

оптически накачиваемых лазеров. С другой стороны, уменьшение концентрации алюминия в слое AlGaIn даст возможность понизить напряжения на гетерограницах и повысить значения оптимальной толщины b_a для максимального значения фактора оптического ограничения, однако значения самого фактора при этом уменьшаться.

Другой путь увеличения фактора оптического ограничения видится в использовании резонансных свойств гетероструктур. В этом случае возможно применение тонких напряженных слоев AlGaIn, что не приведет к значительному напряжению активного слоя лазеров.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные расчеты фактора оптического ограничения, коэффициентов усиления при фиксированных значениях усиления квантоворазмерных слоев InGaIn и пороговых значений коэффициента усиления мод разного порядка лазеров с оптической накачкой на основе InGaIn/GaN гетероструктур, выращенных на кремниевых подложках, показывают, что порог генерации таких лазеров можно значительно понизить путем оптимизации волноводных свойств гетероструктур. Возможно также существенное понижение расходимости лазерного излучения при создании условий генерации данных лазеров на модах более низких порядков.

Авторы выражают благодарность заведующему лабораторией оптики полупроводников Института физики им. Б.И. Степанова НАН Беларуси, доктору физ. - мат. наук профессору Г. П. Яблонскому за обсуждение статьи и предоставленные экспериментальные данные.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. E. V. Lutsenko, G. P. Yablonskii, V. N. Pavlovskii, V. Z. Zubialevich, A. I. Stognij, A. L. Gurskii, V. A. Hryshanau, A. S. Shulenkov, O. Schoen, H. Protzmann, M. Luenenbuerger, B. Schineller, M. Heuken. Growth, Stimulated Emission, Photo- and Electroluminescence of

InGaIn/GaN EL-Test Heterostructures // Phys. Stat. Sol. 2002, принята в печать.
 2. Jacqueline Hewett. Silicon substrates give cheap devices. LEDs and lasers based on silicon substrates promise low-cost production // Optics (26 July 2002) (<http://optics.org/articles/news/8/7/24/1>)
 3. Researchers report InGaIn/GaN lasers on silicon // Compound Semiconductor (23 July 2002) (<http://compoundsemiconductor.net/articles/news/6/7/28/1>)
 4. Claus Eherenbeck. Silicon is substrate for gallium nitride-based lasers // Laser Focus World, V. 38, No 9, p.11.
 5. M. J. Bergmann and H. C. Casey, Jr. Optical-field calculations for lossy multiple-layer $Al_x Ga_{1-x} N/In_x Ga_{1-x} N$ laser diodes// J. Appl. Phys., 1998, v. 84, N 3, p. 1196-1203.
 6. М. Адамс. Введение в теорию оптических волноводов/ Москва, 1984.
 7. H. C. Casey, Jr. and M. B. Panish. Heterostructure Lasers, Quantum Electronics Principles and Applications /Academic, New York, 1978, part A.
 8. В.И. Гавриленко, А.М. Грехов, Д.В. Корбутяк, В.Д. Литовченко. Оптические свойства полупроводников. Справочник // Киев: Наукова думка. 1987, 607 с.
 9. G.Webb-Wood, U. Ozgur, H.O.Everitt ,F.Yun, H.Morkoc. Measurement of $Al_x Ga_{1-x} N$ Refractive Indices // Phys.stat.sol.(a) (2001), 188 ,No.2, p. 793 –797.
 10. V.E. Bougrov, A.S. Zubrilov. Computer simulation of optical confinement in III-V nitride double heterostructures// Institute of Physics Conference Series, 1996, 142, p.1007.
 11. A T Meney, E P O'Reilly and A R Adams. Optical gain in wide bandgap GaN quantum well lasers// Semicond. Sci. Technol., 1996, Vol. 11, p. 897–903.
 12. J.J.Kuek, D.L.Pulfrey, B.D.Nener, J.M.Dell, G.Parish, U.K.Mishra. Effects of Band Tail Absorption on AlGaIn-Based Ultraviolet Photodiodes // Phys.stat.sol.(a), 2001, 188, No.1, p. 311 –315

УДК 681.3.068

Краглер Р., Русаков К.И., Тарасюк Н.П.

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ РЕШЕТОК В ПАКЕТЕ «МАТЕМАТИКА»

При подготовке инженеров-строителей-технологов в БГТУ дисциплина «Физика твердого тела» позволяет ознакомить студентов с фундаментальными научными представлениями о конструкционных материалах: различных металлах и сплавах, бетоне и железобетоне, пластмассах, керамике, а также дать теоретическую подготовку для изучения специальных дисциплин. При проведении практических занятий по физике твердого тела представляется достаточно важным выстроить связь между особенностями строения кристаллов и их физическими свойствами.

