На втором этапе получившиеся отрезки соединяются по минимальному между ними расстоянию. В результате получаем замкнутый контур (рис 2.)

Если контуров несколько, то на третьем этапе выполняется их склеивание.

5. АЛГОРИТМ ОБЪЕДИНЕНИЯ (СКЛЕИВАНИЕ) КОНТУРОВ

Для рассматриваемых методов решения задачи используется один метод объединения контуров. Операция склейки представляет собой процедуру объединения двух контуров, при которой из каждого контура удаляется по одному ребру, а затем добавляются два ребра так, чтобы получился замкнутый контур. Перед объединением, необходимо выбрать два контура, расстояние между которыми минимально. Для рисунка 1 оно равно:

$(d_{16} + d_{34}) - (d_{46} + d_{13}) = d_{min}$, где d_{16}, d_{34}, d_{46}, d_{13} - расстояния между соответствующими точками; d_{min} представляет собой найденную минимальную оценку.

6. СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ДВУХ МЕТОДОВ

Сравним решение задачи коммивояжера данным методом кристаллизации при условии замкнутости контуров с решением задачи методом парного соединения.

Так как оба метода дают приемлемое время решения задачи, то в качестве критерия сравнения будем использовать целевую функцию суммы расстояний. Результаты сравнения приведены в таблице 2.

Из результатов сравнения, представленных в табл. 2 видно, что с увеличением количества точек более приемлемым является метод кристаллизации при условии замкнутости контуров. Однако отклонение от оптимального решения зачастую зависит от расположения точек.

На рисунках 5,6,7 приведены примеры решения задачи коммивояжера при следующих условиях:

- количество точек – 100;
- расположение – случайное;
- закон распределения – равномерный.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Решение задачи коммивояжера является трудной задачей, так как все точные методы решения имеют экспоненциальную оценку сложности, т.е. они имеют сложность порядка $O(e^n)$. Известные алгоритмы решения таких задач являются алгоритмами полного перебора всех вариантов и не являются эффективными.

Поэтому в данной статье для решения задачи коммивояжера рассматриваются приближенные методы. Они не всегда находят оптимальный путь, но по сравнению с другими методами, мы получаем большой выигрыш в скорости, и возможность обрабатывать большое количество точек. Следует отметить, что предложенные методы представляют значительный интерес для различных исследований, проводимых в диалоговом режиме.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мамиконов А.Г. "Основы построения АСУ", Москва, "Высшая школа" - 1981.
2. Схрейвер А. "Теория линейного и целочисленного программирования", Москва, "Мир" - 1981.
3. Таха Х. "Введение в исследование операций", Москва, "Мир" – 1985

УДК 681.3

Шуть В.Н., Волчок А.П., Кирьянов Д.П., Мегель И.С.

КОРЕЛЛЯЦИОННЫЙ ОБРАЗ СЛУЧАЙНОГО МАССИВА ТОЧЕК НА ПЛОСКОСТИ

ВВЕДЕНИЕ

Объектом исследования является группа случайных точек на плоскости отражающая не жестко, неявно некоторый объект либо физический процесс [1]. Такую группу не жестко связанных точек на плоскости назовем дискретной системой. Определим ее следующим образом. Пусть d и D - произвольные положительные числа. Систему точек на плоскости назовем простой $(d, D$ -системой, если выполняются следующие два условия:

1) расстояние между любыми двумя точками системы не меньше d (d-условие);

2) где бы на плоскости ни нарисовать окружность радиуса D, внутри или на ней самой лежит хотя бы одна точка системы (D -условие).

Непересекающиеся между собой круги одного и того же радиуса D на плоскости можно располагать бесконечно. Поскольку по D-условию в каждом из них должна содержаться, по крайней мере одна точка (d, D-системы), то такая система точек бесконечна.

