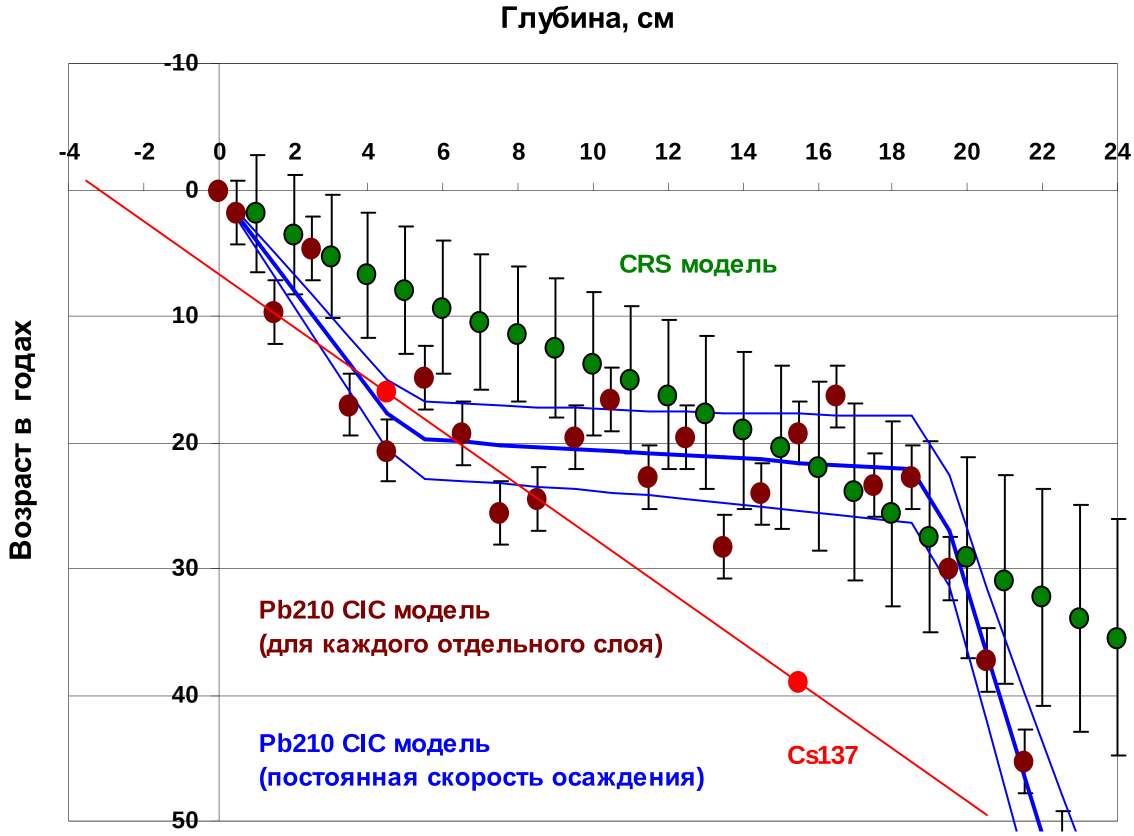

Рис. 9 – Зависимость возраста осадков от глубины их залегания полученная на основе данных об активности Unsupported ^{210}Pb (CIC и CRS модели).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Bollhöfer, A. Mangini, A. Lenhard, M. Wessels, F. Giovanoli, B.Schwarz. High-resolution ^{210}Pb dating of Lake Constance sediments: Stable lead in Lake Constance// Environmental Geology, 24 (1994):267-274.
2. S. Kaminski, A.Konoplev, G. Linder, H.G.Schröder. The fate of artificial caesium radionuclides in Lake Constance// Arch.Hydrobiol.Spec.Issues Advanc.Limnol. 53 (Stuttgart, 1998): 369-409.
3. G. Kirchner, H. Ehlers. Sediment Geochronology in Changing Coastal Environments: Potentials and Limitations of the ^{137}Cs and ^{210}Pb Methods// Journal of Coastal Research 14 (Florida, 1998): 483-492.
4. P.G. Appleby, F. Oldfield. The assessment of ^{210}Pb data from sites with varying sediment accumulation rates// Hydrobiologia 103 (Liverpool, 1983): 29-35.
5. P.G. Appleby. Dating recent sediments by ^{210}Pb: problems and solutions// Department of Mathematical Sciences, University of Liverpool. Liverpool L69 3BX, UK.
6. Kober, M. Wessels, A. Bollhöfer, A. Mangini. Pb isotopes in sediments of Lake Constance, Central Europe constrain the heavy metal pathways and the pollution history of the catchment, the lake and the regional atmosphere// Geochimica et Cosmochimica Acta, №9 (1999): 1293-1303.
7. P.G. Appleby, F. Oldfield. The calculation of ^{210}Pb dates assuming a constant rate of supply of unsupported ^{210}Pb to the sediments// Braunschweig, 1978.
8. Ronald L. Kathren. Radioactivity in the enviroment sources, distribution, and surveillance// OPA Amsterdam, 1984.
9. G. Erdtmann, W. Soyka. The gamma rays of the radionuclides// Verlag Chemie. Weinheim. NewYork, 1979.

УДК 519.622

Морозов В.В.

О РЕШЕНИИ НЕЛИНЕЙНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ

Пусть дифференциальное уравнение краевой задачи Дирихле имеет вид

$$F(u(x)) = D(u(x)) - f(x) = 0, \quad (1)$$

