единственное решение задачи (3.5) может быть найдено в виде

$$\varphi^{(1)}(z) = -\sum_{m=1}^{N} \overline{f\left(\frac{r^2}{\overline{z - a_m}} + a_m\right)}, \quad z \in Q,$$

$$\varphi_k^{(1)}(z) = -\sum_{m \neq k} \overline{f\left(\frac{r^2}{\overline{z - a_m}} + a_m\right)}, \quad z \in D_k, \quad k = 1, 2, \ldots N, \tag{3.6}$$

где в сумме $\sum\limits_{m \neq k}$ индекс m изменяется от 1 до N за исключением $m \neq k$. Поэтому,

$$\varphi_k^{(1)}(z) = \sum_{m \neq k} \left(\frac{r}{z - a_k}\right)^2 \overline{f'\left(\frac{r^2}{\overline{z - a_m}} + a_m\right)}, \tag{3.7}$$

$$z \in D_k, \quad k = 1, 2, \ldots N.$$

Подставляя (3.3), (3.7) в (3.1) и далее в (2.22) получим приближенное представление функционала

$$\sigma \approx \mathrm{Re}\left(\sum_{k=1}^{N} f'(a_k) + \rho \sum_{k=1}^{N} \sum_{m \neq k} \left(\frac{r}{a_k - a_m}\right)^2 \overline{f'\left(\frac{r^2}{\overline{a_k - a_m}} + a_m\right)}\right). \tag{3.8}$$

Далее исследование экстремальных значений σ может быть проведено стандартными методами.

В частном случае, когда $f(z) = z$ получаем из (3.8)

$$\sigma = N + \rho\sigma_1,$$

где только выражение

$$\sigma_1 = \sum_{k=1}^{N} \sum_{m \neq k} \mathrm{Re}\frac{1}{(a_k - a_m)^2} \tag{3.9}$$

зависит от расположения центров a_k.

<u>Теорема 2.</u> Пусть ρ достаточно маленькое и $f(z) = z$. Тогда существует конфигурация включений, для которых функционал λ_Q достигает максимального (минимального) значения, т. е. существует решение Задачи В.

Каждое включение, соответствующее решению этой задачи, касается по крайней мере одного из оставшихся включений.

Доказательство. В рассматриваемом случае изменяющаяся часть функционала λ_Q совпадает с функционалом σ_1, определенным в (3.9). Это – вещественнозначная функция от N комплексных переменных $(a_1, \ldots a_N) \in \Omega$, где Ω определена в предыдущем разделе равенством (2.23). Область Ω ограничена в $\mathbf{C}^N$. Следовательно, по теореме Вейерштрасса σ_1 достигает своего максимального (минимального) значения в области Ω. Из определения области Ω следует, что σ_1 гармоническая функция в Ω. Поэтому по принципу максимума для гармонической функции от нескольких переменных экстремальные точки функции σ_1 принадлежат границе Ω. Теорема доказана.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. C. Barbarosie (1997) Optimization of perforated domains through homogenezation. Struct. Optim. **14**, P. 225-231.
2. В.Л. Бердичевский (1983) Вариационные принципы механики сплошной среды. Наука, Москва.
3. G. Buttazzo (1998) On the existence of minimizing domains for some shape optimization problem. ESIAM: Proceedings. Actes du 29eme Congres d'Analyse Numerique: CANum'97. Paris, **3**, P. 51-64.
4. A.V. Cherkaev (2000) Variational methods for structural optimization. Springer Verlag, New York.
5. V.V. Jikov, S.M. Kozlov and O.A. Oleinik (1994) Homogenization of differential operators and integral functionals. Springer Verlag, Berlin.
6. V.V. Mityushev, S.V. Rogosin (1999) Constructive methods for linear and nonlinear boundary value problems for analytic functions. Chapman&Hall/CRC, Boca Raton – London.
7. V.V. Mityushev (2001) Transport properties of doubly periodic arrays of circular cylinders and optimal design problems. Appl. Math. And Optimization. **44**, P. 17-31.

УДК 513.82

Курочка О.Н., Юдов А.А.

ОБ ИНВАРИАНТНОМ ПРОДОЛЖЕНИИ ПОДМНОГООБРАЗИЯ ОДНОРОДНОГО ПРОСТРАНСТВА В СТРУКТУРНУЮ ГРУППУ ЛИ И В ЕЕ АЛГЕБРУ ЛИ

Пусть G – группа Ли, H – ее замкнутая подгруппа Ли, $M = G/H$ – однородное G-пространство,

$$\pi: G \to G/H : a \to aH \tag{1}$$

– каноническая проекция.