В теоретической части дисциплины «Физика твердого тела» с этой целью даются некоторые сведения по кристаллографии и рассматриваются основные типы кристаллических решеток. Пакет «Mathematica» обладает развитыми графическими возможностями для визуализации различных кристаллических решеток, что позволяет успешно применять его в учебных и научных целях [1].

Наиболее простой по строению является кубическая решетка, поэтому рассмотрим для начала задачу визуализации примитивной кубической решетки. Поскольку примитивная кубическая решетка обычно изображается в виде куба, в вершинах которого находятся атомы, то для этой цели можно применить функцию **Graphics3D**, которая позволяет создавать графики из элементарных геометрических объектов – точек, кубиков, линий и многоугольников. Для построения элементарной кубической ячейки необходимо задать координаты узлов ячейки, поместить в узлы схематические изображения атомов в виде точек определенного размера (кружков), а затем соединить их линиями. Построение гранцентрированной кубической решетки проводится аналогичным образом, причем для улучшения рисунка можно соединить линиями ближайшие друг к другу атомы, что позволяет нагляднее представить симметрию такой структуры (рис.1).

Краглер Роберт. Профессор, доктор физ.-мат. наук, проректор Фаххохиуле Равенсбурга-Вайнгартена. Германия, 88241, Вайнгартен.

Русаков Константин Иванович. К. физ.-мат. н., доцент каф. физики Брестского государственного технического университета.

Тарасюк Николай Петрович. Старший преподаватель каф. физики Брестского государственного технического университета.

Беларусь, БГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

Физика, математика, химия

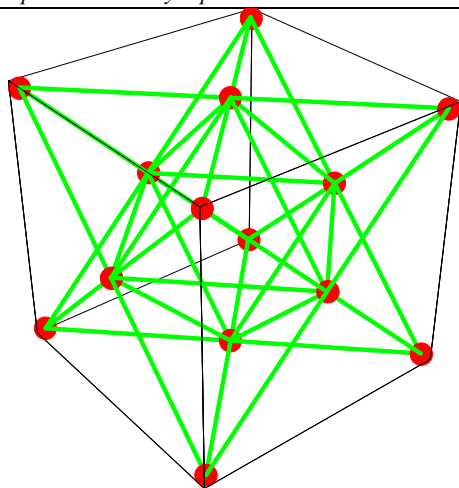


Рис. 1.

При наличии рисунка гранецентрированной кубической решетки можно легко перейти к визуализации решетки алмаза. В этих решетках каждый атом связан с соседями с помощью четырех симметрично расположенных валентных связей, т.е. алмаз имеет трансляционную симметрию гранецентрированной кубической решетки с базисом, состоящим из двух атомов, расположенных в точках $[[000]]$ и $[[\frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4}]]$. Следовательно, структуру алмаза можно представить как две гранецентрированные кубические решетки, смещенные относительно друг друга вдоль диагонали куба на четверть ее длины [2]. Каждый атом в структуре алмаза окружен четырьмя ближайшими соседями и двенадцатью атомами на несколько большем расстоянии.

Симметрию такой структуры можно наблюдать из разных точек с помощью опции **ViewPoint**, которая позволяет изменять положение точки, из которой рассматривается объект. По умолчанию выводимый на экран объект рассматривается из точки с декартовыми координатами $\{1.3, -2.4, 2.0\}$ [3]. На рис.2 показана структура алмаза из точки с координатами, принятыми по умолчанию, причем заметно, что симметрия структуры с такой позиции проявляется не очень ярко. Если точку наблюдения переместить в точку с декартовыми координатами $\{2.0, 2.0, 2.0\}$, что соответствует взгляду на объект из кристаллографического направления $[112]$, то симметрия структуры алмаза становится гораздо более наглядной (рис.3).

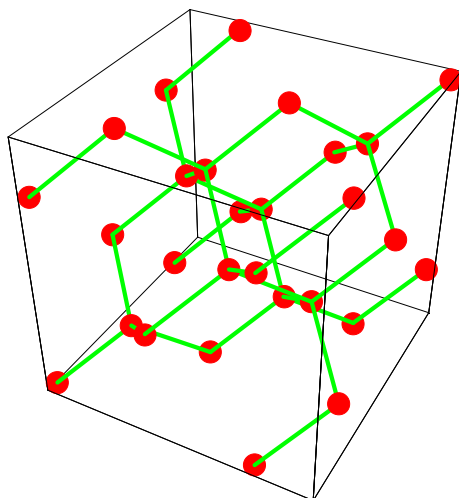


Рис. 2.

