Результаты настоящей статьи доложены автором 06.09.2003г. на международной конференции "АМАДЕ – 2003" [30].

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Тузик А.И. Парное дискретное уравнение типа свертки с почти стабилизирующимися множителями специального вида // Весці АН Беларусі. Сер.фіз.–мат. навук. 1994. № 4. С. 107 – 109.
2. Гахов Ф.Д., Черский Ю.И. Уравнения типа свертки. – М.: Наука, 1978. – 296 с.
3. Пресдорф З. Некоторые классы сингулярных уравнений. – М.: Мир, 1979. – 493 с.
4. Карапетянц Н.К., Самко С.Г. Уравнения с инволютивными операторами и их приложения. – Ростов–на–Дону: РГУ, 1988. – 192 с.
5. Тузик А.И. Дискретные уравнения типа свертки, сводящиеся к четырехэлементным краевым задачам со сдвигом Карлемана // Докл. АН БССР. 1988. Т.32, № 12. С. 1065–1068.
6. Тузик А.И. О разрешимости одного дискретного уравнения типа свертки с переменными коэффициентами // Дифференц. уравнения. 1989. Т.25, № 8. С.1462–1464.
7. Тузик А.И. О разрешимости одного класса дискретных уравнений типа свертки с сопряжением // Докл. АН БССР. 1989. Т.33, № 7. С.595–598.
8. Тузик А.И. О нетеровости одного парного дискретного уравнения типа свертки с почти стабилизирующимися множителями // Докл. АН Беларуси. 1993. Т.37, № 2. С. 118 – 120.
9. Тузик А.И. О нетеровости одного дискретного уравнения типа свертки с почти стабилизирующимися множителями // Дифференц. уравнения. 1993. Т.29, № 10. С. 1829 – 1831.
10. Тузик А.И. Дискретные уравнения типа свертки с почти стабилизирующимися множителями специального вида в нормальном и исключительном случаях // Вестник Брестского гос. техн. ун-та. 2001. № 5(11): Физика, математика, химия. С. 45 – 47.
11. Шилин А.П. К решению в замкнутой форме дискретных уравнений типа свертки с почти стабилизирующимися множителями // Вестник БГУ. Сер.1. 1994, № 2. С. 44–46.
12. Тузик А.И. Дискретные уравнения типа свертки с коэффициентами степенного роста // Докл. АН БССР. 1979. Т.23, № 12. С. 1061 – 1064.
13. Тузик А.И. Бесконечные системы линейных алгебраических уравнений с коэффициентами степенного роста // Весці АН Беларусі. Сер.фіз.–мат. навук. 1979. № 6. С. 5 – 9.
14. Козицкий В.А. Бесконечные алгебраические системы с переменными коэффициентами и обобщенными свертками: Дисс. … канд.физ.–мат. наук. – Мн.: БГУ, 1987. – 105 с.
15. Шилин А.П. Бесконечные алгебраические системы со степенными множителями // Весці НАН Беларусі. Сер.фіз.–мат. навук. 1999. № 2. С.50–53.
16. Яковлева О.Н. Разрешимость и свойства решений бесконечных алгебраических систем со степенно-разностными индексами // Дифференц. уравнения. 2001. Т. 37, № 10. С. 1425 – 1431.
17. Гахов Ф.Д. Краевые задачи. – М.:Наука, 1977. – 640 с.
18. Башкарев П.Г., Карлович Ю.Н., Нечаев А.П. К теории сингулярных интегральных операторов с конечной группой сдвигов // Докл. АН СССР. 1974. Т.219, № 2. С. 272–274.
19. Сосунов А.С. Формула индекса одного класса сингулярных интегральных уравнений с двумя сдвигами Карлемана // Материалы всесоюзн. конф. по краевым задачам. – Казань: КГУ, 1970. С.249 – 253.
20. Литвинчук Г.С. Краевые задачи и сингулярные интегральные уравнения со сдвигом. – М.: Наука, 1977. – 448 с.
21. Тузик А.И. Об индексе сингулярного интегрального уравнения с конечной коммутативной группой прямых и обратных сдвигов Карлемана // Тезисы докл. VII Белорусск. матем. конф. Ч.2. – Мн.: БГУ, 1996. С. 27 – 28.
22. Тузик А.И. Об индексе сингулярного интегрального уравнения с конечной коммутативной группой прямых и обратных сдвигов Карлемана // Весці НАН Беларусі. Сер.фіз.–мат. навук. 1998. № 3. С. 18 – 20.
23. Тузик А.И. Упрощение формулы индекса сингулярного интегрального уравнения с конечной коммутативной группой прямых и обратных сдвигов Карлемана // Тезисы докл. междунар. конф. "Аналитические методы анализа и дифференц. уравн." – Мн.: БГУ, 1999. С. 221 – 222.
24. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – М.: Наука, 1967. – 576 с.
25. Тузик А.И. Особые интегральные уравнения с ядром Коши в исключительном случае. Некоторые приложения: Дисс. … канд.физ.–мат. наук. – Мн.: БГУ, 1973. – 96 с.
26. Тузик А.И. Нормализация систем особых интегральных уравнений с ядром Коши // Весці АН БССР. Сер.фіз.–мат. навук. 1975. № 6. С. 123. Деп. в ВИНИТИ 09.06.75, рег. № 1622-75. – 10 с.
27. Ковалева Г.В. Нормализация систем сингулярных интегральных уравнений // Дифференц. уравнения. 2001. Т. 37, № 10. С. 1434 – 1435.
28. Мусхелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения. – М.: Наука, 1968. – 512 с.
29. Векуа Н.П. Системы сингулярных интегральных уравнений. – М.: Наука, 1970. – 380 с.
30. Тузик А.И. Парные дискретные уравнения типа свертки с почти стабилизирующимися множителями специального вида в нормальном и исключительном случаях // Тезисы докл. междунар. конф. "Аналитические методы анализа и дифференц. уравн." – Мн.: ИМ НАНБ, 2003. С. 173 – 174.