Группа G действует в M с помощью левых сдвигов:

$$G \times M \to M : (a, bH) \to abH = a \cdot bH = T_a(bH). \tag{2}$$

<u>Определение:</u> *Подмногообразием* размерности n однородного пространства M будем называть пару (D_0, f), где D_0 – окрестность нуля евклидова пространства R_n, f – аналитическое вложение D_0 в M.

Таким образом, подмногообразия однородного пространства изучаются локально. Теория построения канонического репера подмногообразия подробно описана в работе [1]. Ниже излагаются идеи работы [1], и строится канонический лифт подмногообразия однородного пространства в структурную группу Ли и в её алгебру Ли.

Предположим, что $f(0) = \pi(e)$. В противном случае, если $f(0) = \pi(a) \neq \pi(e)$, от подмногообразия ($D_0$, f) перейдём к ему эквивалентному (D_0, $T_{a^{-1}} \circ f$). Пусть $dimG = r$, $dimH = s$, тогда $dimM = r - s = m$.

Рассмотрим пространство Γ_1 всех касательных к M n-мерных подпространств. Действие группы G на M продолжается в действии на Γ_1, на котором группа G будет действовать с помощью дифференциалов левых сдвигов пространства M

Курочка Ольга Николаевна, *учитель математики СШ № 12 г. Бреста.*
Юдов Александр Андреевич, *к. физ.-мат. н., доцент каф. алгебры и геометрии Брестского государственного университета им. А.С. Пушкина.*
Беларусь, БрГУ, г. Брест, бульвар Космонавтов, 21.

$$G \times \Gamma_1 \to \Gamma_1 : (a, K) \to dT_a(K) = \mathbf{a} \circ \mathbf{K}. \qquad (3)$$

При этом Γ_1 становится G-пространством, но необязательно однородным. Наряду с G-пространством Γ_1 будем рассматривать его подмножество Q_1, состоящее из n-мерных подпространств, касательных к M в точке $\pi(e)$. Q_1 будет H-пространством, тоже необязательно однородным. Между H-орбитами множества Q_1 и G-орбитами множества Γ_1 существует естественное взаимно-однозначное соответствие. Далее будем рассматривать G-орбиты пространства Γ_1. Каждой такой орбите будет сопоставляться класс n-мерных подмногообразий пространства M, такой, что все касательные подпространства подмногообразия этого класса попадут в данную орбиту (по крайней мере, в некоторой окрестности). Предположим, что подмногообразие (D_0, f) принадлежит классу с орбитой $O(K_1) = \{a \circ K_1 |\ a \in G\}$, где $K_1 = T_{f(0)}(Imf)$, $Imf = f(D_0)$. Пусть H_1 - группа стационарности элемента K_1

$$H_1 = \{ a \in G |\ a \circ K_1 = K_1 \}.$$

Тогда, $O(K_1)$, как G-пространство, изоморфно G/H_1 [2, с. 25].

Необходимым и достаточным условием того, что размерность орбиты $O(K_1)$ равна размерности Γ_1 есть условие [1]:

$$dim\ H - dim\ H_1 = dim\ Q_1. \qquad (4)$$

Доказательство.

Необходимость. Пусть выполняется (4), т.е. $s - s_1 = dimQ_1$. $dim\Gamma_1 = dimG/H + dimQ_1 = r - s + dimQ_1$. С другой стороны, $dimO(K_1) = dimG/H_1 = r - s_1 = r - s + s - s_1$. Следовательно, $dim\Gamma_1 = dimO(K_1)$.

Достаточность. Если $dim\Gamma_1 = dimO(K_1)$, то $s - s_1 = dimQ_1$, т.е. выполняется (4).

В этом случае касательные пространства к подмногообразию (D_0, f) принадлежат орбите $O(K_1)$ (быть может, в меньшей, чем D_0 окрестности).

Обозначим пространство $O(K_1) = G/H_1$ через M_1. Рассмотрим отображение $\bar{f} : f(D_0) = Imf \to M_1 : x \to T_x(Imf)$. Отображение f продолжается при помощи $\bar{f}$ в пространство M_1. Это продолжение обозначим через f_1:

$$f_1 = \bar{f} \circ f : D_0 \to M_1 : x \to T_x(Imf).$$

Пусть $\pi_1 : G \to G/H_1 : a \to aH_1$ и $\pi_{10} : G/H_1 \to G/H : aH_1 \to aH$ – канонические проекции. M изоморфно G/H, $\pi(e) \equiv H$, $K_1 = T_{\pi(e)}(Imf)$. M_1 изоморфно G/H_1, $K_1 = H_1$.

