

Рисунок 1- Пример выполнения условий 1 и 2

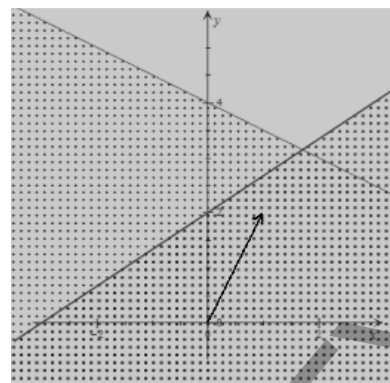


Рисунок 2- Пример выполнения условия 2

Сравнение утверждений 1 и 2 позволяет сделать выводы. Существуют ситуации, когда выполняется утверждение 1, но не выполняется утверждение 2, и наоборот. Рассмотрим пример как на рис. 1, но изменим целевую функцию:

$$\begin{cases} -x_1 - x_2 \rightarrow \max \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 6 \\ x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\frac{a_{1j}}{b_1} \geq \frac{a_{2j}}{b_2} \quad \frac{2}{6} \geq \frac{1}{8} \quad \frac{3}{6} \geq \frac{2}{8}; \quad \bar{\varphi}_1 = \infty; \bar{\varphi}_2 = \infty; \underline{\varphi}_1 = 3; \underline{\varphi}_2 = 8; \text{ утверждение 2 не выполнено т.к.:}$$

$$8 = \underline{\varphi}_2 < \min_k \bar{\varphi}_k = \infty$$

Утверждение 1 параметрическое и позволяет несложными вычислениями выявить несущественные ограничения, а утверждение 2 требует оптимизационной задачи, что делает выявление несущественные ограничения сложнее.

#### Список цитированных источников

1. Цехан, О.Б. Условия для выявления избыточных ограничений в моделях оптимизации // Вестник ГрГУ, сер. 2. – 2011. – № 1. – Стр.58-66.
2. Воробьев, И.Ю. Выделение и анализ ситуаций наличия излишних ограничений в задачах линейного программирования / Воробьев И.Ю., Степанова Т.В. // Молодежь и наука: реальность и будущее: материалы IV Международной научно-практической конференции / Редкол.: О.А. Мазур, Т.Н. Рябченко, А.А. Шатохин: в 4 томах. – Невинномысск: НИЭУП, 2011. – Том IV: Естественные и прикладные науки. – С.423-426
3. Первозванский, А.А. Декомпозиция, агрегирование и приближенная оптимизация / А.А. Первозванский, В.Г. Гайцгори. – НАУКА, 1979. – 344.

УДК 681.84/.89:534.647

## РЕЖИМЫ ЦИФРОВОГО СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА ДЛЯ ВИБРОМОНИТОРИНГА ТРУБЧАТЫХ ЭЛЕМЕНТОВ БОЛЬШЕПРОЛЕТНЫХ СООРУЖЕНИЙ

Стойко В.С., Дереченник С.С. - мл.

УО «Брестский государственный технический университет», г. Брест  
Научный руководитель – Дереченник С.С., к.т.н., доцент

Решение проблемы конструктивной безопасности сооружений, в особенности большепролетных, обуславливает необходимость системной организации контроля их текущего технического состояния. В ее основе продолжает оставаться периодическое проведение обследований напряженно-деформированного состояния элементов несущих конструкций.

Эффективным неразрушающим методом контроля состояния стержневых (трубчатых) элементов является вибродиагностика – измерение собственных частот поперечных колебаний элемента, зависящей от внутреннего осевого сжимающего либо растягивающего усилия.