УДК 681.324:519.711.7

Маньяков Н.В.

К ВОПРОСУ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ РЕАЛЬНОЙ ПРИРОДЫ

1. ВВЕДЕНИЕ

При работе с временными рядами основными проблемами являются анализ возможности их предсказания и построение соответствующих экстраполирующих моделей. Для этой цели было предложено большое количество различных методик [1-4]. Однако в данном направлении главное место прочно заняли нейросетевые алгоритмы [5-8]. Многие публикации описывают применение для решения данной задачи различного типа нейронные сети, но большинство из них лишено аргументации выбора соответствующих архитектур. В соответствии с теорией нелинейной динамики и анализа временных последовательностей в статье предлагается аргументация построения и обучения двухслойной нелинейной нейронной сети прямого распространения без обратных связей.

2. ОПИСАНИЕ ДИНАМИКИ ВРЕМЕННОГО РЯДА

Изменение динамики произвольного временного сигнала не может быть полностью описано одномерным измерением во временной области. Это имеет место в связи с тем, что, возможно, он (сигнал) хаотичен, а хаотическая динамика воз-

***Маньяков Николай Владимирович**, ст. преподаватель каф. высшей математики Брестского государственного технического университета.*

Беларусь, БГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

можна только в более высоких размерностях фазового пространства (например, для системы, описываемой дифференциальными уравнениями, как минимум в пространстве размерности три). Но, не смотря на это, фазовое пространство может быть некоторым образом восстановлено из измерений только одной фазовой переменной рассматриваемого сигнала. Данная реконструкция впервые была предложена Пакардом и др. [9] в 1980 году. Они использовали точки временного ряда и их последовательные разности (приращения), в качестве производных, как координаты при реконструкции фазового пространства. Вслед за ними Такенс [10] формализовал данный подход. Его результат, известный как теорема вложения, звучит следующим образом:

Пусть дана динамическая система с решением $(x(t), y(t), \ldots, z(t))$, принадлежащем фазовому пространству размерности d. Используя только одну координату $x(t)$ можно при некоторых условиях построить фигуру в пространстве точек с задержками $(x(t), x(t+\tau), x(t+2\tau), \ldots, x(t+(D-1)\tau))$, которая будет диффеоморфна аттрактору в реальном фазовом пространстве. Размерность D определяется по формуле $D=2[d_F]+1$, где d_F – фрактальная размерность аттрактора и $[.]$ – целая часть числа.

Теорема вложения утверждает, что только из одного одномерного измерения динамической системы можно восстановить фазовое пространство с сохранением основных топологических свойств. Это дает возможность работы с временными рядами одного измерения любой природы, равно как квазипериодическими, так и хаотическими (последние представляют наибольший интерес из за своей небольшой предсказуемости в связи с высокой чувствительностью к заданию начальных условий).

Для использования псевдофазовой реконструкции нам необходимо определить временную задержку τ и размерность пространства вложения D. Данная реконструкция необходима для построения экстраполирующий нейронной сети [11].

