Рассмотрим теперь подмногообразие (D_0, f) и построим для него канонический лифт в алгебру Ли $\bar{G}$ структурной группы Ли G. Пусть

$$\hat{f} : D_0 \to G \qquad (13)$$

- построенный выше канонический лифт подмногообразия (D_0, f) в группу Ли G.

Рассмотрим экспоненциальное отображение $exp\colon \bar{G} \to G$ [3, с. 111] алгебры Ли $\bar{G}$ на ее группу Ли G, которое является аналитическим диффеоморфизмом некоторой открытой окрестности N_0 нуля в G на некоторую открытую окрестность N_e единицы группы G. Без ограничения общности можно считать, что $\hat{f}\,(D_0) \subset N_e$. Рассмотрим отображение

$$\check{f} = \exp^{-1} \circ f : D_0 \to \bar{G}\,.$$

Экспоненциальное отображение носит функториальный характер [4, с. 117]. Это значит, что если G_1 и G_2 – две такие группы Ли, что существует морфизм φ: $G_1 \to G_2$, $\bar{G}_1$ и $\bar{G}_2$ - алгебры групп Ли G_1 и G_2 соответственно, $d\varphi_e$: $\bar{G}_1 \to \bar{G}_2$ - морфизм алгебр Ли, индуцированный φ, $exp_1\colon \bar{G}_1 \to G_1$ и $exp_2\colon \bar{G}_2 \to G_2$ – соответствующие экспоненциальные отображения, то диаграммакоммутативна:

$$\begin{tikzcd} \bar{G}_1 \arrow[r, "d\varphi_e"] \arrow[d, "exp_1"'] & \bar{G}_2 \arrow[d, "exp_2"] \\ G_1 \arrow[r, "\varphi"] & G_2 \end{tikzcd}$$

Поэтому построенное вложение $\check{f}$ подмногообразия однородного пространства в алгебру Ли основной группы Ли имеет инвариантный характер.

Определение. Отображение $\check{f}$ будем называть *каноническим вложением* подмногообразия (D_0, f) в алгебру Ли структурной группы Ли.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Юдов А.А. Описание и обоснование метода Картана построения канонического репера подмногообразия. Деп. в ВИНИТИ 1982, рег. № 359582.
2. Понтрягин Л.С. Непрерывные группы.- М.1973.
3. Стенберг С. Лекции по дифференциальной геометрии.- М. 1970.
4. Кириллов А.А. Элементы теории представлений.- М. 1972.

УДК 517.983

Савчук В.Ф., Матысик О.В., Кожух И.Г.

ОБ ОДНОМ НЕЯВНОМ МЕТОДЕ ИТЕРАЦИЙ РЕШЕНИЯ ОПЕРАТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ

В действительном гильбертовом пространстве H решается уравнение I рода

$$Ax = y, \qquad (1)$$

где A – ограниченный линейный самосопряженный оператор, для которого нуль не является собственным значением.Предполагаем, что при точной правой части $y \in H$ уравнение (1) имеет единственное решение x. Будем искать его, используя итеративный метод

$$x_{n+1} = (A^2 + B)^{-1}(Bx_n + Ay),\; x_0 = 0, \qquad (2)$$

где B – вспомогательный ограниченный положительно определенный самосопряженный оператор, который выбирается для улучшения обусловленности. В качестве B возьмем оператор $B = bE,\; b > 0,\; E$ -тождественный оператор.

Однако часто бывает, что правая часть уравнения (1) неизвестна, а известно δ - приближение y_δ, $\|y - y_\delta\| \le \delta$. В этом случае итеративный процесс запишется в виде

$$x_{n+1,\delta} = (A^2 + B)^{-1}(B_{x_n,\delta} + Ay_\delta),\; x_{0,\delta} = 0\,. \qquad (3)$$

В работе [1] при условии b >0 доказана сходимость метода (3) при приближенной и точной правых частях уравнения (1), и в предположении истокообразной представимости точного решения

$$x = A^{2s}z,\; s > 0 \qquad (4)$$

получены оценки погрешности. Число итераций n выбирается априорно.

Однако поскольку сведения об элементе z и степени истокопредставимости s имеются не всегда, то на основании вышесказанного трудно определить число n итераций, обеспечивающих сходимость метода (3).Тем не менее, этот метод можно сделать вполне эффективным, если воспользоваться следующим правилом останова по невязке, аналогичным [2, 3, 4, 6].