С другой стороны в любой ограниченной области может содержаться лишь конечное число точек d, D - системы. Это непосредственно вытекает из d-условия. Таким образом, в нашей системе нет ни больших разряжений точек, ни чересчур плотных скоплений. D-условие является притягивающей (собирающей) силой, а d-условие действует как отталкивающая сила. Плотность распределения точек колеблется в некоторых пределах, зависящих, разумеется, от параметров d *и* D. Введение параметров посредством условий 1 и 2 неоднозначно связывает с ними данную систему. В самом деле, если система удовлетворяет приведенным условиям при некоторых значениях d и D, то она будет удовлетворять тем же условиям и при других значениях d' и D', для которых выполняются неравенства $d'<d, D'<D$.

Избавиться от неоднозначности можно, выбрав для данной системы в качестве параметра d наибольшее число, при котором она еще удовлетворяет условию 1, а в качестве параметра D - соответственно наименьшее число среди тех, для которых выполняется условие 2. В дальнейшем, несмотря конкретную (d, D) -систему точек, под d и D будем понимать именно экстремальное для этой системы значение параметров, которое может быть практически получено с самой системы.

Волчок А.П. *Студент 5 курса специальности ЭВМиС Брестского государственного технического университета.*
Кирьянов Д.П. *Студент 5 курса специальности ЭВМиС Брестского государственного технического университета.*
Мегель И.С. *Студент 5 курса специальности АСОИ Брестского государственного технического университета.*
Беларусь, БГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для испытаний в статистических исследованиях используются наборы случайных величин, причем для описания этих входных наборов используются такие параметры как математическое ожидание, дисперсия и т.д. Но эти параметры не учитывают взаимного распределения случайных величин относительно друг друга (разрежений и сгущений). Предлагаемый ниже метод позволяет однозначно идентифицировать тестовые наборы на предмет взаимной корреляции случайных величин.

Например в промышленности для перехода от объёма к точке при описания шлифов используются статистические подходы к получению параметров трехмерных структур основанные на методе сечений [2]. В плоскости сечения сохраняются «следы» — отображения внутреннего строения. По ним и нужно восстановить количественные характеристики составляющих трехмерных компонентов тела. Для получения «следов» непрозрачных объектов (металл, керамика, горные породы) приготовленные сечения тел шлифуют, полируют, а иногда протравливают кислотами. Отсюда название таких препаратов — шлифы. Их можно наблюдать только в отраженном свете. Из полупрозрачных биологических объектов приготавливаются тонкие срезы, их наблюдают в микроскоп в проходящем свете.

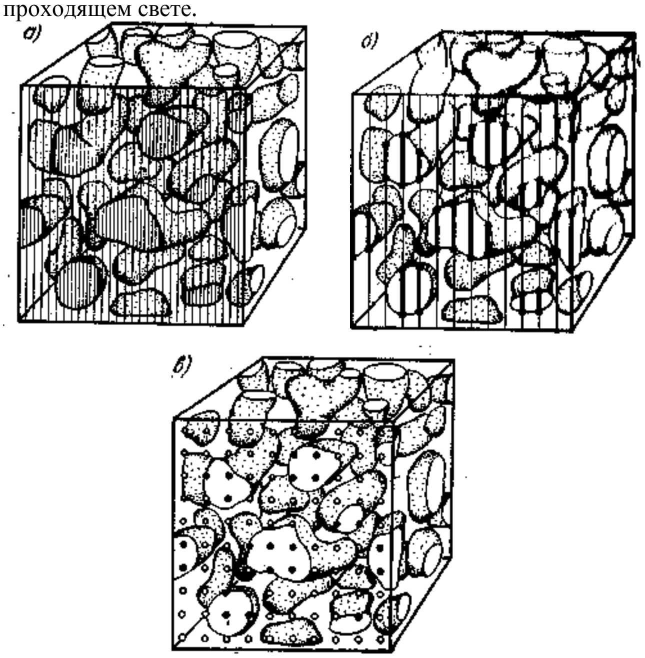


Рис. 1.1. Снижение размерности: а — получение шлифов; б — развертка шлифа; в — получение точечного растра