$\bar{f} : a \circ K_1 \to aH$. $\bar{f} \circ \pi : a \to aH \to a \circ K_1 \equiv aH_1$. $\pi_1 : a \to aH_1$.

Так как $\pi_{10} \circ \pi_1(a) = \pi_{10}(a H_1) = aH$. $\pi(a) = aH$, то следующая диаграмма коммутативна

$$\begin{tikzcd} & G \arrow[dl, "\pi"'] \arrow[dr, "\pi_1"] & \\ D_0 \arrow[r, "f"] & M & M_1 \arrow[l, "\pi_{10}"'] \end{tikzcd} \qquad (5)$$

Следующая диаграмма также коммутативна

$$\begin{tikzcd} & G \arrow[dl, "\pi"'] \arrow[dr, "\pi_1"] & \\ D_0 \arrow[r, "f"] & M \arrow[r, "\bar{f}"] & M_1 \end{tikzcd} \qquad (6)$$

Отображение f_1 будет аналитическим вложением D_0 в M_1 и мы получим подмногообразие (D_0, f_1) однородного пространства $M_1 = G/H_1$.

Далее аналогичные рассуждения применяем к подмногообразию (D_0, f_1) пространства M_1. Продолжаем отображение f_1 до отображения $f_2 : D_0 \to M_2 = G/H_2$, где H_2 – группа стационарности подпространства $K_2 = T_{f_1(0)}\ Imf_1$.

Предположим, что, выполнив эту операцию $p+1$ раз, мы получим отображение

$$f_{p+1} : D_0 \to G/H_{p+1} = M_{p+1},$$

где H_{p+1} - группа стационарности подпространства $K_{p+1} = T_{f_p}\ Imf_p$.

Предположим, что H_{p+1} совпадает с единицей группы G. Тогда, G/H_{p+1} канонически изоморфно G. Следовательно, мы получим

$$f_{p+1} : D_0 \to G/\ H_{p+1} = G.$$

Имеют место следующие коммутативные диаграммы, которые доказываются аналогично диаграммам (5), (6):

$$\begin{tikzcd} & & G \arrow[dl, "\pi"'] \arrow[d, "\pi_1"] \arrow[drr, "\pi_{p+1}"] & & \\ D_0 \arrow[r, "f"] & M & M_1 \arrow[l, "\pi_{10}"'] & \ldots \arrow[l, "\pi_{21}"'] & M_{p+1} \arrow[l, "\pi_{p+1,}"'] \end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd} & & G \arrow[dl, "\pi"'] \arrow[d, "\pi_1"] \arrow[drr, "\pi_{p+1}"] & & \\ D_0 \arrow[r, "f"] & M \arrow[r, "\bar{f}"] & M_1 \arrow[r, "\bar{f}_1"] & \ldots \arrow[r, "\bar{f}_p"] & M_{p+1} = G \end{tikzcd}$$

где $\pi_{i+1,i} : G/\ H_{i+1} \to G/\ H_i : aH_{i+1} \to aH_i$ – канонические проекции.

Таким образом, наше подмногообразие (D_0, f) однородного пространства $M = G/H$ канонически вложено в структурную группу G. Эта теория естественным образом излагается с помощью аппарата расслоенных пространств [1]. Коротко заметим, что надо рассмотреть главное расслоение $\xi = (G, \pi, G/H)$ и его ограничение на $D = f(D_0) : \xi' = \xi|D = (G', \pi, D)$, где $G' = \pi^{-1}(D)$.

Таким образом, нами построен лифт главного расслоения:

$$\lambda_f : D_0 \to G'.$$

<u>Определение</u>. Отображение

$$\hat{f} = \lambda_f \circ f : D_0 \to G \qquad (7)$$

будем называть *каноническим лифтом* подмногообразия (D_0, f).

В результате описанного процесса получена цепочка подгрупп

$$H \supset H_1 \supset H_2 \supset ... \supset H_{p+1} = e \qquad (8)$$

Определение. Цепочка подгрупп $H \supset H_1 \supset H_2 \supset ... \supset H_{p+1} = e$ называется *типовой цепочкой* или *типом* данного подмногообразия (D_0, f).