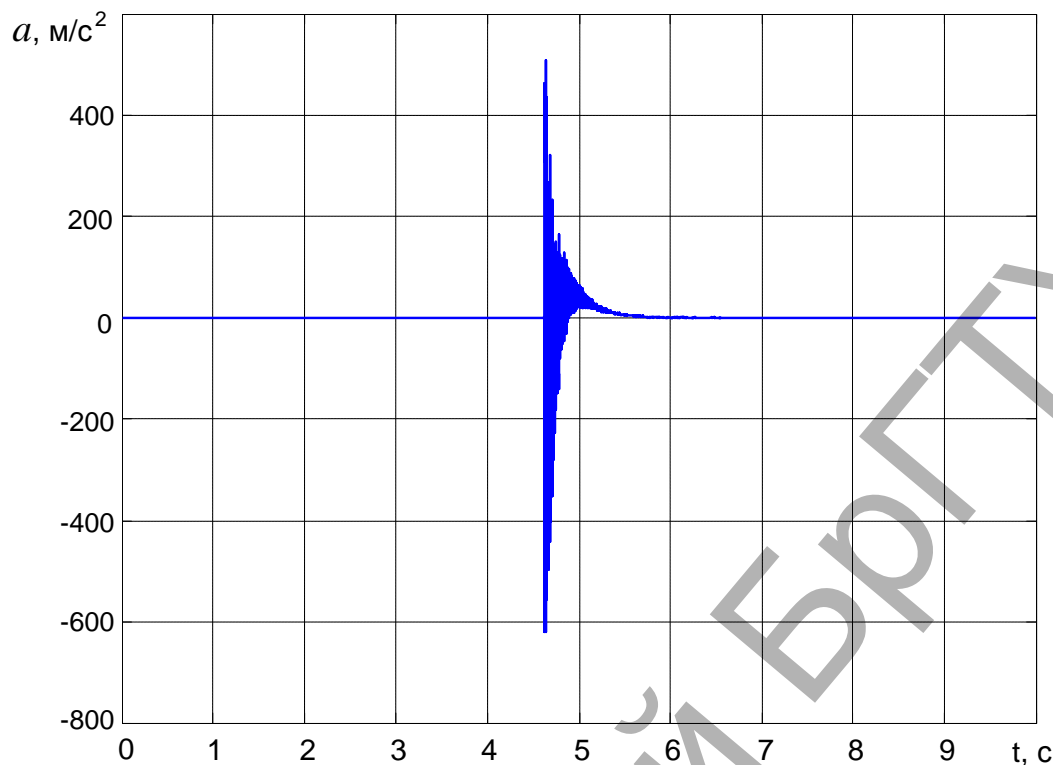
Подобный подход, применительно к структурной системе «БрГТУ», положен в основу комплексных мероприятий по мониторингу технического состояния ряда уникальных большепролетных сооружений, в том числе Летнего амфитеатра в г. Витебске. В частности, для определения первой собственной частоты колебаний используется компьютерная измерительная система анализа характеристик вибрации ВИКМА-1, базирующаяся на переносной персональной ЭВМ [1].

Организация регулярных обследований с использованием данной измерительной системы заметно усложнена повышенной трудоемкостью их проведения, что связано с необходимостью присутствия специалистов в точках контроля (т.е. непосредственно на самой конструкции). Возможным вариантом решения указанной проблемы представляется создание стационарно расположенной на сооружении и работающей в автоматическом режиме многоканальной (многоточечной) системы мониторинга. Такая система должна включать в себя: первичные преобразователи (источники вибрации и датчики) и модули обработки вибросигнала (цифрового спектрального анализа), а также центральный блок, обеспечивающий управление работой модулей, сбор, хранение и индикацию (либо передачу по каналам связи) полученных результатов.

Для обработки информации от первичного датчика необходимо: преобразовать электрический сигнал датчика вибрации в цифровой код, накопить отсчеты сигнала за заданный промежуток времени в буферной памяти, выполнить цифровую обработку сигнала (например, быстрое преобразование Фурье) для выявления собственной частоты колебаний. Мониторинг большинства сооружений рассматриваемого типа выполняется не менее чем в 10-15 точках контроля, соответственно число модулей обработки вибросигнала в системе может достигать нескольких десятков. Экономические соображения диктуют построение модуля на недорогих элементах, в том числе микроконтроллере с ограниченной вычислительной мощностью. Поэтому используемые режимы цифровой обработки сигнала должны обеспечить наименьшую вычислительную сложность алгоритма обработки и, в то же время, достаточную для целей мониторинга точность измерений.