где $x \in G_M = \{ x = (x_1,...,x_M) \mid x_j \in [0;1], j = 1,\dots,M\}$, f – заданная функция, D – непрерывный дифференциальный оператор.

Будем считать, что решение $u(x)$ задачи (1)

а) удовлетворяет на границе области G_M условию

Морозов Владимир Васильевич. *Ассистент каф. информационных технологий Брестского государственного университета им. А.С. Пушкина.*
Беларусь, БрГУ, г. Брест, бульвар Космонавтов, 21.

$u(x)|_G = \varphi(x)$;

b) принадлежит пространству $U_2[G_M,\mu]$ (непрерывно дифференцируемых функций с интегрируемым квадратом в области G_M) с метрикой

$$\rho(u,v) = ||u - v|| = \left(\int_{G_M}(u(x)-v(x))^2 d\mu\right)^{1/2} \qquad (2)$$

и его мера $\mu = \mu_1 \otimes \mu_2 \otimes \ldots \otimes \mu_M$ имеет счетный базис $e(x)$.

Таким образом, U_2 –полное бесконечномерное сепарабельное гильбертово пространство (в дальнейшем просто гильбертово пространство).

В области G_M построим равномерную сетку ${}^N G_M$ $(h = 1/N,\ N \in \{N\})$, состоящую из $S = (N+1)^M$ точек-узлов, с координатами по осям j равными

$$\{x_{ij} \mid x_{ij} = ih,\ i = 0,\ldots,N\},\ j = 1,2,\ldots,M. \qquad (3)$$

Чтобы иметь возможность сравнивать функции и их производные в пространстве U_2 (см.[2]), введем оператор проектирования $p_N\colon U_2 \to U_N$ и обратный к нему оператор интерполирования ${}^N q\colon U_N \to U_2$. В качестве p_N (функция – таблица) будем использовать оператор вычисления значений функции $u(x)$ в точках сетки ${}^N G_M$

$$p_N(u(x)) = u_s,\ s = 1,\ldots, S, \qquad (4)$$

а оператор ${}^N q$ (таблица – функция) в базисе $e(x) = \{e_s(x),\ s = 1,\ldots,S\}$ пространства U_2 определим из условия равенства значений аппроксимирующего ряда и значений самой функции в узлах сетки

$$\sum_{s=1}^{S} {}^N u_s e_s(x) = u(x) \text{ при } x \in {}^N G_M, \qquad (5)$$

Здесь значения функции $u(x_s)$ и коэффициенты разложения ${}^N q(u_s)$ обозначены через u_s и ${}^N u_s$ соответственно. Ряд-функцию $\sum_{s=1}^{S} {}^N u_s e_s(x)$ обозначим ${}^N u(x)$ или просто ${}^N u$. Отметим, что для аппроксимации периодических функций в качестве ${}^N u(x)$ чаще всего используются ряды Фурье, а для непериодических – многочлены Лежандра.