Различие способов описания структур состоит в использовании различных математических языков. Будем пользоваться языком теории множеств. Каждой точке поставим в соответствии координаты из n действительных чисел. Таким образом, n=2 будет соответствовать плоскости, n=3 - трехмерному пространству и n=1 — прямой. Множество всех действительных чисел обозначим буквой R, а множество всех наборов из n действительных чисел — символом Rn. Так что $R1$ есть прямая с системой координат, $R2$ — плоскость с системой координат и $R3$ — трехмерное пространство с системой координат. Допустим, что A и X — множества и $A \subset X$ (A содержится в X), тогда каждый элемент множества A является одновременно элементом множества X. Обозначение f: $X \rightarrow Y$ читается так: «f есть функция, отображающая X в Y». Если x принадлежит к X, то фразу «элементу x функция f ставит в соответствие элемент $y \in Y$» записывают: $y= f(x)$. X - и Y — подмножества эвклидовых пространств разных размерностей, т. е. $X \subset Rm$, а $Y \subset Rn$.

Если имеем две функции f: $X \rightarrow V$ и g: $Y \rightarrow Z$, то можно составить новую функцию, обозначаемую символом gf: $X \rightarrow Z$ Функция, называемая композицией функций f, g, каждому элементу $x \in X$ ставит в соответствие элемент $g(fx) \in Z$.

Допустим, что на рис.1.1.а условно изображено непрозрачное тело, передняя грань которого представляет шлиф. Поскольку шлиф - плоский, то третье измерение структурных элементов исчезает. Операция приготовления шлифов или $R3 \rightarrow R2$ каждой точке $x \in X \subset R3$ ставит в соответствие f$(x) \in Y \subset R2$. Отображениями поверхностей структурных элементов на шлифе будут линии границ; объемы, заключенные внутри поверхностей, превратятся в площади внутри контуров. Нитевидные структуры на шлифе оставляют «следы» в виде точек. Итак, сечение тела привело к тому, что размерность «следов» структурных элементов снизилась на единицу: объемы превратились в площади, площади — в линии, а линии — в точки

Мысленно разрежем с определенным шагом в перпендикулярном направлении плоскость шлифа, получим набор параллельных линий (рис.1.1, *б)*. Условно соединим конец одной с началом другой, в результате чего получим одну длинную линию. Такую операцию называют разверткой плоскости. Произошло преобразование двумерной плоскости шлифа в одномерную линию, Операция развертки отображает $R2 \rightarrow R1$ и каждой точке $y \in Y \subset R2$ ставит в соответствие $z \in Z \subset R1$ или, учитывая композицию двух функций: $R3 \rightarrow R1$. Объёмам теперь соответствуют длины хорд, поверхностям - концы хорд (т. е. точки), а отображения структур, которым раньше соответствовали точки, теперь исчезли (вероятность случайного попадания линии на точку равна нулю).

Вырежем из линии, в которую мы развернули плоскость шлифа, с определенным шагом отдельные участки исчезающе малой длины, т.е. осуществим операцию преобразования плоскости шлифа в точечный растр (рис.1.1., *в)*. Тем самым снижена размерность еще на единицу: $R1 \rightarrow R0$. Отображениями объема структурных элементов теперь являются точки, а «следы» других структур исчезли.

Если знаем вид функции f и g, то можно измерить количественные параметры структур (например, объемов) на любой стадии преобразования, а затем аналитически пересчитать в обратном порядке.

Использование кругов регрессии в данном случае – альтернативный вариант описания шлифов.