На практике пользование опцией **ViewPoint** не слишком удобно, т.к. для задания новой точки обзора требуется менять

ее координаты несколько раз, постепенно подбирая при этом вид объекта, наиболее хорошо отражающий его симметрию. Начиная с версии пакета «Mathematica 4», существует пакет расширения **RealTime3D**, позволяющий вращать трехмерные объекты в реальном масштабе времени с помощью мыши. Поскольку вращение возможно в любом направлении, то для лучшей ориентации требуется наличие привязки осей координат к выводимому изображению, причем элементы кристаллической решетки и оси должны быть трехмерными объектами.

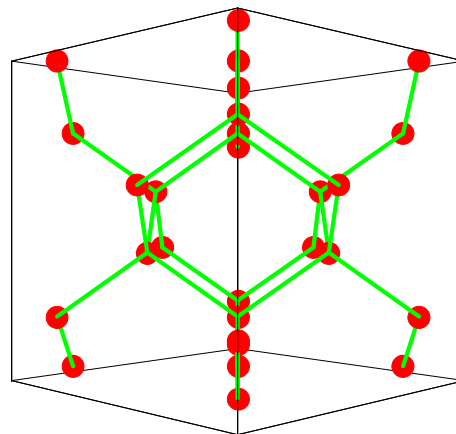


Рис. 3.

При реализации данной задачи атомы изображались в виде сфер, связи между соседними атомами – в виде цилиндров, координатные оси компоновались из цилиндров и конусов. На рис.4 показан вид элементарной ячейки решетки GaAs с координатными осями, повернутой мышью с применением пакета расширения **RealTime3D**. Просмотр трехмерного изображения с любой точки позволяет быстро найти такое положение ячейки в пространстве, при котором особенности ее симметрии наблюдаются на экране наиболее отчетливо.

Для визуализации рис.4 была создана процедура **axes3D**, которая позволяет построить трехмерные координатные оси и привязать их к нужной точке элементарной кристаллической ячейки. Углы между координатными осями можно задавать произвольным образом, например в гексагональной ячейке угол между осями X и Y составляет 120° , и такие оси можно вывести с помощью вышеназванной процедуры. На рис.5 показан вид гексагональной кристаллической ячейки с углом между осями X и Y, равным 120° , при этом оси вращаются в пространстве вместе с решеткой во время просмотра.

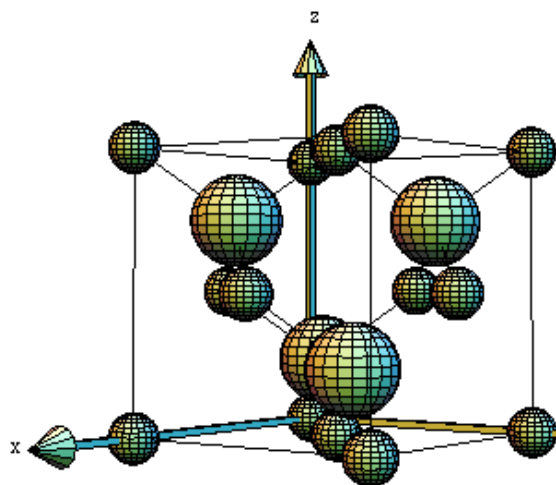


Рис. 4.

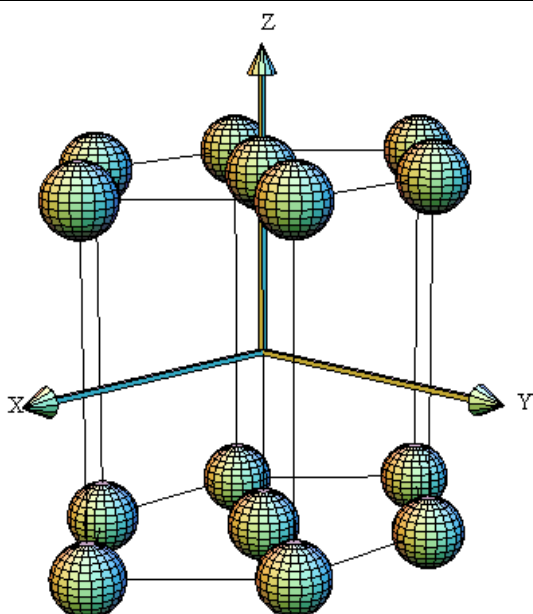


Рис. 5.