3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ВЛОЖЕНИЯ

Временная задержка τ является периодом между компонентами точек в реконструированном псевдофазовом пространстве. Исходя из этого, необходимо выбирать τ таким образом, чтобы координаты радиус-вектора, формирующего псевдофазовое пространство вложения, были независимы насколько это возможно. Выбор подходящей временной задержки для истинной реконструкции фазового пространства довольно существенен. Если задержка τ будет выбрана большой, то динамика системы на данном этапе будет несвязанна с динамикой на следующем, и компоненты радиус-вектора, формирующего вложение на данном этапе, не будут коррелировать с компонентами на следующем. При этом размерность реконструированного аттрактора будет близка к размерности пространства вложения [12] и аттрактор будет выглядеть сложно. Это очень существенно при наличии шума. Данная ситуация называется безотносительностью [13]. С другой стороны, если выберем τ маленьким, компоненты радиус-вектора будут незначительно отличаться друг от друга, и аттрактор будет лежать близко к линии тождественности. Вследствие этого все точки будут неразличимы. Данная ситуация называется избыточностью. Все эти ситуации ведут к плохой предсказуемости временного ряда. Чтобы преодолеть эту проблему необходимо выбирать τ так, чтобы компоненты вектора были независимы насколько это возможно.

Существует несколько различных методов для определения τ [14]:

1. С использованием автокорреляционной функции;
2. Метод среднего смещения;
3. На основе взаимной информации.

Одним из основных преимуществ метода на основе автокорреляционной функции $C(\tau)$ является относительно малое вычислительное время. Этот метод известен во многих интерпретациях. Большинство авторов берут первый нуль (или точку, наиболее близкую к нулю) автокорреляционной функции. В данном случае мы получаем, что компоненты радиус-вектора $x(t)$ и $x(t+\tau)$ некоррелируют друг с другом. Но не для всех временных последовательностей их автокорреляционная функция достигает нуля за небольшой промежуток времени, или достигает его вообще. Для преодоления этой проблемы были предложены другие методы для определения τ с использованием функции автокорреляции. Зенг предлагает в качестве τ брать точку, в которой $C(\tau)$ первый раз достигает e^{-1} [15]. Холцфусс советует брать за τ время, где абсолютная величина функции автокорреляции достигает первого минимума [16]. Но тем ни менее большинство этих методов приводит к плохим результатам. Это следует из того, что некоррелируемость не имплицирует независимость.

Другой метод для определения τ, называемый методом среднего смещения, был предложен Розенштайном и др. [17]. Данный метод вычисляет оптимальное расширение восстанавливаемого аттрактора относительно оси тождественности реконструируемого псевдофазового пространства. Для этой цели строится функция, зависящая от m и τ:

$$S(m,\tau)=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\sqrt{\sum_{j=1}^{m-1}\left(x(t+\tau)-x(t)\right)^2},$$

где N – число отсчетов временного ряда, m – размерность пространства вложения, τ - временная задержка, которую необходимо оценить. Фиксируя m $(m=1,2,...)$ и изменяя τ мы находим точку, где функция $S(m, \tau)$ достигает насыщения. Таким образом, для любой размерности пространства вложения мы можем найти оптимальную временную задержку.

Но наиболее распространенным способом нахождения временной задержки τ является метод, предложенный Фразером и Свинней [18]. Данный метод использует понятие взаимной информации, взятое из теории информации, развитой Шенноном [19]. Для этой цели необходимо разбить множество значений временного ряда на m интервалов. Число интервалов можно вычислять с использованием формулы Стерджеса: $m \approx \log_2 N+1 \approx 3.32\ln N+1$, где N – количество точек временного ряда. Тогда длина каждого интервала будет равна $l=(x_{max}-x_{min})/m$, где x_{max} – максимальное значение временного ряда, x_{min} – минимальное значение. После такого деления все точки временного ряда попадут в один из интервалов. Далее строится функция:

$$I(\tau)=-\sum_{i,j}P_{ij}(\tau)\cdot\ln\frac{P_{ij}(\tau)}{P_i\cdot P_j},$$

где P_i – вероятность попадания точки временного ряда в i-ый интервал и $P_{ij}(\tau)$ – условная вероятность того, что значение временного ряда находится в j-ом интервале, при условии, что оно находилость в i-ом интервале за время τ до этого. Функция $I(\tau)$ описывает информацию о наблюдаемом значении временного ряда $x(t+\tau)$, которую мы можем получить, зная значение $x(t)$. Если взаимная информация равна нулю, то это означает, что мы не можем извлечь никакой информации о значениях $x(t+\tau)$. Данной утверждение эквивалентно тому, что координаты $x(t)$ и $x(t+\tau)$ радиус-вектора, рассматриваемые как случайные величины, статистически независимы. Но для временного ряда, конечно, не представляется возможным найти такую точку, в которой функция взаимной информации достигает нуля. Поэтому в качестве временной задержки берется первый минимум этой функции.

Другим важным параметром вложения является размерность реконструируемого псевдофазового пространства. Для ее вычисления существуют следующие методы [14]:

1. На основе метода главных компонент;
2. На основе теоремы Такенса;
3. Метод «ложных соседей».