2. АЛГОРИТМ ПОЛУЧЕНИЯ КОНТУРА

Алгоритм построения кругов регрессии основывается на построении контуров. Эти контуры строятся следующим образом:

1. выделяются локальные, обособленные от соседних, группы точек;

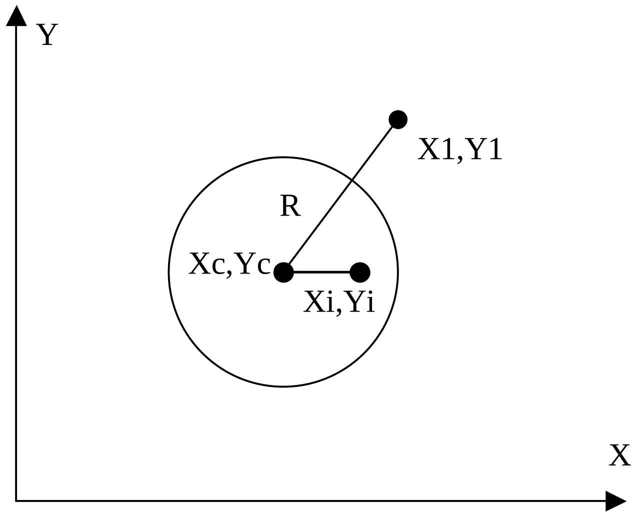
2. для каждой обособленной группы точек применяются уравнения регрессии:

$$\begin{cases} Xc = \frac{1}{n}\sum Xi, \\ Yc = \frac{1}{n}\sum Yi, \\ R = \frac{1}{n}\sum(\sqrt{(Xc-Xi)^2+(Yc-Yi)^2}. \end{cases} \qquad (2.1)$$

Т.о. в результате выполнения алгоритма получим контуры различной длины (круги регрессии), описываемые с помощью координат центров и радиусов.

3.ВЫВОД ФОРМУЛЫ КРУГОВОЙ РЕГРЕССИИ

Выражение (2.1) получаем исходя из уравнений нелинейной однофакторной регрессионной модели второй степени [3] – круговой регрессии:



В данном случае уравнение регрессии будет иметь вид:

$$R^2 = (x_C - x_I)^2 + (y_C - y_I)^2 \qquad (3.1)$$

При этом задача сводится к определению неизвестных параметров: R, x_C, y_C.

Если бы все значения, полученные по данным наблюдения, лежали строго на окружности, описываемой уравнением, то для каждой из точек было бы справедливо равенство $\Delta i = R - \sqrt{(Xc - Xi)^2 + (Yc - Yi)^2} = 0$.

Однако на практике получается, что $\Delta i = R - \sqrt{(Xc - Xi)^2 + (Yc - Yi)^2} \neq 0$, где Δi - разность между данными наблюдения и данными, полученными по уравнению связи.

Эта разность как раз и появляется в силу наличия расхождений между идеальным кругом и реальным распределением точек на плоскости, поэтому возникает проблема нахождения таких коэффициентов регрессии, при которых ошибка была бы минимальной. Можно минимизировать сумму абсолютных отклонений (ошибок), т.е.

$$S = \sum_{i=1}^{n} |\Delta i| \to \min \qquad (3.2)$$

или минимизировать сумму кубических ошибок, и тогда получим сумму наименьших кубов:

$$S = \sum_{i=1}^{n} |\Delta^3 i| \to \min \qquad (3.3)$$

Или, наконец, минимизировать наибольшую абсолютную ошибку:

$$\min \max I\, |\Delta i| \qquad (3.4)$$

Однако наиболее оптимальным вариантом является оценка ошибки по методу наименьших квадратов:

$$S = \sum_{i=1}^{n} \Delta^2 i \to \min \qquad (3.5)$$

Метод наименьших квадратов обладает тем замечательным свойством, что делает число нормальных уравнений равным числу неизвестных коэффициентов. Приведенное уравнение окружности второго порядка имеет три неизвестных коэффициента: R, x_C, y_C.