Получена и цепочка подпространств:

$$K'_1 = d\pi_e^{-1}(K_1),\ K'_2 = d\pi_{1|e}^{-1}(K_2),\ ...,\ K'_{p+1} = d\pi_{p|e}^{-1}(K_{p+1}),$$

а также в произвольной точке $x \in \lambda_f(D)$, $\pi(x) = f(x_0)$

$$K'_{1|x} = d\pi^{-1}_e(T_{f(x_0)}(D)),\ ...,\ K'_{p+1|x} = d\pi^{-1}_{p|x}(T_{f_p(x)}(Imf_p)),$$

удовлетворяющих условиям:

$$K'_1 \supset K'_2 \supset ... \supset K'_{p+1}, \qquad (9)$$

$$K'_{1|x} \supset K'_{2|x} \supset ... \supset K'_{p+1|x}. \qquad (10)$$

Определение. Совокупность подпространств (9) алгебры Ли $T_e(G) = G$ называется *каноническим репером* подмногообразия (D_0, f) в точке O, а совокупность подпространств (10) пространства $T_x(G)$ называется *каноническим репером* подмногообразия (D_0, f) в произвольной точке $x_0 \in D_0$.

Замечание 1. В случае, если орбит в G-пространстве Γ_1 всех n-мерных подпространств, касательных к M, более одной, то необходимо провести классификацию подмногообразий по типу продолжения в ту или иную орбиту.

Замечание 2. Может быть, что H_{p+1} не будет единицей, а дискретной подгруппой. Тогда сводим ее к единице внесением в подпространства (11), (12) дополнительной структуры – «ориентации».

Продолжение подмногообразий и построение канонического репера производится одновременно для всех подмногообразий некоторой окрестности, продолжающихся в одну и ту же орбиту. Если за начальный элемент орбиты $G/H_1 = M_1$ выбрать касательное пространство подмногообразия, то продолженное подмногообразие будет проходить через этот элемент, совпадающий с $\pi_1(e)$, в противном случае не будет. Зависимость, возникающая при этом, описывается следующей теоремой.

Теорема 1. Пусть для подмногообразия (D_0, f) имеем: $f(0) = \pi(e)$, $K_1 = T_{\pi(e)}(Imf)$, $K_{1|x} = T_x(Imf)$, $x \in Imf = f(D_0)$, $K_{1|x} = b \circ K_1$, $b \in G$, $x = f(x_0)$, $H_1 = \{ h \in H \mid h \circ K_1 = K \}$, $\tilde{K}_1 = h_0^{-1} \circ K_1$, где $h_0 \in H$ и пусть $\tilde{H}_1 = \{ h \in H \mid h \circ \tilde{K}_1 = \tilde{K}_1 \}$.

При продолжении подмногообразия (D_0, f) в пространство G/H_1 пространству $K_{1|x}$ соответствует смежный класс bH_1, тогда при продолжении подмногообразия (D_0, f) в пространство $G/\tilde{H}_1$ подпространству $K_{1|x}$ соответствует множество bH_1h_0. При этом в качестве элемента b можно взять элемент $\hat{f}(x_0)$ группы G.

Доказательство.

Очевидно, что $\tilde{H}_1 = h_0^{-1} H_1 h_0$.

Подпространство $K_{1|x}$ представимо в виде $K_{1|x} = b \circ K_1 = b \circ h_0 \circ \tilde{K}_1$. При каноническом изоморфизме $\tilde{\alpha}: G/\tilde{H}_1 \to O(\tilde{K}_1)$ G-орбиты $O(\tilde{K}_1)$ пространства $\tilde{K}_1$ и G- пространства $G/\tilde{H}_1$ элементу $b \circ h_0 \circ \tilde{K}_1$ соответствует класс смежности $b\ h_0 \tilde{H}_1$, который можно представить в виде

$$b\ h_0 \tilde{H}_1 = b\ h_0 h_0^{-1} H_1 h_0 = b\ H_1 h_0.$$

Покажем, что в качестве элемента b можно взять элемент $\hat{f}(x_0)$. Действительно, $\hat{f}(x_0) \cdot e = \hat{f}(x_0)$. Применим отображение π_1 к обеим частям этого равенства

$\pi_1(\hat{f}(x_0) \cdot e) = \pi_1(\hat{f}(x_0))$.

Отсюда $\hat{f}(x_0) \circ \pi_1(e) = \pi_1(\hat{f}(x_0))$.