Возможности пакета «Mathematica» не ограничиваются рассмотренными примерами, для вывода на экран изображений различных решеток и структур можно, например, использовать подпакет **MolecularGraphics**, в котором рисование химических связей между атомами облегчено наличием специальной процедуры, требуется только задать координаты узлов кристаллической решетки, и ближайшие атомы будут

УДК 531.1

Прокопеня А.Н.

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ РАВНОВЕСНЫХ РЕШЕНИЙ ОГРАНИЧЕННОЙ ЗАДАЧИ ЧЕТЫРЕХ ТЕЛ

ВВЕДЕНИЕ

Основная задача динамики состоит в том, чтобы исследовать всю совокупность возможных движений заданной динамической системы. Для системы тел, движущихся под действием их взаимного гравитационного притяжения, соответствующая задача решена только в случае двух тел. Несмотря на то, что известны десять интегралов движения системы, в случае трех и более тел уравнения движения не могут быть проинтегрированы. Поэтому представляет большой интерес поиск и исследование их частных решений. Наибольшие результаты в этой области достигнуты при решении задачи трех тел и ее упрощенного варианта – ограниченной задачи трех тел [1]. Пять частных решений этой задачи были найдены еще в XVIII веке Л.Эйлером и Ж.Лагранжем. Однако анализ устойчивости треугольных лагранжевых решений оказался очень трудной задачей. К настоящему времени полностью исследована устойчивость этих решений в плоской круговой ограниченной задаче трех тел, подробно рассмотрена их устойчивость в пространственной круговой задаче, а также в плоской и пространственной эллиптических задачах [2]. При этом были разработаны новые качественные, аналитические и численные методы исследования нелинейных гамильтоновых систем, которые могут использоваться при решении многих других задач механики и математики [3]. Тем не менее, тео-

соединены прямыми линиями. Для повышения наглядности обучения можно комбинировать различные подходы к визуализации кристаллических решеток при изучении дисциплины «Физика твердого тела».

Опыт проведения занятий по курсу «Физика твердого тела» в компьютерном классе показывает, что даже несколько простых примеров строения кристаллических решеток на экране, которые можно повернуть в любую сторону с помощью мыши в реальном времени, значительно улучшают восприятие лекционного материала. Таким образом, визуализация кристаллических решеток способствует формированию у студентов современных представлений о твердых телах и о связи особенностей их структуры с различными физическими свойствами.

Данная работа выполнена в рамках исследовательского проекта «Моделирование и решение прикладных задач по курсу «Физика твердого тела» в компьютерной алгебре «Mathematica» по сотрудничеству между Брестским государственным техническим университетом и Fachhochschule Ravensburg-Weingarten.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Wolfram S. The Mathematica book. 4 th ed. Addison-Wesley, 1999.
2. Блейкмор Дж. Физика твердого тела. М.: Мир, 1988.- 608 с.
3. Дьяконов В. Mathematica 4: учебный курс – СПб: Питер, 2001.- 656 с.

рия устойчивости гамильтоновых систем еще до конца не разработана, и исследования в этой области продолжают оставаться весьма актуальными.

В работах [4-6] было доказано, что существует новый класс точных частных решений плоской ньютоновой задачи многих тел. Это позволило предложить две новые динамические модели, которые известны как ньютоновы ограниченные проблемы $(n+2)$ -тел [7, 8]. Теперь в рамках этих моделей необходимо найти все равновесные решения уравнений движения и исследовать их устойчивость. Поскольку в общем случае эта проблема очень сложная, в качестве первого шага рассмотрим случай четырех взаимодействующих тел. В данной работе исследуется движение частицы пренебрежимо малой массы в гравитационном поле, генерируемом тремя телами. Их движение определяется соответствующим решением задачи трех тел [6]. Получены уравнения движения частицы в фазовом пространстве Нехвила, найдены их равновесные решения, и исследована их устойчивость в линейном приближении. Все расчеты и визуализация полученных результатов производятся с помощью системы Mathematica, которая существенно увеличивает наши возможности при выполнении символьных и численных вычислений [9].

Прокопеня Александр Николаевич. К. физ.-мат. н., доцент каф. физики Брестского государственного технического университета.

Беларусь, БГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.