задания, предлагавшиеся в 2004 году, до сих пор не стали достоянием научной и педагогической общественности, и поскольку есть все основания полагать, что имела место преемственность при их составлении, представляется целесообразным рассмотреть задания 2003 года.

Общие замечания.

При формировании тестовых заданий следует определиться, какой из Программ нужно следовать: или Программе для поступающих или базовой школьной Программе. В любом случае при имеющем место несовпадении этих Программ могут возникать проблемы. В рассматриваемых тестах фигурируют вопросы, не входящие в Программу для поступающих (ПП): это вопросы, связанные с поверхностным натяжением, тепловым расширением и волнами де Бройля. Разумно ожидать, что при формировании оценки, предъявляемой при поступлении в ВУЗ, неверный ответ на такой вопрос не должен влиять на оценку, а на итоговую школьную оценку влиять должен – совместить эти два требования в любой системе оценок для некоторых пограничных ситуаций невозможно. Далее, во многих задачах приводятся избыточные данные, которые не нужны для ответа на поставленный вопрос (А3, тест 1, например). Сама по себе идея введения избыточных данных имеет ряд преимуществ, однако для их реализации необходимо было анонсировать идею в инструкции для учащихся, ибо для учащихся, воспитанных в традиционной школьной манере, лишние данные – это повод для большей частью бесплодных размышлений, особенно нежелательных при тотальном дефиците времени. Общим для многих тестовых заданий является весьма произвольное обращение со стандартными правилами округления и правилами задания численных значений. В качестве примера укажем на значение постоянной Планка в «Инструкции для учащихся»: h=6,62·10^{-34} Дж·с вместо h=6,626·10^{-34} Дж·с≈6,63·10^{-34} Дж·с, а также на задание А10 теста №1, в котором масса груза равна 400 г (относительная погрешность задания примерно 0,1%), амплитуда равна 4 см (относительная погрешность 12,5%) и циклическая частота – 4 с$^{-1}$ (12,5%). В соответствии со стандартными правилами значение потенциальной энергии должно быть записано в виде 5 мДж. Если вычислять без учета погрешностей, то получается 5,12 мДж, но это при некритичном округлении есть 5,1 мДж, а не 5,0 мДж, т.е. правильного ответа в задании нет. Укажем еще на некоторую фантастичность задаваемых численных значений. Например, в задании А12 теста №1 указана средняя квадратичная скорость молекул газа, равная 100 м/с. Полагая T=300 К, получим M=0,75 кг/моль, что характерно, скорее, для некоторых органических молекул (но не газов!). Далее рассматриваются замечания по каждому тесту в отдельности.

Тест №1

А4. Пропущено слово «минимальном».