По определению, выражение ${}^N q(p_N(u(x))) = u(x)$ является тождеством для многочленов степени не выше N. Но из-за технических возможностей PC даже в этом случае добиться выполнения равенства для любого $x \in G_M$ при больших N удается не всегда. Тем не менее, по теореме Вейерштрасса [3] любую функцию $u \in U_2$ можно разложить в счетном базисе $e(x)$ настолько точно, что из сходимости аппроксимирующего ряда в среднем квадратичном будет следовать его равномерная сходимость к функции $u(x)$. То есть, для любого $e > 0$ найдется такое $N^* > 0$, что при всех $N > N^*$ будет выполняться неравенство

$$||u(x) - \sum_{s=1}^{S} {}^N u_s e_s(x)|| < e,\ x \in G_M. \qquad (6)$$

Определим дифференциал отображения F на элементе ${}^N u(x)$ множества U_2.

Пусть U и V − два гильбертовых пространства и F − отображение, действующее из U в V, определенное на некотором подмножестве U_2 пространства U. Назовем это отображение дифференцируемым в данной точке ${}^N u \in U_2$, если существует такой ограниченный линейный оператор $L \in L(U,V)$, что для любого $e > 0$ можно найти $\delta > 0$, при котором из неравенства $||{}^N(u + v) - {}^N u|| < \delta$ следует неравенство

$$||F[{}^N(u + v)] - F({}^N u) - L[{}^N(u + v) - {}^N u]|| \le$$
$$\le e||{}^N(u + v) - {}^N u|| \qquad (7)$$

равносильное равенству

$$F[{}^N(u + v)] - F({}^N u) - L[{}^N(u + v) - {}^N u] =$$
$$= o[{}^N(u + v) - {}^N u]. \qquad (8)$$

Выражение $L[{}^N(u + v) - {}^N u]$ назовем дифференциалом отображения F в точке ${}^N u$. Линейный оператор L назовем производной отображения F в точке ${}^N u$ и обозначим ее символом $F'({}^N u)$.

Замечание. Если в качестве базиса пространства U_2 взять систему функций

$$e(x) = \{e_s(x),\ s=1,\ldots,S,\ldots\} =$$
$$= \{\prod_{j=1}^{M}(1, x_j, x_j^2, \ldots, x_j^N, \ldots)\}, \qquad (9)$$

а в качестве ${}^N u(x)$ использовать алгебраический интерполяционный многочлен Лагранжа с коэффициентами ${}^N u_s = [{}^N W]^{-1}(u_s)$, удовлетворяющий в узлах сетки условию ${}^N u(x_s) = u_s$, то в силу дискретности по N матрицы $[{}^N W]$ с отличным от 0 определителем Вандермонда следует, что

$${}^N(u + v) = {}^N u + {}^N v.$$

В этом случае, определенный выше дифференциал, совпадает с сильным дифференциалом Фреше в пространстве функций U_2.

Отметим некоторые свойства сильной производной Фреше:

1. Если отображение F дифференцируемо в точке ${}^N u$, то соответствующая производная определяется единственным образом.
2. Производная непрерывного линейного отображения L есть само это отображение $L'({}^N u) = L$.
3. Производная сложной функции. Пусть U, V, Z − три гильбертовых пространства, $O({}^N u)$ − окрестность точки ${}^N u \in U$, F − отображение этой окрестности в V, ${}^N v = F({}^N u)$, $Q({}^N v)$ − окрестность точки ${}^N v \in V$ и G − отображение этой окрестности в Z. Тогда, если отображение F дифференцируемо в точке ${}^N u$, а G дифференцируемо в точке ${}^N v$, то отображение $H = GF$ дифференцируемо в точке ${}^N u$ и
$$H'({}^N u) = G'({}^N v)F'({}^N u). \qquad (10)$$
4. Пусть F и G − два непрерывных отображения, действующих из U в V. Если F и G дифференцируемы в точке ${}^N u$, то и отображения $F + G$ и aF (a − число) тоже дифференцируемы в этой точке, причем
$$(F + G)'({}^N u) = F'({}^N u) + G'({}^N u), \qquad (11)$$
$$(aF)'({}^N u) = aF'({}^N u). \qquad (12)$$