Первый из представленных методов опирается на статистический метод главных компонент и дает хорошие результаты для линейных систем [20]. При его применении необходимо сначала выбрать достаточно большую размерность пространства вложения. После вычисления собственных значений ковариационной матрицы компонент радиус-вектора вложенных значений временного ряда, выбираются только те, которые вносят значительный вклад в их сумму. Данные компоненты называются главными. А те компоненты, значения которых малы, отбрасываются. Число главных компонент характеризует размерность пространства вложения. Данный метод хорошо подходит для линейных систем, но во многом ошибочен для нелинейных (а именно такие системы мы и рассматриваем). Поэтому он мало полезен.

Как было показано ранее, теорема Такенса утверждает, что аттрактор динамической системы может быть реконструирован с использование изменений только одной фазовой координаты в псевдофазовом пространстве размерности $D=2[d_F]+1$, где d_F – фрактальная размерность исходного аттрактора и $[.]$ – целая часть числа. Таким образом, необходимо оценить фрактальную размерность исходного аттрактора по измерению только одной фазовой переменной. Для этих целей используется алгоритм вычисления корреляционной размерности D_2, разработанный Грассбергером и Прокаччиа [21].

В соответствии с ним корреляционная размерность D_2, являющаяся инвариантной величиной, вычисляется как

$$D_2 = \lim_{r\to 0}\frac{\ln Cor(r)}{\ln r},$$

где $Cor(r)$ определяет вероятность того, что расстояние между произвольно взятой парой точек не превосходит r [22]. Для точек $\bar{x}_1, \bar{x}_2 \;\dots\; \bar{x}_n$ фазового пространства $Cor(r)$ аппроксимируется соотношением:

$$Cor(n,r) = \frac{1}{n(n-1)}\times$$

$$\times\left\{number\ of\ pair\quad i\neq j\quad such,\ that\left\|\bar{x}_i-\bar{x}_j\right\|<\varepsilon\right\}=$$

$$=\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i,j=1}^{n} H\left(\varepsilon-\left\|\bar{x}_i-\bar{x}_j\right\|\right),$$

где H – функция Хевисайда

$$H(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ 1, & x\geq 0\end{cases}$$

и если $n\to\infty$, то $Cor(n,r)\to Cor(r)$.

Для определения D_2 Грассбергер и Прокаччиа предложили строить график $ln(Cor(n,r))$ от $ln(r)$ для аттрактора, вложенного в псевдофазовое пространство размерности $n=1,2,\dots$. Для каждого n вычисляется наклон полученной кривой, где график представлен линейной зависимостью. Начиная с некоторого n, величина наклона перестает изменяться. В этом случае эта величина наклона характеризует корреляционную размерность, вычисленную по временному ряду изменения только одной фазовой переменной.

В случае, если процесс случаен, наклон будет постоянно расти при увеличении размерности n. Исходя из этого, можно различать хаотические (нецелая размерность) и случайные процессы.

В большинстве исследований размерность пространства вложения определяют используя метод «ложных соседей», разработанный Кеннелом, Брауном и Абарбанелем [23]. Его основная идея основана на том, что траектории в реконструированном аттракторе не должны самопересекаться. Аттрактор исходной динамической системы в фазовом пространстве является гладким многообразием. Самопересечение восстановленного аттрактора в псевдофазовом пространстве означает то, что данное многообразие не является гладким, а значит, вложение не является удачным. Условием того, что самопересечения будут отсутствовать, является то, что все соседние точки аттрактора удачно восстановленного в R^m, будут также являться соседними в R^{m+1}. Данный метод позволяет найти такую наименьшую размерность m, что при переходе к размерности (m+1) количество «ложных соседей» (точек аттрактора близких друг к другу в R^m и отстоящих далеко в R^{m+1}) будет относительно мало. Полученное таким образом m и определяет наименьшую размерность пространства вложения, где возможна реконструкция аттрактора без самопересечений.

Математически это выражается следующим образом. Для каждой точки $\bar{x}(t)=[x(t),\; x(t+\tau),\; \dots,\; x(t+(m-1)\tau)]$ временного ряда ищется ближайшая $\bar{x}(t_n)=[x(t_n),\; x(t_n+\tau),\; \dots,\; x(t_n+(m-1)\tau)]$ в реконструированном псевдофазовом пространстве размерности m в соответствие с метрикой Евклида

$$R_m(t,\tau)=\left\|\bar{x}(t)-\bar{x}(t_n)\right\|_m=$$

$$=\sqrt{(x(t)-x(t_n))^2+\dots+(x(t+(m-1)\tau)-x(t_n+(m-1)))^2}$$

Перейдя к пространству размерности (m+1) вычисляется расстояние между образами полученных точек $R_{m+1}(t,\tau)$ и затем оценивается

$$F_t=\sqrt{\frac{R_{m+1}^2(t,\tau)-R_m^2(t,\tau)}{R_m^2(t,\tau)}}=\frac{\left|x(t+m\tau)-x(t_n+m\tau)\right|}{\left\|\bar{x}(t)-\bar{x}(t_n)\right\|_m}.$$

Если F_t более заданного порога, то данную точку называют «ложным соседом». Вычисляя процентное соотношение таких «ложных соседей» ко всем точкам в пространствах размерности m=1,2… отыскивается размерность D, где это процентное соотношение близко к нулю. Данная размерность D и будет являться подходящей размерностью для пространства вложения.