Это значит: $\hat{f}(x_0) \circ K_1 = K_{1|x}$. Теорема доказана.

Следствие 1. Канонический лифт подмногообразия (D_0, f), полученный продолжением в орбиты, образованные начальными элементами

$$h_0^{-1} \circ K_1,\ h_0^{-1} \circ K_2,\ ...,\ h_0^{-1} \circ K_{p+1},\ h_0 \in H, \qquad (11)$$

где $K_1 = T_{f(0)}(Imf)$, $K_i = T_{f_{i-1(0)}}(Imf_{i-1})$, $i = 2, 3, .., p+1$, получается из канонического лифта, образованного продолжением в орбиты с начальными элементами

$$K_1, K_2, ..., K_{p+1}, \qquad (12)$$

правым сдвигом на элемент h_0.

Доказательство. Пусть $f_1 = \overline{f} \circ f$ – продолжение отображения f в пространство $G/\tilde{H}_1$, изоморфное орбите $O(\tilde{K}_1)$ подпространства $\tilde{K}_1$, $x_1 = f_1(x_0)$, $K_{2|x_1} = T_{x_1}(Imf_1)$, $\tilde{K}_2 = h_0^{-1} \circ K_2$, $K_2 = T_{f_1(0)}(Imf_1)$, $H_2 = \{h \in H_1 | h \circ K_2 = K_2\}$, $\tilde{H}_2 = \{h \in H_1 |\ h \circ \tilde{K}_2 = \tilde{K}_2\}$.

Тогда $\tilde{H}_2 = h_0^{-1} H_2\ h_0$. Из теоремы 1 следует, что $K_{2|x_1} = \hat{f}(x_0) \circ K_2$. Отсюда следует $K_{2|x_1} = \hat{f}(x_0) \circ K_2 = \hat{f}(x_0) \circ h_0 \circ \tilde{K}_2$. При продолжении в пространство $G/\tilde{H}_2$ этому элементу соответствует класс смежности $\hat{f}(x_0)\ h_0 \tilde{H}_2$, который можно переписать в виде

$$\hat{f}(x_0) h_0 h_0^{-1} H_2 h_0 = \hat{f}(x_0) H_2 h_0.$$

Таким образом, элемент $K_{2|x_1}$ при продолжении в пространство $G/\tilde{H}_2$ отображается в класс $\hat{f}(x_0) H_2\ h_0$. Продолжая процесс далее, получим, что элемент $K_{p+1|x_p}$ будет отображаться в класс $\hat{f}(x_0) H_{p+1} h_0 = \hat{f}(x_0) h_0$.

Значит, канонический лифт, полученный при помощи пространств (11) отличается от канонического лифта, полученного при помощи пространств (12) правым сдвигом на элемент h_0.

Следствие доказано.

Следствие 2. Пусть $\hat{f}: D_0 \to G$ - канонический лифт подмногообразия (D_0, f) по системе подпространств (12), тогда $R_{h_0} \circ \hat{f}$ - канонический лифт подмногообразия (D_0, f) по системе подпространств (11). Доказательство очевидно.

Таким образом, одному и тому же подмногообразию пространства M соответствует в группе Ли G множество канонических лифтов, все они отличаются от исходного, проходящего через единицу группы, правым сдвигом на элементы группы H.

Определение. Канонический лифт подмногообразия (D_0, f) пространства M, проходящий через единицу группы, будем называть *главным лифтом* подмногообразия (D_0, f)

Рассмотрим теперь подмногообразие (D_0, f) и построим для него канонический лифт в алгебру Ли $\bar{G}$ структурной группы Ли G. Пусть

$$\hat{f} : D_0 \to G \qquad (13)$$

- построенный выше канонический лифт подмногообразия (D_0, f) в группу Ли G.

Рассмотрим экспоненциальное отображение $exp\colon \bar{G} \to G$ [3, с. 111] алгебры Ли $\bar{G}$ на ее группу Ли G, которое является аналитическим диффеоморфизмом некоторой открытой окрестности N_0 нуля в G на некоторую открытую окрестность N_e единицы группы G. Без ограничения общности можно считать, что $\hat{f}(D_0) \subset N_e$. Рассмотрим отображение