В рамках указанной задачи нами выполнен анализ основных характеристик вибрационного сигнала типичного стержневого элемента. Поперечная вибрация в стержне возбуждалась коротким импульсным (ударным) воздействием, а вибрационный сигнал с пьезоэлектрического акселерометра типа AP98-100-1 с помощью компьютерной измерительной системы ВИКМА-1 оцифровывался на частоте дискретизации около 47 кГц и фиксировался в виде текстового файла (временная диаграмма виброускорения для одного из таких сигналов приведена на рисунке 1).

Исходный сигнал обладает двумя важными особенностями: очень высокой (до 40-60 g) амплитудой начальных ускорений возбуждаемого колебания; быстрым затуханием вынужденных колебаний (их амплитуда снижается более чем в 100 раз в течение 0,5 с). Для корректности анализа выделим временной интервал, соответствующий преимущественно свободным колебаниям стержня. В дальнейшем исследовались отрезки сигналов длительностью  $t_1 = 5$  с и  $t_2 = 3,33$  с, примыкающие к концу общего 10-секундного интервала. Цифровой спектральный анализ сигнала осуществлялся методом периодограмм [2].



**Рисунок 1 – Временная диаграмма ускорения затухающих поперечных колебаний стержневого элемента, возбужденных импульсным воздействием**

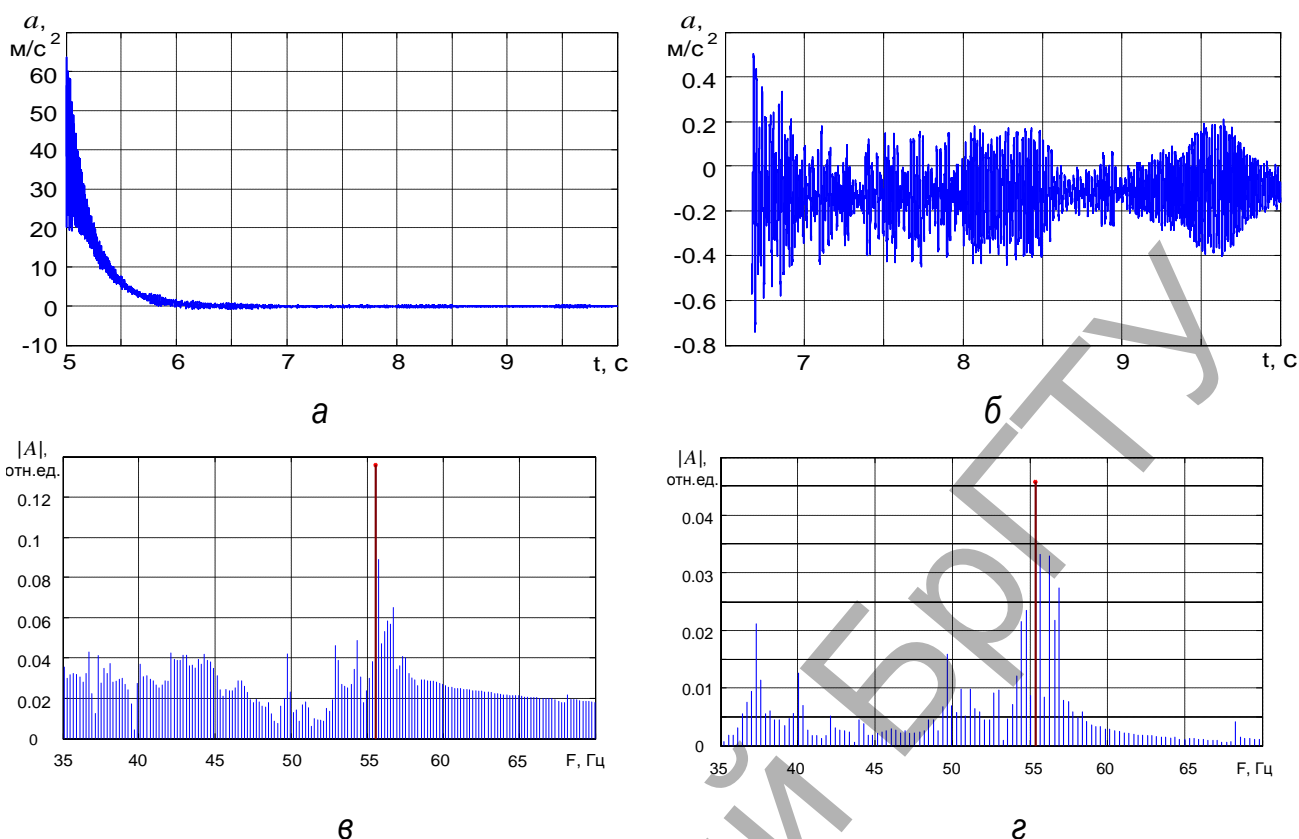
Расчеты выполнялись в среде Matlab 6.5 с использованием пакета Signal Processing Toolbox, в том числе его функции `fft`, реализующей алгоритм одномерного дискретного прямого преобразования Фурье (с прямоугольным окном, т.е. без взвешивания отсчетов):