Изложим метод решения операторных уравнений в гильбертовом пространстве функций U_2. Пусть дано уравнение

$$F(u) = 0, \qquad (13)$$

Предположим, что отображение F сильно дифференцируемо в шаре $B({}^N u^0, r)$ радиуса r (центр которого ${}^N u^0$ мы примем за нулевое приближение искомого решения). Заменяя выражение $F({}^N u^0) - F(u)$ его главной линейной частью, то есть элементом $F'({}^N u^0)({}^N u^0 - u)$, мы получаем из (13) линейное уравнение

$$F'({}^Nu^0)({}^Nu^0 - u) = F({}^Nu^0), \quad (14)$$

решение которого $u = {}^Nu^0 - [F'({}^Nu^0)]^{-1}F({}^Nu^0)$ естественно рассматривать как следующее приближение к точному решению уравнения (13) в U_2 (существование оператора $(F'({}^Nu^0)]^{-1}$ предполагается). Повторяя те же рассуждения, мы получаем последовательность

$${}^Nu^{n+1} = {}^Nu^n - [F'({}^Nu^n)]^{-1}F({}^Nu^n) \quad (15)$$

приближенных решений уравнения (13).

Теорема. Пусть в некотором шаре $B({}^Nu^0,г)$ с центром ${}^Nu^0$ и радиусом $г=(CK)^{-1}$ отображение F сильно дифференцируемо и

(A) производная F' удовлетворяет условию Липшица

$$||F'({}^Nu) - F'({}^Nv)|| \le K||{}^Nu - {}^Nv||;$$

(B) существует $[F'({}^Nu^0)]^{-1}$ и $||[F'({}^Nu^0)]^{-1}|| = C > 0$;

(A) $k = CK||[F'({}^Nu^0)]^{-1}F({}^Nu^0)|| < 1 - \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Тогда в шаре

$$B({}^Nu^0,\delta) = \{ u(x) \mid || u(x) - {}^Nu^0(x) || \le \delta = r/2\} \quad (16)$$

уравнение (13) имеет единственное решение u^* и последовательность $\{u^n\}$, $n=1,2,\ldots$, определяемая процессом (15), сходится к этому решению, причем

$$||u^* - {}^Nu^0|| \le \frac{k(1-k)}{CK(1-2k)}. \quad (17)$$

Доказательство. Для удобства изложения в доказательстве теоремы опустим индекс ${}^N(\cdot)$, указывающий на принадлежность приближенного решения классу U_2. Не нарушая общности рассуждений будем считать также, что $M = 1$.

Единственность. Пусть u^I и u^{II} − два решения уравнения (13) в области $B(u^0,\delta)$, тогда

$||u^I - u^{II}|| =$

$=||[F'(u^0)]^{-1}(F(u^I) - F(u^{II}) - F'(u^0)(u^I - u^{II}))|| \le$

(применим теорему о среднем с $q = (q_i \in [0; 1])$, $i = 0,1,\ldots,N, \ldots$)

$$\le C||F'(u^I+q(u^{II} - u^I))-F'(u^0)||||u^I-u^{II}||=I. \quad (18)$$

Покажем, что элемент $v = u^I+q(u^{II} - u^I) \in B(u^0,r)$

$||v - u^0|| = ||u^I+q(u^{II} - u^I) - u^0|| =$

$= ||(1 - q_i)(u_i^I - u_i^0)+q_i(u_i^{II} - u_i^0)|| \le$

(из предположения, что оба решения из шара $B(u^0,\delta)$)

$$\le ||u^I - u^0|| + ||u^{II} - u^0|| \le 2\delta = (CK)^{-1} = r.$$

Значит, v принадлежит области $B(u^0,r)$ и для элементов v и u^0 выполняется условие Липшица с константой K: $||F'(v) - F'(u^0)|| \le K||v - u^0||$.