Следовательно, применяя метод наименьших квадратов, мы получим уравнение:

$$S = \sum_{i=1}^{n} \Delta^2 i = \sum_{i=1}^{n} \left(R - \sqrt{(Xc - Xi)^2 + (Yc - Yi)^2}\right) \to \min \qquad (3.6)$$

Для нахождения значений неизвестных коэффициентов R, x_C, y_C при которых функция была бы минимальной, необходимо приравнять частные производные по этим величинам к нулю, т.е.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial S}{\partial Xc} = -\dfrac{2}{2}\sum\left(\sqrt{(Xc - Xi)^2 + (Yc - Yi)^2} - R\right) \times \\ \times \dfrac{Xi - Xc}{\sqrt{(Xc - Xi)^2 + (Yc - Yi)^2}} = 0 \\ \dfrac{\partial S}{\partial Yc} = -\dfrac{2}{2}\sum\left(\sqrt{(Xc - Xi)^2 + (Yc - Yi)^2} - R\right) \times \\ \times \dfrac{Yi - Yc}{\sqrt{(Xc - Xi)^2 + (Yc - Yi)^2}} = 0 \\ \dfrac{\partial S}{\partial R} = -2\sum\left(\sqrt{(Xc - Xi)^2 + (Yc - Yi)^2} - R\right) = 0 \end{cases} \qquad (3.7)$$

Решая систему, получаем значения неизвестных коэффициентов R, x_C, y_C и получим уравнение для вычисления регрессии:

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{c} \sum\left(\sqrt{(Xc - Xi)^2 + (Yc - Yi)^2} - R\right) = 0 \\ \sum (Xi - Xc) = 0 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{c} \sum\left(\sqrt{(Xc - Xi)^2 + (Yc - Yi)^2} - R\right) = 0 \\ \sum (Yi - Yc) = 0 \end{array}\right. \\ \sum\left(\sqrt{(Xc - Xi)^2 + (Yc - Yi)^2}\right) = \sum R \end{cases} \qquad (3.8)$$

$$\begin{cases} \sum Xi = \sum Xc, \\ \sum Yi = \sum Yc, \\ \sum\left(\sqrt{(Xc - Xi)^2 + (Yc - Yi)^2}\right) = \sum R; \end{cases} \qquad (3.9)$$

$$\begin{cases} \sum Xi = nXc, \\ \sum Yi = nYc, \\ \sum\left(\sqrt{(Xc - Xi)^2 + (Yc - Yi)^2}\right) = nR; \end{cases} \qquad (3.10)$$

$$\begin{cases} Xc = \dfrac{1}{n}\sum Xi, \\ Yc = \dfrac{1}{n}\sum Yi, \\ R = \dfrac{1}{n}\sum\left(\sqrt{(Xc - Xi)^2 + (Yc - Yi)^2}\right); \end{cases} \qquad (3.11)$$

где n – количество регрессируемых точек.

Докажем то, что при полученных координатах центра радиус круга регрессии будет минимальным, т.е.

$$F(x, y) = R^2 = (x_C - x_I)^2 + (y_C - y_I)^2 \to \min \qquad (3.12)$$

для этого исследуем функцию (3.12) на экстремум:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial F}{\partial x} = 2\sum(Xi - Xc) \\ \qquad \dfrac{\partial F}{\partial x} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\ 2\sum(Xi - Xc) = 0\ \Leftrightarrow\ Xc = \frac{1}{n}\sum Xi \tag{3.13}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial F}{\partial y} = 2\sum(Yi - Yc) \\ \qquad \dfrac{\partial F}{\partial y} = 0; \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\ 2\sum(Yi - Yc) = 0\ \Leftrightarrow\ Yc = \frac{1}{n}\sum Yi \tag{3.14}$$

Как видим, нами получены те же выражения (3.13 и 3.14) для центров регрессии что и (3.11), т.е. при данных значениях радиус регрессии действительно будет минимальным.