$$\dot{A}(k) = \sum_{j=1}^N a(j) \cdot \exp(-i 2\pi(j-1)(k-1)/N),$$

где  $\dot{A}(k)$  – комплексные отсчеты дискретного спектра сигнала ( $k = \overline{1, N}$ ),  $a(j)$  – отсчеты временной диаграммы,  $N$  – количество отсчетов сигнала и полного (симметричного относительно нулевой частоты) спектра импульса.

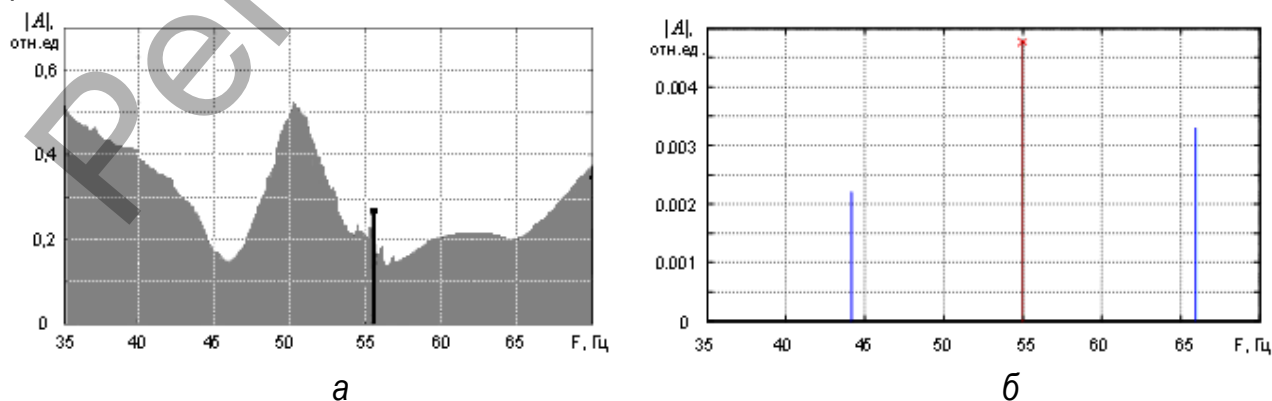
Поскольку первая собственная частота типичных стержневых элементов, подвергнутым растягивающим / сжимающим усилиям до  $\pm 350$  кН, лежит в пределах 35...70 Гц, частотный спектр сигналов анализировался в таком же диапазоне. Учитывая, что исходная частота дискретизации  $f_d = 47$  кГц, применительно к низкочастотному спектральному анализу, является избыточной, выполнялась целочисленная децимация (прореживание) исходных отсчетов сигнала с коэффициентом 100, что эквивалентно снижению частоты дискретизации на два порядка. Результаты цифровой обработки сигналов в указанном режиме приведены на рисунке 2.

Для нахождения первой собственной частоты колебаний стержневых элементов (в приведенном случае: 55,3-55,5 Гц) достаточными оказались следующие режимы цифровой обработки сигнала: частота дискретизации  $f_d = 0,4 \dots 0,5$  кГц, длительность исследуемых отрезков  $t = 5 \dots 3,33$  с. При этом разрешающая способность анализа составляет  $\Delta F = 1/t = (0,2 \dots 0,3)$  Гц.