4. ПОСТРОЕНИЕ НЕЙРОСЕТЕВОЙ ЭКСТРАПОЛИРУЮЩЕЙ МОДЕЛИ

После нахождения параметров вложения и задержки можно построить вложение временного ряда в псевдофазовое пространство $\left(x(t),x(t+\tau),\dots,x(t+(N-1)\tau)\right)$ размерности $N=2[m]+1$, где m – фрактальная размерность временного ряда, а $[\,.\,]$ – целая часть числа. При этом, зная $(N-1)$ координату, можно однозначным образом опреде-

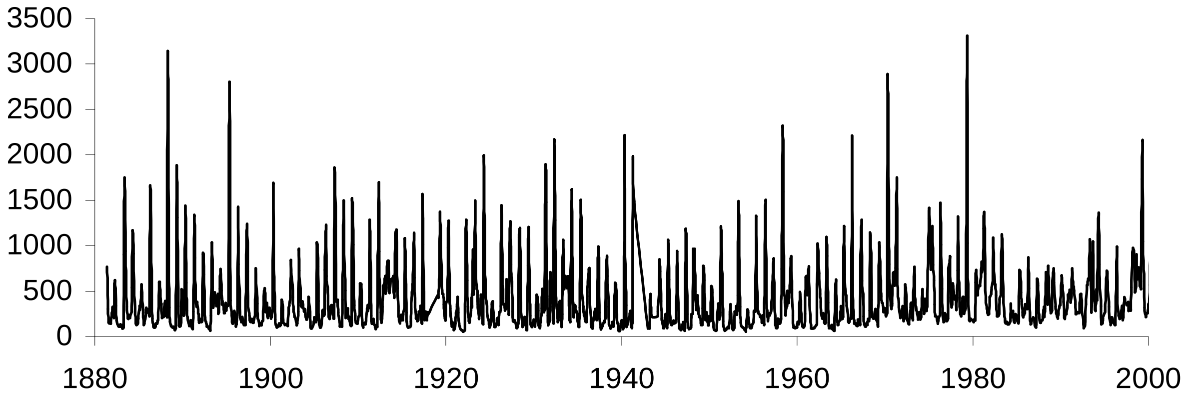

Рис. 1. Среднемесячные стоки р. Припять (Мозырь).

лить оставшуюся, т.к. временной ряд представляет собой поверхность в псевдофазовом пространстве задержек. Тем самым задача прогнозирования временного ряда сводится к задаче аппроксимации функции многих переменных. Мощным средством для достижения этого являются двухслойные нейронные сети прямого распространения без обратных связей [24].

Таким образом, будем использовать нейронную сеть. Возьмем нелинейный многослойный персептрон (MLP) с как минимум $(D\text{-}1)$ нейроном в распределительном слое (где D является размерностью пространства вложения), единственным скрытым слоем нейронов с нелинейной функцией активации и одним нейроном в последнем слое. При обучении сети, на нейроны распределительного слоя подаются значения $[x(t),\ x(t+\tau),\ldots,\ x(t+(D\text{-}2)\tau)]$ а в качестве цели берется значение $x(t+(D\text{-}1)\tau)$. Такая конструкция нейронной сети позволяет делать наиболее точное предсказание, т.к. конструкция сети взята в соответствии с понятием вложения. Эта нейронная сеть позволяет аппроксимировать динамику системы как можно точнее. И прогнозируемые значения будут сходиться к аттрактору, подобному исходному.

5. ПРИМЕНЕНИЕ НЕЙРОСЕТЫХ МОДЕЛЕЙ К ПРОГНОЗУ СРЕДНЕМЕСЯЧНЫХ СТОКОВ РЕК БЕЛАРУСИ

В качестве экспериментальных данных были взяты ряды среднемесячных стоков рек Примять (г. Мозырь), Березина (г. Борисов), Неман (г. Гродно), Двина (г. Витебск) и Днепр (г. Могилев). Производилось обучение на отсчетах ряда до 1986 г. и осуществлялся упреждающий прогноз на период с 1987 по 2000 гг. Для построения оптимальной архитектуры сети просчитывались параметры вложения, чтобы сеть максимально приближала динамику изменений временного ряда. Проанализируем полученные результаты для ряда среднемесячных стоков р. Припять (рис.1).

Вычислим задержку τ с использованием автокорреляционной функции (рис.2) и функции взаимной информации (рис.3), и размерность пространства вложения методом «ложных соседей» (рис.4).