Определим момент m останова итерационного процесса (3) условием

$$\begin{cases} \|Ax_{n,\delta} - y_\delta\| > \varepsilon,\; (n < m), \\ \|Ax_{m,\delta} - y_\delta\| \le \varepsilon,\; \varepsilon = b_1\delta,\; b_1 > 1. \end{cases} \qquad (5)$$

Предполагаем, что при начальном приближении $x_{0,\delta}$ невязка достаточно велика, больше уровня останова, т.е.

Савчук Вячеслав Федорович, *к. физ.-мат. н., зав. каф. алгебры и геометрии Брестского государственного университета им. А.С. Пушкина.*

Кожух Иван Григорьевич, *к. физ.-мат. н., профессор каф. математического анализа и дифференциальных уравнений Брестского государственного университета им. А.С. Пушкина.*

Матысик Олег Викторович, *ст. преподаватель каф. алгебры и геометрии Брестского государственного университета им. А.С. Пушкина.*

Беларусь, БрГУ, г. Брест, бульвар Космонавтов, 21.

$\left\|Ax_{0,\delta}-y_\delta\right\|>\varepsilon$. Покажем возможность применения правила (5) для метода (3). Сначала рассмотрим семейство функций $g_n(\lambda)=\lambda^{-1}\left[1-\dfrac{b^n}{(\lambda^2+b)^n}\right]$ из [1]. Покажем, что для него выполнены условия:

$$\sup_{-M\le\lambda\le M}\left|g_n(\lambda)\right|\le\gamma n^{1/2},\ n>0,\ M=\|A\|, \tag{6}$$

$$\sup_{-M\le\lambda\le M}\left|1-\lambda g_n(\lambda)\right|\le\gamma_0,\ n>0, \tag{7}$$

$$1-\lambda g_n(\lambda)\to 0,\ \ n\to\infty,\ \forall\lambda\in[-M;M], \tag{8}$$

$$\sup_{-M\le\lambda\le M}\left|\lambda^{2S}(1-\lambda g_n(\lambda))\right|\le\gamma_S n^{-S},\quad n>0,\quad 0\le S\le\infty \tag{9}$$

(в данном случае ∞ играет роль S_0 из [3]). Для доказательства используем результаты [1]. Действительно, $\sup\limits_{-M\le\lambda\le M}\left|g_n(\lambda)\right|\le\sqrt{n/(2b)},$ и, следовательно, условие (6) справедливо при $\gamma=\dfrac{1}{\sqrt{2b}}$. Выполняется условие (7), так как $\sup\limits_{-M\le\lambda\le M}\left|1-\lambda g_n(\lambda)\right|=\sup\limits_{-M\le\lambda\le M}\left|\dfrac{b^n}{\left(\lambda^2+b\right)^n}\right|\le 1$, здесь $\gamma_0=1$.

Поскольку $b>0$, то при фиксированном $\lambda\ne 0$ имеем $\dfrac{b}{\lambda^2+b}=q<1$, так что $1-\lambda g_n(\lambda)=\dfrac{b^n}{(\lambda^2+b)^n}=q^n\to 0$, $n\to\infty$, т.е. установлена справедливость условия (8). Так как при любых $S,\ n>0$ имеем

$$\sup_{-M\le\lambda\le M}\left|\lambda^{2S}(1-\lambda g_n(\lambda))\right|=\sup_{-M\le\lambda\le M}\left|\lambda^{2S}\frac{b^n}{(\lambda^2+b)^n}\right|\le\left(\frac{bS}{ne}\right)^S,$$

то (9) выполняется с $\gamma_s=\left(\dfrac{bS}{e}\right)^S$. Таким образом, семейство функций $g_n(\lambda)=\lambda^{-1}\left[1-\dfrac{b^n}{(\lambda^2+b)^n}\right]$ может служить порождающей системой из [3], поэтому справедлива аналогичная [3]

Лемма 1. Пусть A - ограниченный оператор, $A=A^*$, тогда для

$$\forall w\in H\ \ \left(E-Ag_n(A)\right)w\to 0 \text{ при } n\to\infty.$$

__Доказательство__

$$\left(E-Ag_n(A)\right)w=\int_{-M}^{M}(1-\lambda g_n(\lambda))dE_\lambda w=$$

$$=\int_0^M(1-\lambda g_n(\lambda))dE_\lambda w+\int_{-M}^0(1-\lambda g_n(\lambda))dE_\lambda w=I_1+I_2.$$