**Рисунок 2 – Отрезки временной диаграммы виброколебаний длительностью 5 с (а) и 3,33 с (б) и соответствующие им спектрограммы (в, г), полученные при частоте дискретизации 470 Гц и изображенные в относительных единицах спектральной мощности**

Повышение разрешения путем увеличения длительности виброграммы за счет включения в анализируемый интервал участка вынужденных колебаний неэффективно, т.к. наложение широкополосного спектра возбуждающего (ударного) импульса практически исключает корректную расшифровку спектра (рисунок 3а). Интересно, что обработка сверхкоротких интервалов может иногда (впрочем, вполне случайно) давать удовлетворительные результаты, если искомая частота близка к целочисленной кратности интервалу  $\Delta F$  между линиями спектра. Например, анализируя рассматриваемый выше сигнал на интервале длиной  $t = 0,091$  с, удается получить максимальный отсчет спектра на частоте 55 Гц (рисунок 3б). Конечно, точно такой же отсчет был бы наибольшим также при обработке сигнала с другой собственной частотой (например, 50 или 59 Гц), но ровно той же длительности.



**Рисунок 3 – Спектрограммы виброколебаний для временных интервалов 10 с (а) и 0,091 с (б). Первая собственная частота колебаний составляет  $55,4 \pm 0,2$  Гц**

Таким образом, вибромониторинг стержневых конструктивных элементов с собственными частотами колебаний до 70 Гц путем цифрового спектрального анализа выполняется с разрешающей способностью на уровне 0,2 Гц. Для обработки сигналов применимы автономные встраиваемые средства на базе распространенных микроконтроллеров, которые обеспечивают необходимую разрядность аналогово-цифрового преобразования на частоте до 500 Гц.

#### Список цитированных источников

1. Мигель, А.В. Строительный мониторинг большепролетного сооружения летнего амфитеатра в г. Витебске / А.В. Мигель, В.И. Драган // Вестник Брестского государственного технического университета. – 2009. – № 1 (55): Строительство и архитектура. – С. 54–58.
2. Гольденберг, Л.М. Цифровая обработка сигналов / Л.М. Гольденберг, Б.Д. Матюшкин, М.Н. Поляк. – М.: Радио и связь. – 256 с.

УДК 519.852

### ПРОГРАММНАЯ ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ГРАФИЧЕСКОГО МЕТОДА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЛП

**Трофимов А.Ю.**

УО «Гродненский государственный университет им. Янки Купалы», г. Гродно  
 Научный руководитель – Будько О.Н., канд. физ.-мат. наук, доцент

Как известно, линейное программирование (ЛП) – это наука о методах исследования и нахождения наибольших и наименьших значений линейной функции, на неизвестные которой наложены линейные ограничения. Таким образом, задачи ЛП относятся к простейшим задачам на условный экстремум. Казалось бы, что для исследования линейной функции многих переменных на условный экстремум достаточно применить хорошо разработанные методы математического анализа, однако невозможность их использования можно довольно просто проиллюстрировать.

Так как  $f(x)$  – линейная функция, то  $\frac{\partial f(x)}{\partial x_j} = c_j$ ,  $j = \overline{1, n}$ . Все коэффициенты линейной

функции не могут быть равны нулю, следовательно, внутри области, образованной системой ограничений, экстремальных точек не существуют. Они могут быть только на границе области, а математический аппарат производных там не работает.

Простейшим методом решения задач ЛП в случае двух переменных является хорошо известный графический метод [1].

Несмотря на всю простоту графического метода, при написании приложения-визуализации этого метода можно столкнуться с некоторыми трудностями:

- Интерпретация самого алгоритма
- Выявление области допустимых решений (ОДР)

**Постановка задачи.** Рассмотрим задачу ЛП от двух переменных с ограничениями-неравенствами вида (1):

$$Z(x) = C_1x_1 + C_2x_2 \rightarrow \text{extr}$$

$$\begin{cases} a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 \leq b_i, & i = \overline{1, k} \\ a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 \geq b_i, & i = \overline{k+1, m} \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

(1)