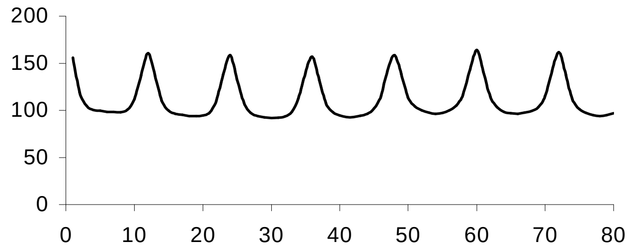

Рис. 2. Функция автокорреляции.

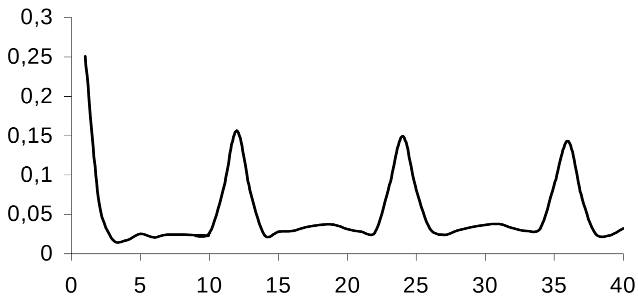

Рис. 3. Функция взаимной информации.

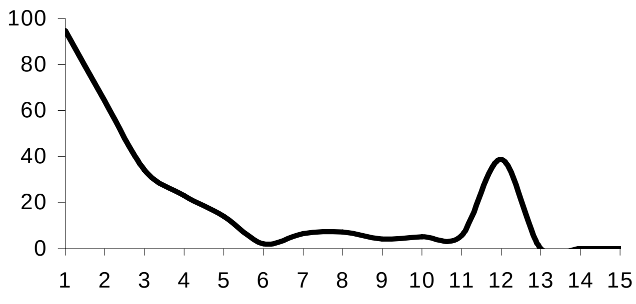

Рис. 4. Процентное содержание «ложных соседей» для различных размерностей пространства вложения.

Из графиков на рис.2 и 3 хорошо видна сезонность рассматриваемого временного ряда. В качестве задержки для временной сети возьмем первый минимум функции взаимной информации, равный 4. В качестве размерности пространства вложения возьмем 13, т.е. количество нейронов в распредели-

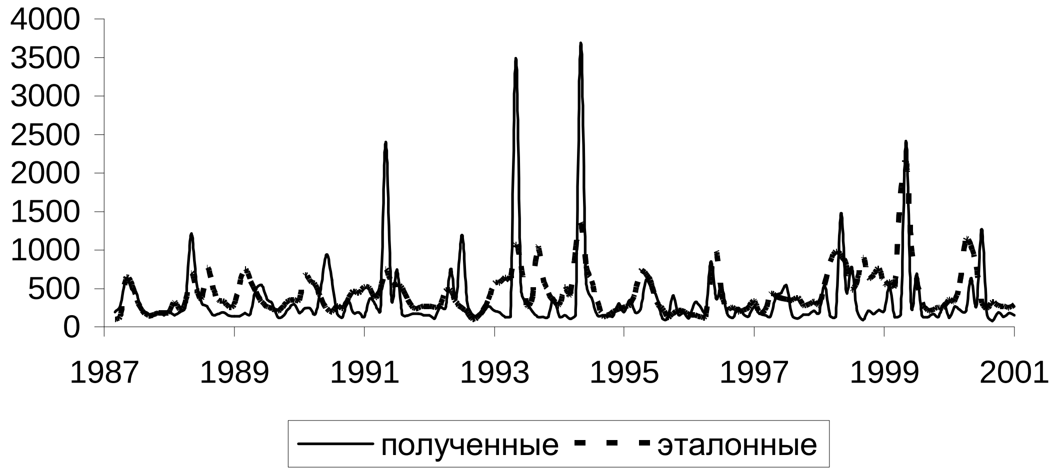

Рис. 5. Полученные при прогнозе и реальные значения на период 1997-2000 гг.

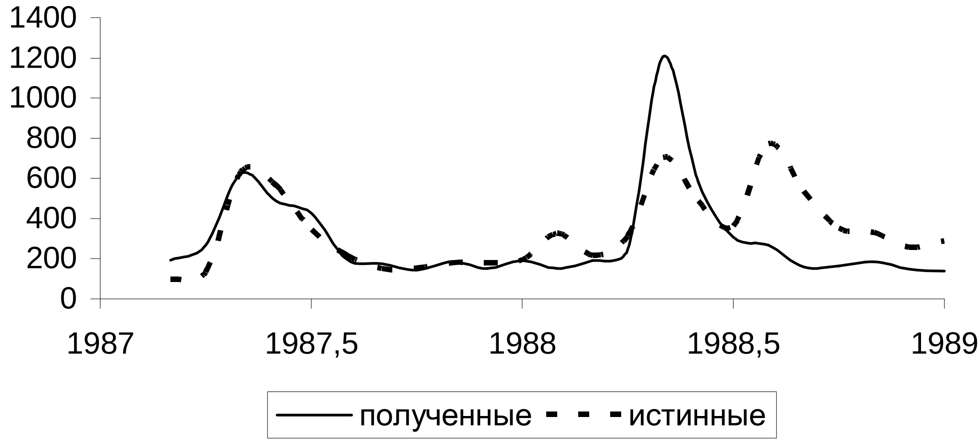

Рис. 6. Полученные при прогнозе и реальные значения на период 1997-1998 гг.