Первый из полученных интегралов разобьем на два интеграла

$$I_1=\int_0^{\varepsilon_0}(1-\lambda g_n(\lambda))dE_\lambda w+\int_{\varepsilon_0}^M(1-\lambda g_n(\lambda))dE_\lambda w.$$

Т.к. $1-\lambda g_n(\lambda)=\dfrac{b^n}{(\lambda^2+b)^n}\le q^n(\varepsilon_0)<1$ для всех $\lambda\in[\varepsilon,M]$, то $\left\|\int_{\varepsilon_0}^M(1-\lambda g_n(\lambda))dE_\lambda w\right\|\le q^n(\varepsilon_0)\left\|\int_{\varepsilon_0}^M dE_\lambda w\right\|\le$ $\le q^n(\varepsilon_0)\|w\|\to 0$ при $n\to\infty$. Из (7) с $\gamma_0=1$ имеем $\left\|\int_0^{\varepsilon_0}(1-\lambda g_n(\lambda))dE_\lambda w\right\|\le\left\|\int_0^{\varepsilon_0}dE_\lambda w\right\|=\left\|E_{\varepsilon_0}w\right\|\to 0$, $\varepsilon_0\to 0$, в силу свойств спектральной функции. Аналогично, $I_2\to 0$, $n\to\infty$. Следовательно, $(E-Ag_n(A))w\to 0$ при $n\to\infty$, ч.т.д. Имеет место

Лемма 2. Пусть A - ограниченный оператор, $A=A^*$. Тогда для любого $v\in\overline{R(A)}$ имеет место соотношение

$$n^s\left\|A^{2S}(E-Ag_n(A))v\right\|\to 0,\ n\to\infty\ \ 0\le S\le S_0, \tag{10}$$

где, как и в (9), $S_0=\infty$.

Доказательство

Так как верно (9), то $n^s\left\|A^{2S}(E-Ag_n(A))\right\|\le n^s\sup\limits_{-M\le\lambda\le M}\lambda^S\left|1-\lambda g_n(\lambda)\right|\le$ $\le n^s\gamma_s n^{-s}=\gamma_s$, где $\gamma_s=\left(\dfrac{bs}{e}\right)^s$. Воспользуемся теоремой Банаха-Штейнгауза [5, с. 151] о том, что сходимость $B_nu\to Bu$ при $n\to\infty$ для всех $u\in H$ имеет место тогда и только тогда, когда эта сходимость имеет место на некотором плотном в H подмножестве и нормы $\|B_n\|,\ n=1,2,..$ ограничены не зависящей от n постоянной.

Возьмем в качестве плотного в $\overline{R(A)}=H$ множество $R(A)$. Положим $s_1=s+1/2$. Тогда для каждого $v=Aw\in R$ имеем

$$n^s\left\|A^{2S}(E-Ag_n(A))v\right\|=n^s\left\|A^{2S_1}(E-Ag_n(A))w\right\|\le$$

$\le\gamma_{s_1}n^{-(s_1-s)}\|w\|=\gamma_{S_1}\|w\|n^{-1/2}\to 0$, $n\to\infty$, так как $S_1<S_0=\infty$, ч.т.д.

Лемма 3. Пусть A – ограниченный оператор, $A=A^*$. Если для некоторой последовательности $n_k<\overline{n}=const$ и $v_0\in\overline{R(A)}$ при $k\to\infty$, имеем $w_k=A(E-Ag_{n_k}(A))v_0\to 0$, то $v_k=(E-Ag_{n_k}(A))v_0\to 0$.

Доказательство

В силу (7) последовательность v_k ограничена $\|v_k\|\le\gamma_0\|v_0\|,\ k\in N=\{1,2,3,...\}$ Поэтому из этой последовательности можно извлечь слабо сходящуюся последовательность.

Пусть $v_k - \to v(k \in N \subseteq N)$, следовательно, для $\forall y \in H$ имеем $(v_k, y) \to (v, y)$, в частности для $\forall y \in R(A)$. Но так как $y \in R(A)$, то $y = Az,\ z \in H$, тогда $(v_k, y) = (v_k, Az) = (Av_k, z) = (w_k, z) \to (0, z) = 0$.

Следовательно, $(v, y) = 0,$ и так как это равенство справедливо для $\forall y \in R(A)$, то оно верно и для $\forall y \in \overline{R(A)}$, так что $v = 0$.