Продолжим цепочку неравенств (18)

$$I \le CK(||u^I - u^0|| + ||u^{II} - u^0||)||u^I - u^{II}|| \le$$

(используем неравенство (17))

$$\le CK\frac{2k(1-k)}{CK(1-2k)}||u^I - u^{II}|| = w||u^I - u^{II}||. \quad (19)$$

Таким образом, (учитывая, что $w = \dfrac{2k(1-k)}{(1-2k)} < 1$ при $k < 1 - \dfrac{\sqrt{2}}{2}$) доказано двойное неравенство $0 \le ||u^I-u^{II}||-w||u^I-u^{II}|| \le 0$, из которого следует равенство $(1 - w)||u^I - u^{II}|| = 0$ и единственность решения.

Существование. Доказательство существования решения в шаре $B(u^0,\delta)$ вытекает из неравенства

$$||[F'(u^{n+1})]^{-1}||K||[F'(u^{n+1})]^{-1}F(u^{n+1})|| \le k, n=0,1,\ldots \quad (20)$$

которое индуктивно следует из соотношений

$$||F(u^{n+1})|| \le K||[F'(u^n)]^{-1}F(u^n)||^2; \quad (21)$$

$$||[F'(u^{n+1})]^{-1}|| \le ||[F'(u^n)]^{-1}||/(1 - k); \quad (22)$$

$$||[F'(u^{n+1})]^{-1}F(u^{n+1})|| \le k/(1 - k)||[F'(u^n)]^{-1}F(u^n)||. \quad (23)$$

5. Докажем неравенства (21 – 23) для $n = 0$:

(21^0) $||F(u^1)||=||F(u^1)-F(u^0)+F'(u^0)[F'(u^0)]^{-1}F(u^0)|| \le$

$\le ||F'(u^0+q(u^1-u^0))(u^1 - u^0) - F'(u^0)(u^1 - u^0)|| \le$

$\le K||[F'(u^0)]^{-1}F(u^0)||^2$.

Прежде чем доказывать неравенство (22^0), докажем существование оператора $[F'(u^1)]^{-1}$. По теореме Банаха для этого достаточно, чтобы выполнялось неравенство $||F'(u^1)-F'(u^0)||<1/||[F'(u^0)]^{-1}||$, справедливость которого сразу следует из условий теоремы.

Для доказательства (22^0) рассмотрим оператор $Q = E - [F'(u^0)]^{-1}(F'(u^0) - F'(u^1))$, где E – тождественный оператор. Норма вычитаемого оператора не превосходит 1:

$||[F'(u^0)]^{-1}(F'(u^0) - F'(u^1))|| \le CK||(x^1 - x^0)|| = k < 1$,

значит норма правой части $||E - [F'(u^0)]^{-1}(F'(u^0) - F'(u^1))|| \ge 1- k$, а норма обратного к Q оператора $||Q^{-1}|| \le 1/(1 - k)$. Таким образом, из тождества

$||[F'(u^1)]^{-1}||=||[F'(u^0)(E-[F'(u^0)]^{-1}(F'(u^0)-F'(u^1)))]^{-1}||$

следует, что

(22^0) $||[F'(u^1)]^{-1}|| \le ||[F'(u^0)]^{-1}||/(1 - k)$;

(23^0) $||[F'(u^1)]^{-1}F(u^1)|| \le ||[F'(u^1)]^{-1}|| \, ||F(u^1)|| \le$

$\le ||[F'(u^0)]^{-1}||/(1 - k)K||[F'(u^0)]^{-1}F(u^0)||^2 \le$

$\le k/(1 - k)||[F'(u^0)]^{-1}F(u^0)||$.