тельном слое сети будет равно 12 (данное значение можно получить и из логических соображений, т.к. значение среднего расхода воды в данном месяце зависит от значений в 11 предыдущих месяцах, для сохранения внутригодовой тенденции, и значении в этот месяц в предыдущем году, для сохранения тенденции всего ряда). При обучении сети использовалась матричная алгоритмизация [24] с использованием метода двухпараметрического обучения [25]. После обучения на прогноз, построенная нейронная сеть дала результат представленный на рис.5, где также приведены и истинные расходы на данный период. На рис.6 представлены истинные и спрогнозированные значения для двух первых лет прогноза.

При анализе полученных результатов можно заключить, что нейронная сеть воспроизвела динамику изменений временного ряда, хотя, из-за во многом случайной природы данного ряда (что подтверждается в процессе вычисления наибольшего показателя Ляпунова [26]), не дала точных численных результатов. Но при прогнозе на небольшой промежуток времени (рис.6) получены вполне приемлемые результаты не только в сфере сохранения динамики, но и в точности спрогнозированных данных. Аналогичные результаты были получены и для остальных рядов измерений среднемесячных стоков рек Беларуси.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов. – М.: Мир, 1976. – 756 с.
2. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов: прогноз и управление. Вып.1. – М.: Мир, 1974. – 498 с.
3. Бриллинджер Д. Временные ряды. – М.: Мир, 1980. – 536 с.
4. Кендэлл М. Временные ряды. – М.: Финансы и статистика, 1981. –199 с.
5. Осовский С. Нейронные сети для обработки информации / Пер. с польского Н.Д. Рудинского. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 344 с.
6. Haykin S. Neural Networks: a comprehensive foundation. – 2nd ed., Upper Saddle River, N.J.: Prentice-Hall, 1999. – 842 p.
7. Kacprzak T., Ślot K. Sieci neuronowe komórkowe. Teoria, projektowanie, zastosowania. – Warszawa, Łódź: Wydawnictwo naukowe PWN, 1995. – 133 s.
8. Żurada J.M., Marks R.J., Robinson C.J., Computational Intelligence: Imitating Life. – New York: IEE Press, 1994. – 454 p.
9. N.H. Packard, J.P. Crutchfield, J.D. Farmer and R.S. Shaw, Geometry from a Time Series, Physical Review Letters 45, 1980. – PP. 712-716.
10. F. Takens, Detecting strange attractors in turbulence, Lecture Notes in Mathematics, Vol. 898, Springer-Verlag, Berlin, 1980. – PP. 366-381.
11. Маньяков Н.В. Использование нейронных сетей в нелинейном анализе // Тезисы докладов второго международного Конгресса «Нелинейный динамический анализ (NDA'2)», Москва, 3-8 июня 2002г. – Москва: МАИ, 2002. – С.80.
12. A.M. Albano, J. Muench, C. Schwartz, A.I. Mees and P.E. Rapp, Syngular-Value Decomposition and the Grassberger-