Рассмотрим

$$\|v_k\|^2 = (v_k, v_k) = (v_k, (E - Ag_{n_k}(A))v_0) =$$
$$= (v_k, v_0) - (v_k, Ag_{n_k}(A)v_0) = (v_k, v_0)$$
$$-(Av_k, g_{n_k}(A)v_0) = (v_k, v_0) - (Av_k, g_{n_k}(A)v_0) =$$
$$= (v_k, v_0) - (w_k, g_{n_k}(A)v_0) \to (v, v_0) = 0,\ k \in N',$$

так как $v = 0$ и $w_k \to 0$, $\|g_{n_k}(A)\| \le \gamma\ n_k^{1/2} \ \le \gamma\ \bar{n}^{1/2}$. Итак, всякая слабо сходящаяся подпоследовательность ограниченной последовательности v_k стремится к нулю по норме. Следовательно, и вся последовательность $v_k \to 0,$ $k \to \infty$, ч.т.д.

Если A - ограниченный несамосопряженный оператор, то справедлива аналогичная лемме 3

Лемма 4. Пусть A - ограниченный несамосопряженный оператор. Если для некоторой подпоследовательности $n_k < \bar{n} = const$ и $v_0 \in \overline{R(A)}$ при $k \to \infty$ имеем $w_k = A^*A(E - A^*Ag_{n_k}(A^*A))v_0 \to 0$, то $v_k = (E - A^*Ag_{n_k}(A^*A))v_0 \to 0$.

Для доказательства леммы следует перейти к оператору $A_1 = A^*A$ и использовать лемму 3. Используем доказанные леммы при доказательстве следующей теоремы.

Теорема 1. Пусть A - ограниченный самосопряженный оператор и пусть момент останова $m = m(\delta)$ в методе (3) выбран по правилу (5), тогда $\sqrt{m(\delta)}\delta \to 0,\ x_{m,\delta} \to x,\ \delta \to 0$.

Доказательство

В [1] показано, что $x_{n,\delta} = A^{-1}[E - (CB)^n]y_\delta$, где $C = (A^2 + B)^{-1}$. Поэтому

$$x_{n,\delta} - x = A^{-1}[E - (CB)^n]y_\delta - x =$$
$$= A^{-1}[E - (CB)^n](y_\delta - y) + A^{-1}[E - (CB)^n]y - A^{-1}y =$$
$$= A^{-1}[E - (CB)^n](y_\delta - y) - (CB)^n x =$$
$$= g_n(A)(y_\delta - y) - (E - Ag_n(A))x, \tag{11}$$

так что

$$Ax_{n,\delta} - y = Ax_{n,\delta} - Ax =$$
$$= -A(E - Ag_n(A))x + Ag_n(A)(y_\delta - y)$$

Рассмотрим

$$Ax_{n,\delta} - y_\delta = -A(E - Ag_n(A))x + (y - y_\delta) +$$
$$+ Ag_n(A)(y_\delta - y) = -A(E - Ag_n(A))x - \tag{12}$$
$$-(E - Ag_n(A))(y_\delta - y).$$

В силу леммы 1 и 2 имеем

$$\|(E - Ag_n(A))x\| \to 0 \quad n \to \infty, \tag{13}$$

$$\sigma_n = n^{1/2}\|A(E - Ag_n(A))x\| \to 0 \quad n \to \infty \tag{14}$$

(14) справедливо поскольку $S_0 > \frac{1}{2}$). Кроме того, из (6) и (7) следует, что

$$\|g_n(A)(y_\delta - y)\| \le \gamma n^{1/2}\delta, \tag{15}$$

$$\|E - Ag_n(A)\| \le \gamma_0 = 1. \tag{16}$$

Применим правило останова (5). Тогда $\|Ax_{m,\delta} - y_\delta\| \le b_1\delta,\ b_1 > 1,$ и из (12) и (16) получим при $n = m$

$$\|A(E - Ag_m(A))x\| \le \|Ax_{m,\delta} - y_\delta\| +$$
$$+ \|(E - Ag_m(A))(y_\delta - y\| \le b_1\delta + \delta = (b_1 + 1)\delta. \tag{17}$$

Для любого $n < m$ получим

$$\|A(E - Ag_n(A))x\| \ge \|Ax_{n,\delta} - y_\delta\| - \|(E - Ag_n(A))(y_\delta - y)\| \ge$$
$$\ge b_1\delta - \delta = (b_1 - 1)\delta. \tag{18}$$

В частности при $n = m - 1$ из (14) и (18) получаем $\frac{\sigma_{m-1}}{\sqrt{m-1}} = \|A(E - Ag_{m-1}(A))x\| \ge (b_1 - 1)\delta$.