Тогда неравенство (20) при $n = 0$ вытекает из соотношений $(21^0 - 23^0)$

$$||[F'(u^1)]^{-1}||K||[F'(u^1)]^{-1}F(u^1)|| \le$$

$$\le ||[F'(u^0)]^{-1}||/(1 - k)Kk/(1 - k)||[F'(u^0)]^{-1}F(u^0)|| \le$$

(используем условия теоремы (B) и (C))

$$\le (k/(1 - k))^2 \le k.$$

6. Пусть при $n = 1,\ldots,m - 1$ указанные соотношения верны, то есть

$$||F(u^m)|| \le K||[F'(u^{m-1})]^{-1}F(u^{m-1})||^2; \quad (21^*)$$

$$||[F'(u^m)]^{-1}|| \le ||[F'(u^{m-1})]^{-1}||/(1 - k); \quad (22^*)$$

$$||[F'(u^m)]^{-1}F(u^m)|| \le k/(1 - k)||[F'(u^{m-1})]^{-1}F(u^{m-1})||. \quad (23^*)$$

Докажем, что из этого следует их справедливость и при $n = m$.

$(21^*)$$||F(u^{m+1})||=||F(u^{m+1})-F(u^m)+F'(u^m)[F'(u^m)]^{-1}\times$

$\times F(u^m)|| \le ||(F'(u^m + q(u^{m+1} - u^m)) - F'(u^m))\times$

$\times(u^{m+1} - u^m)|| \le K||[F'(u^m)]^{-1}F(u^m)||^2$.

Аналогично пункту I доказываем существование оператора $[F'(u^{m+1})]^{-1}$ и оцениваем его норму с помощью оператора $Q = E - [F'(x^m)]^{-1}(F'(x^m) - F'(x^{m+1}))$.

$||[F'(u^m)]^{-1}(F'(u^m) - F'(u^{m+1}))|| \le$

$\le ||[F'(u^m)]^{-1}|| \, ||(F'(u^m) - F'(u^{m+1}))|| \le$

$\le ||[F'(u^{m-1})]^{-1}||/(1 - k)K||[F'(u^m)]^{-1}F(u^m)|| \le$

$\le ||[F'(u^{m-1})]^{-1}||/(1-k)K||[F'(u^{m-1})]^{-1}||/$

$/(1-k)K||[F'(u^{m-1})]^{-1}F(u^{m-1})||^2 \le$

(используем предположение индукции для $n = m - 1$ и неравенство (С))

$$\le (k/(1-k))^2 \le k < 1.$$

Значит, норма правой части $\|E - [F'(u^m)]^{-1}(F'(u^m) - F'(u^{m+1}))\| \ge 1 - k$, а норма обратного к Q оператора $\|Q^{-1}\| \le 1/(1-k)$. Таким образом, из тождества $\|[F'(u^{m+1})]^{-1}\| = \|[F'(u^m)(E - [F'(u^m)]^{-1}(F'(u^m) - F'(u^{m+1})))]^{-1}\|$ следует, что

(22^*) $\|[F'(u^{m+1})]^{-1}\| \le \|[F'(u^m)]^{-1}\|/(1-k)$ и т. д.

Неравенство (20) при n = m следует из условий $(21^* - 23^*)$

$$\|[F'(u^{m+1})]^{-1}\| K \|[F'(u^{m+1})]^{-1}F(u^{m+1})\| \le$$
$$\le \|[F'(u^m)]^{-1}\|/(1-k) Kk/(1-k) \|[F'(u^m)]^{-1}F(u^m)\| \le$$
$$\le (k/(1-k))^2 \le k.$$

Так как последовательность приращений $\|u^{m+1} - u^m\|$, согласно соотношению (23), со скоростью геометрической прогрессии бесконечно убывает к 0, то в силу полноты гильбертова пространства U_2 существует функция u^*, к которой сходится последовательность $\{u^n\}$, то есть

$$\lim_{n\to\infty} u^n = u^* \in U_2 .$$

Из предельного перехода следуют условия (17) и (16)

$$\|u^* - u^0\| \le \lim_{n\to\infty} \sum_{m=0}^{n} \| [F'(u^m)]^{-1} F(u^m) \| \le$$

$\le (1-k)/(1-2k) \|[F'(u^0)]^{-1}F(u^0)\|$ и

$$(1-k)/(1-2k)\, \|[F'(u^0)]^{-1}F(u^0)\| \le \delta = \frac{1}{2CK}$$

при $k = CK\|[F'(u^0)]^{-1}F(u^0)\| < 1 - \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Что и доказывает сходимость метода Ньютона (15) к точному решению уравнения (13) в области единственности $B(u^0,\delta)$.