Формулы (3.11) могут быть применены повторно, чтобы получить регрессию второго (или m-го) порядка. В этом случае в качестве входных точек берутся центры кругов регрессии первого порядка:

$$\begin{cases} X_{C2} = \dfrac{1}{n}\sum X_{C1i}, \\ Y_{C2} = \dfrac{1}{n}\sum Y_{C1i}, \\ R_2 = \dfrac{1}{n}\sum(\sqrt{(X_{C1i} - X_{C2})^2 + (Y_{C1i} - Y_{C2})^2}. \end{cases} \tag{3.15}$$

4. СТАТИСТИКА

По полученным радиусам кругов регрессии для регрессии каждого порядка строятся гистограммы. Для этого определяется минимальное и максимальное значение радиуса круга регрессии. Затем определяется шаг приращения:

$$\Delta = \frac{1}{n}(R_{\max} - R_{\min}) \tag{4.1}$$

где n - количество кругов регрессии;

R_{min} - минимальное значение радиуса круга регрессии;

R_{max} - максимальное значение радиуса круга регрессии;

Δ - шаг приращения.

По полученным результатам строятся таблицы, в которых определяются диапазон радиусов и количество таких кругов.

Радиус	*r1 =Rmin*	*r2=r1+Δ*	…	*r1 =Rmax*
Частота	*q1*	*q2*	…	*q3*

Таблицы точно такой же структуры строятся и для степеней регрессии последующих степеней.

По таблицам строятся гистограммы, формы которых описывают объект или процесс, идентифицируя его.

ВЫВОД: В работе показан новый метод, позволяющий эффективно описывать случайные множества объектов. Для объектов со специфической структурой (имеющих локальные скопления) круги регрессии наиболее полно представляют описываемый объект , т.к. в этом случае имеют более сильную связь с объектом. Как дальнейшее развитие данного метода, можно предложить его применение для трёхмерных объектов – т.е. использование 3D-регрессии.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Шуть В.Н., Прожерин И. Г. Идентификация объектов и процессов по корелляционному образу, 2000.
2. Иваницкий Г.Р., Куниский А.С. Математические методы исследования структур. М.:Знание, 1975
3. Замков О.О., Толстопятенко А.В., Черемных Ю.А. Математические методы в экономике: Учебник.- М., ФИС, 1997.

УДК 378.146+378.147(07)

Гладковский В.И.

ГАРМОНИЗАЦИЯ ВНЕШНЕГО И ВНУТРЕННЕГО ЗАКАЗА НА ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ СЕРВИС

Проблема кризиса образования является одной из фундаментальных проблем в жизни общества. Причины кризиса — самые ранообразные [11], но ослабление степени детерминации социального заказа является, на наш взгляд, одной из основополагающих. Это ослабление в той или иной мере, безусловно, сказывается и на качестве учебно-воспитательного процесса в высшей школе. Например, несмотря на большой конкурс при поступлении в высшие учебные заведения, количество ежегодно отчисляемых из-за неуспеваемости студентов все еще достаточно велико. Причины данного отрицательного явления в жизни высшей школы нетрудно перечислить: это и недостаточная мотивация к учению, и неумение эффективно использовать временной ресурс, и отсутствие привычки к рефлексивному мышлению, к преодолению трудностей в работе, и слабая выраженность навыков самовоспитания и т. д.

Решение проблемы кризиса образования имеет непосредственное отношение к формированию будущего нашего общества. Не случайно Ю. В. Громыко в своей книге «Мыследеятельностная педагогика» говорит о том, что кризис образования, переживаемый обществом в настоящее время, связан с отсутствием однозначного и понятного способа включения образования в современное общество[1] [8]. Для исправления

[1] Одним из фундаментальных свойств этого кризиса является по его мнению кризис жанра, проявляющийся в отсутствии четких ориентиров по формированию содержания образования, а также то, что ни одно из предложений в области образования не является окончательным, и по отношению к сфор-

Гладковский Виктор Иванович. *К. физ.-мат. н., профессор каф. физики Брестского государственного технического университета.*
Беларусь, БГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.