Отсюда

$\sqrt{m-1}\delta \le \frac{\sigma_{m-1}}{b_1 - 1} \to 0$, $\delta \to 0$ (так как из (14) $\sigma_m \to 0$, $m \to \infty$), т.е. $\sqrt{m}\delta \to 0$, $\delta \to 0$.

Если при этом $m \to \infty$, то, используя (11), получим

$$\|x_{m,\delta} - x\| \le \|(E - Ag_m(A))x\| + \|g_m(A)\cdot(y_\delta - y)\| \le$$
$$\le \|(E - Ag_m(A))x\| + \gamma m^{1/2}\delta \to 0,$$

$m \to \infty,$ $\delta \to 0,$ так как из (13) $\|(E - Ag_m(A))x\| \to 0$, $m \to \infty$.

Если же для некоторых $\delta_n \to 0$ последовательность $m(\delta_n)$ окажется ограниченной, то и в этом случае $x_{m(\delta_n),\delta_n} \to x$, $\delta_n \to 0$. Действительно, из (17)

$$\|A(E - Ag_{m(\delta_n)}(A))x\| \le (b_1 + 1)\delta_n \to 0, \quad \delta_n \to 0,$$

следовательно, $A(E - Ag_{m(\delta_n)}(A))x \to 0$, $\delta_n \to 0$, и по лемме получаем, что $(E - Ag_{m(\delta_n)}(A))x \to 0$, $\delta_n \to 0$.

Отсюда

$$\|x_{m(\delta_n),\delta_n} - x\| \le \|(E - Ag_{m(\delta_n)}(A))x\| + \gamma\sqrt{m(\delta_n)}\delta_n \to 0,$$
$$\delta_n \to 0,$$

так как $\|(E - Ag_{m(\delta_n)}(A))x\| \to 0$ и $\gamma\sqrt{m(\delta_n)}\delta_n \to 0$, $\delta_n \to 0$, ч.т.д.

Теорема 2. Пусть выполнены условия теоремы 1, оператор $A -$ положителен и $x = A^{2s}z,\ s > 0$, тогда справедливы оценки

$$m \le 1+\frac{(2s+1)b\|z\|^{2/(2s+1)}}{2e(b_1-1)^{2/(2s+1)}\delta^{2/(2s+1)}},$$

$$\|x_{m,\delta}-x\| \le [(b_1+1)\delta]^{2s/(2s+1)}\|z\|^{1/(2s+1)}+$$

$$+\frac{1}{\sqrt{2b}}\left[1+\frac{b(2s+1)\|z\|^{2/(2s+1)}}{2e(b_1-1)^{2/(2s+1)}\delta^{2/(2s+1)}}\right]^{1/2}\delta. \quad (19)$$

Доказательство.

Из (9) и [1] при $n=m-1$ имеем

$$\|A(E-Ag_{m-1}(A))x\| = \|A^{2s+1}(E-Ag_{m-1}(A))z\| =$$

$$=\left\|\int_0^M \frac{\lambda^{2s+1}b^{m-1}}{(\lambda^2+b)^{m-1}}dE_\lambda z\right\| \le \left[\frac{(2s+1)b}{2(m-1)e}\right]^{\frac{2s+1}{2}}\|z\|.$$

Воспользовавшись (18), получаем

$$(b_1-1)\delta \le \left[\frac{(2s+1)b}{2(m-1)e}\right]^{\frac{2s+1}{2}}\|z\|.$$

Отсюда

$$m \le 1+\frac{(2s+1)b\|z\|^{2/(2s+1)}}{2e(b_1-1)^{2/(2s+1)}\delta^{2/(2s+1)}}.$$

При помощи неравенства моментов и (16) оценим

$$\|(E-Ag_m(A))x\| = \|A^{2s}(E-Ag_m(A))z\| \le$$

$$\le \|A^{2s+1}(E-Ag_m(A))z\|^{\frac{2s}{2s+1}}\|(E-Ag_m(A))z\|^{1/(2s+1)} \le$$

$$\le \|A(E-Ag_m(A))x\|^{\frac{2s}{2s+1}}\|z\|^{1/(2s+1)} \le [(b_1+1)\delta]^{2s/(2s+1)}\|z\|^{1/(2s+1)}$$