Замечание 1. Если базис $e(x)$ ортонормированный, то для существования изолированного решения достаточно, чтобы

$$k \le 1 - \frac{1+\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}.$$

В этом случае радиус области единственности решения

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{2CK}}.$$

Замечание 2. Данная теорема является обобщением теорем [1] и [4] для функциональных уравнений.

Изложенная теория применялась при решении нелинейной краевой задачи Дирихле для дифференциального уравнения

$$F(u) = e^{-\frac{d^2u}{dx^2}} + \frac{d^2u}{dx^2} + u - x^2 - 2 = 0 \qquad (24)$$

с граничными условиями $u(0) = 0$, $u(1) = 1$.

Норму линейного оператора $[F'({}^N u)]^{-1}$ определим как наименьшее из чисел C, удовлетворяющих неравенству $\|[F'({}^N u)]^{-1}F({}^N u)\| \le C\|F({}^N u)\|$, и обозначим

$$\|[F'({}^N u)]^{-1}\| = C.$$

Итерационным процессом (15), начиная с приближенного решения операторного уравнения (24) $2u(x) = x2$ $(\|F(2u(x))\| \approx 0{,}15)$, было получено следующее нулевое приближение, удовлетворяющее условиям доказанной выше теоремы

$$ {}^{10}u^0(x) = 0{,}088232732\, x + 0{,}920702834\, x^2 -$$
$$- 0{,}017477239\, x^3 + 0{,}007767224\, x^4 +$$
$$+ 0{,}001129046\, x^5 - 0{,}000316471\, x^6 -$$
$$- 0{,}000049133\, x^7 + 0{,}000010116\, x^8 +$$
$$+ 0{,}000000893\, x^9 - 0{,}000000002\, x^{10}.$$

Норма невязки $\|F({}^{10}u^0(x))\| = 6{,}7\cdot 10^{-7}$, область существования точного изолированного решения $u^*(x)$ $B({}^{10}u^0(x),\delta) = \{ u(x) \mid \| u(x) - {}^{10}u^0(x) \| \le \delta = 7{,}0\cdot 10^{-8}\}$.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Мадорский В.М., Морозов В.В. О локализации решений нелинейных периодических систем. – Изв. высших учебных заведений. Сер. матем., 1985, № 12, с.19-22.
2. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. – М., 1989, с.209-212,287.
3. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М., 1989, с.440-481,551-587.
4. Ревинский А.Ф., Морозов В.В. Об одном методе решения уравнения диффузии. – Тезисы международной математической конференции. Брест, 2002, с.153-154.

УДК 517.911

Семенчук Н.П., Дацык В.Т.

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ СО СТАРШЕЙ ПРОИЗВОДНОЙ ДРОБНОГО ПОРЯДКА

В [1] найдены условия существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения.

$$y^{(\alpha)} = f(x, y), \qquad (1)$$

где $0 < \alpha < 1$, а функция f – удовлетворяет определенным условиям. Также в указанной работе найдена оценка приближения решения уравнения (1) решением специально построенного с помощью линейных методов суммирования интегралов Фурье операторного уравнения типа Абеля-Гаммерштейна.

Мы же в своей работе обобщаем результаты указанных исследований, полученных в [1].

Рассмотрим нелинейное дифференциальное уравнение с дробной старшей производной

$$y^{(\alpha)} = f(x, y, y', \ldots, y^{(n-1)}), \qquad (2)$$

где $n - 1 < \alpha < n,\ n \in \mathbb{N}$.

Пусть функция f – абсолютно интегрируема на параллелепипеде