$$\check{f} = \exp^{-1} \circ f : D_0 \to \bar{G}\,.$$

Экспоненциальное отображение носит функториальный характер [4, с. 117]. Это значит, что если G_1 и G_2 – две такие группы Ли, что существует морфизм φ: $G_1 \to G_2$, $\bar{G}_1$ и $\bar{G}_2$ - алгебры групп Ли G_1 и G_2 соответственно, $d\varphi_e$: $\bar{G}_1 \to \bar{G}_2$ - морфизм алгебр Ли, индуцированный φ, exp_1: $\bar{G}_1 \to G_1$ и exp_2: $\bar{G}_2 \to G_2$ – соответствующие экспоненциальные отображения, то диаграммакоммутативна:

$$\begin{tikzcd}
\bar{G}_1 \arrow[r, "d\varphi_e"] \arrow[d, "exp_1"'] & \bar{G}_2 \arrow[d, "exp_2"] \\
G_1 \arrow[r, "\varphi"] & G_2
\end{tikzcd}$$

Поэтому построенное вложение $\check{f}$ подмногообразия однородного пространства в алгебру Ли основной группы Ли имеет инвариантный характер.

Определение. Отображение $\check{f}$ будем называть *каноническим вложением* подмногообразия (D_0, f) в алгебру Ли структурной группы Ли.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Юдов А.А. Описание и обоснование метода Картана построения канонического репера подмногообразия. Деп. в ВИНИТИ 1982, рег. № 359582.
2. Понтрягин Л.С. Непрерывные группы.- М.1973.
3. Стенберг С. Лекции по дифференциальной геометрии.- М. 1970.
4. Кириллов А.А. Элементы теории представлений.- М. 1972.

УДК 517.983

Савчук В.Ф., Матысик О.В., Кожух И.Г.

ОБ ОДНОМ НЕЯВНОМ МЕТОДЕ ИТЕРАЦИЙ РЕШЕНИЯ ОПЕРАТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ

В действительном гильбертовом пространстве H решается уравнение I рода

$$Ax = y, \qquad (1)$$

где A – ограниченный линейный самосопряженный оператор, для которого нуль не является собственным значением.Предполагаем, что при точной правой части $y \in H$ уравнение (1) имеет единственное решение x. Будем искать его, используя итеративный метод

$$x_{n+1} = (A^2 + B)^{-1}(Bx_n + Ay), \ x_0 = 0, \qquad (2)$$

где B – вспомогательный ограниченный положительно определенный самосопряженный оператор, который выбирается для улучшения обусловленности. В качестве B возьмем оператор $B = bE$, $b > 0$, E -тождественный оператор.

Однако часто бывает, что правая часть уравнения (1) неизвестна, а известно δ - приближение y_δ, $\|y - y_\delta\| \le \delta$. В этом случае итеративный процесс запишется в виде

$$x_{n+1,\delta} = (A^2 + B)^{-1}(B_{x_n,\delta} + Ay_\delta), \ x_{0,\delta} = 0\,. \qquad (3)$$

В работе [1] при условии $b > 0$ доказана сходимость метода (3) при приближенной и точной правых частях уравнения (1), и в предположении истокообразной представимости точного решения

$$x = A^{2s}z, \ s > 0 \qquad (4)$$

получены оценки погрешности. Число итераций n выбирается априорно.

Однако поскольку сведения об элементе z и степени истокопредставимости s имеются не всегда, то на основании вышесказанного трудно определить число n итераций, обеспечивающих сходимость метода (3).Тем не менее, этот метод можно сделать вполне эффективным, если воспользоваться следующим правилом останова по невязке, аналогичным [2, 3, 4, 6].

Определим момент m останова итерационного процесса (3) условием

$$\begin{cases} \|Ax_{n,\delta} - y_\delta\| > \varepsilon, \ (n < m), \\ \|Ax_{m,\delta} - y_\delta\| \le \varepsilon, \ \varepsilon = b_1\delta, \ b_1 > 1. \end{cases} \qquad (5)$$

Предполагаем, что при начальном приближении $x_{0,\delta}$ невязка достаточно велика, больше уровня останова, т.е.

Савчук Вячеслав Федорович, *к. физ.-мат. н., зав. каф. алгебры и геометрии Брестского государственного университета им. А.С. Пушкина.*

Кожух Иван Григорьевич, *к. физ.-мат. н., профессор каф. математического анализа и дифференциальных уравнений Брестского государственного университета им. А.С. Пушкина.*

Матысик Олег Викторович, *ст. преподаватель каф. алгебры и геометрии Брестского государственного университета им. А.С. Пушкина.*

Беларусь, БрГУ, г. Брест, бульвар Космонавтов, 21.