Тогда

$$\|x_{m,\delta}-x\| \le \|(E-Ag_m(A))x\|+\|g_m(A)(y_\delta-y)\| \le$$

$$\le [(b_1+1)\delta]^{2s/(2s+1)}\|z\|^{1/(2s+1)}+\frac{1}{\sqrt{2b}}m^{1/2}\delta \le$$

$$\le [(b_1+1)\delta]^{2s/(2s+1)}\|z\|^{1/(2s+1)}+$$

$$\frac{1}{\sqrt{2b}}\left\{1+\frac{b(2s+1)\|z\|^{2/(2s+1)}}{2e[(b_1-1)\delta]^{2/(2s+1)}}\right\}^{1/2}\delta, \text{ ч.т.д.}$$

Замечание 1. Порядок оценки (19) есть $0(\delta^{2s/(2s+1)})$ и, как следует из [4], он оптимален на классе решений $x=A^{2s}z$, $s>0$.

Замечание 2. Знание порядка $2s>0$ истокопредставимости точного решения, используемое в теореме 2, не потребуется на практике, так как при останове по невязке автоматически делается нужное число итераций для получения оптимального по порядку решения.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Савчук В.Ф. Сходимость одного метода решения линейных уравнений в гильбертовом пространстве // Известия АН БССР, серия физ.-мат. наук, №4, 1981.
2. Емелин И.В., Красносельский М.А. К теории некорректных задач // Докл. АН СССР. Т.244, №4, 1979.
3. Вайникко Г.М., Веретенников А.Ю. Итерационные процедуры в некорректных задачах. – М.: Наука, 1986.
4. Вайникко Г.М. Оценки погрешности метода последовательных приближений для некорректных задач // Автоматика и телемеханика, №3, 1980.
5. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Элементы функционального анализа. – М.: Наука, 1955.
6. Kożuch I., W. Sawczuk. O pewnej metodzie rozwiązywania niepoprawnie zbudowanych zadan // Krajowa konferencja naukowa “Sztuczna inteligencja, 2000”, Siedlce, 2000.

УДК 536.413

Кушнер Т.Л.

ОБЗОР РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЙ СТРУКТУРЫ ТРОЙНЫХ СОЕДИНЕНИЙ $CuIn_3Se_5$, $CuGa_3Se_5$, $CuIn_5Se_8$ И $CuGa_5Se_8$

ВВЕДЕНИЕ

Развитие полупроводниковой электроники и микроэлектроники связано с поиском и исследованием новых соединений, позволяющих расширить и дополнить спектр свойств уже освоенных материалов. В последнее время сложные полупроводниковые соединения привлекают всё возрастающее внимание.

Тройные соединения $A^IB^{III}{}_3C_5{}^{VI}$ и $A^IB_5{}^{III}C_8{}^{VI}$ с атомами Cu в позиции A, In или Ga – в B, и Se в позиции C являются перспективными материалами для изготовления солнечных элементов и светодиодов линейно поляризованного излучения. Тройные соединения $CuIn_3Se_5$ обладают большим коэффициентом фотоэлектрического поглощения и относительно узкой шириной запрещенной зоны. $CuGa_3Se_5$ является полупроводником с большей шириной запрещённой зоны, чем $CuIn_3Se_5$. В настоящее время широко используются как объёмные, так и тонкопленочные материалы, хотя устойчивое получение качественных образцов затруднительно. В связи с этим предъявляются высокие требования к качеству и степени совершенства используемых кристаллов. Соединения $CuIn_5Se_8$ и $CuGa_5Se_8$ являются мало изученными материалами. Это связано, скорее, с трудностью получения качественных гомогенных образцов.

Для выбора условий выращивания объемных монокристаллов из расплава, получения эпитаксиальных слоев и гетероструктур высокого качества, понимания электрических, оптических и других свойств полупроводниковых кристаллов важно знать закономерности кристаллического упорядочения атомов в выше названных соединениях.

В данной работе предпринята попытка обобщить результаты исследований структуры тройных соединений $CuIn_3Se_5$, $CuGa_3Se_5$, $CuIn_5Se_8$ и $CuGa_5Se_8$. Кроме того, проведён анализ фазовых диаграмм состояния $Cu_2Se – In_2Se_3$ и $Cu_2Se – Ga_2Se_3$.

Кушнер Татьяна Леонидовна, *ст. преподаватель каф. физики Брестского государственного технического университета. Беларусь, БГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.*