Procaccia Algorithm, Physical Review A 38, 1988. – PP. 3017-3026.
13. G. Benettin, L. Galgani, A. Giorgilli, J.-M. Strelcyn, Lyapunov characteristic exponents for smooth dynamical systems and for Hamiltonian systems: A method for computing all of them. P. I: Theory. P. II: Numerical applications, Meccanica, Vol. 15, 1980. – PP. 9-30.
14. V. Golovko, Y. Savitsky, N. Maniakov. Neural Network for Signal Processing in Measurement Analysis and Industrial Applications: the Case of Chaotic Signal Processing - Chapter of NIMIA Book. – Amsterdam: IOS Press, 2003 – PP. 119-144.
15. X. Zeng, R. Eykholt and R.A. Pielke, Estimating the Lyapunov-Exponent Spectrum from shot Time Series of Low Precision, Physical Review Letter 66, 1991. – PP. 3229-3232.
16. J. Holzfuss and G. Mayer-Kress, An approach to error estimation in the applications of dimensional algorithms, in Dimensions and Entropies in Chaotic Systems, editor G. Mayer-Kress, Springer-Verlag, New York, 1986. – PP. 114-122.
17. M.T. Rosenstein, J.J. Colins, C.J. De Luca, Reconstruction expansion as a geometry-based framework for choosing proper delay time, Physica D 73, 1994. – PP. 82-98.
18. A.M. Fraser and H.L. Swinney, Independent coordinates for strange attractor from mutual information, Physical Review A 33, 1986. – PP. 1134-1140.
19. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: Учеб. для вузов. - 7-е изд. стер. – М.: Высшая школа., 2001. – 575 с.
20. H.D.I. Abarbanel, R. Brown, J. Sidorovich and L. Tsimring, The analysis of observed chaotic data in physical systems, Reviews of Modern Physics, Vol. 65, №4, 1993. – PP. 1331-1392.
21. P. Grassberger and I. Procaccia, Measuring the strangeness of strange attractors, Physica D 9, 1983.
22. R. Castro, T. Sauer, Correlation dimension of attractor through interspike intervals, Physical Review E 55, 1997.
23. M.B. Kennel, R. Brown and H.D.I. Abarbanel, Determining embedding dimension for phase-space reconstruction using a geometrical construction, Physical Review A 45, 1992. – PP. 3403-3411.
24. K.-I. Funahashi. On the approximate realization of continuous mappings by neural networks, Neural Networks, vol. 2, 1989. – PP. 183-192.
25. Маньяков Н.В., Махнист Л.П. Матричная алгоритмизация обучения многослойных нейронных сетей с использованием градиентных методов // Вестник Брестского государственного технического университета. – Брест: БГТУ, 2002. – №5 (17): Физика, математика, химия. – СС. 60-64.
26. V. Golovko, N. Maniakov, L. Makhnist. Multilayer Neural Networks Training Methodic // Proceedings of the Second IEEE International Workshop on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications (IDAACS'2003). – Lviv, Ukraine, September 8-10, 2003. – PP. 185-190.
27. V. Golovko, Y. Savitsky, N. Maniakov, V. Rubanov. Some Aspects of Chaotic Time Series Analysis // Proceedings of the 2nd International Conference on Neural Networks and Artificial Intelligence. (ICNNAI'2001), October 2-5, 2001 – Minsk: BSU, 2001. – PP. 66-69.

УДК 681.324:519.711.7

Гладкий И.И., Маньяков Н.В., Махнист Л.П.

ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ ОБУЧЕНИЯ МНОГОСЛОЙНЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ НА ОСНОВЕ УСЛОВНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ОШИБКИ

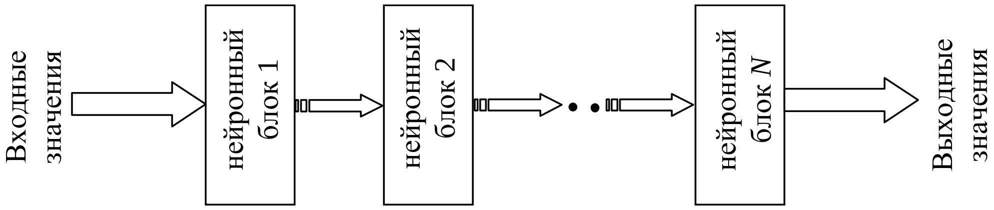

Рис. 1. Блочное представление многослойной нейронной сети.

1. ВВЕДЕНИЕ

Рассмотрим многослойную гетерогенную нейронную сеть, состоящую из N нейронных блоков (рис.1), каждый из которых имеет структуру, представленную на рис. 2.

Входными значениями для каждого нейронного блока являются выходы предыдущего; для первого – последовательность входных образов $\overline{x^k} = \left(x_1^k, \ldots, x_{m_0}^k\right)$, $\left(k = \overline{1,L}\right)$.

Выходное значение i_n-ого нейрона n-ого блока сети для k-ого образа определяется рекуррентным соотношением:

$$y_{i_n}^{(n),k} = F_n\left(S_{i_n}^{(n),k}\right),$$

где

$$S_{i_n}^{(n),k} = \sum_{i_{n-1}=1}^{m_{n-1}} w_{i_{n-1}i_n}^{(n)} y_{i_{n-1}}^{(n-1),k} - T_{i_n}^{(n)}, \quad i_n = \overline{1,m_n}, \quad k = \overline{1,L}.$$

При этом формируется вектор

$$Y^{(n),k} = \left(y_1^{(n),k} \quad y_2^{(n),k} \quad \ldots \quad y_{m_n}^{(n),k} \quad -1\right)^T.$$

Задача обучения данной многослойной гетерогенной нейронной сети состоит в нахождении матриц весовых коэффициентов

Гладкий Иван Иванович, *ст. преподаватель каф. высшей математики Брестского государственного технического университета.*
Махнист Леонид Петрович, *к.т.н., доцент каф. высшей математики Брестского государственного технического университета.*
Беларусь, БГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.