СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Березин И. С., Жидков Н.П. Методы вычислений. В 2-х т.: Т. 1. – М.: 1966. – 464 с.
2. Мадорский В. М. Локализация решений нелинейных уравнений // Труды Института математики НАН Беларуси – Минск, 2002. – Том 11. С. 96 – 103
3. Стрилец Н.Н. Сравнительный анализ ряда квазиньютоновских методов для решения нелинейных систем // IV межвуз. науч.-метод. конф. молодых ученых: Сб. матер. – Брест, 2002. – С. 43 – 44.
4. Мадорский В.М, Стрилец Н.Н. Об использовании сплайн-аппроксимации при решении уравнений Дуффинга и Ван-дер-Поля // Веснік Брэсцкага універсітэта. – 2001. – № 4. – С. 3 – 9.

УДК 517.948.34

Пархимович И.В.

О КОРРЕКТНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ ОПЕРАТОРА, СООТВЕТСТВУЮЩЕГО КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим сначала некоторые общеизвестные понятия, необходимые в дальнейшем.

Пусть H – гильбертово пространство и в нем действует линейный оператор $A : D \to H$ с плотной в H областью определения, т.е. $\overline{D} = H$.

Уравнение $Ax=y$ называется корректно разрешимым [1], если при $\forall x\in D(A)$ имеет место неравенство $\|x\| \le k\|Ax\|$, где $k > 0$ и не зависит от x.

Из корректной разрешимости вытекает однозначная разрешимость, при которой однородное уравнение $Ax=0$ имеет только нулевое решение, иными словами нуль – пространство оператора A представляет нуль: $N(A)=0$.

Известно [1], что если уравнение $Ax=y$ корректно разрешимо, то оператор A имеет на области значений $R(A)$ ограниченный обратный

Рассмотрим краевую задачу для линейного интегро-дифференциального уравнения

$$T_x:\begin{cases} T_\lambda \equiv \dot{x}(t)+\lambda(P(t)\ x(t) + \\ + \int_a^b K(t,s)\,x(s)\,ds = f(t) \\ x\ (a) - \int_a^b M(t)\ \dot{x}(t)\,dt=0, \end{cases} \tag{1}$$

в которой предполагается:

1) действительная неизвестная n-векторная функция $x(t)$ действительного

переменного t принадлежит линеалу $D_2^n[a,b]$ абсолютно непрерывных n-вектор-функций, а $\dot{x}(t) \in L_2^n\ [a,\ b]$; n - вектор – функция $f \in L_2^n\ [a,\ b]$;

2) $P(t)$, $M(t)$, $K(t,s)$ – n x n матрицы, элементы которых суммируемы с квадратом в соответствующих областях.

Мы укажем достаточный признак корректной разрешимости задачи (1), используя легко доказываемое обобщение известного [1] результата.

Утверждение 1. Уравнение $Tx=f$ корректно разрешимо тогда и только тогда, когда уравнение $T_s^*u = f$ везде разрешимо, где T_s^*-s - сопряженный оператор [2] к оператору T.

Для задачи (1) s - оператором служит оператор

$$S_x:\begin{cases} Dx \equiv \dot{x} \\ x(a) - \int_a^в M(t)\ \dot{x}(t)\ dt = 0 \end{cases} \tag{2}$$

Имеет место

Утверждение 2. Дефектное подпространство оператора $S(2)$ равно нулю, т.е. $Z_s^* = 0$.

Для оператора T_λ (1) составим аналог формулы Лагранжа, получаемой интегрированием по частям:

$$\int_a^b T_\lambda x(t)z(t)dt \equiv \int_a^b \dot{x}'(t)z(t)dt +$$

$$+\lambda\int_a^b (P(t)x(t))'z(t)dt +$$

$$+\lambda\int_a^b\int_a^b (K(t,s)\dot{x}(s))'z(t)dsdt = \int_a^b \dot{x}'(t)z(t)dt +$$

$$+\lambda\int_a^b x'(t)P'(t)z(t)dt + \lambda\int_a^b \dot{x}'(s)ds\int_a^b K'(t,s)z(t)dt =$$

$$= \int_a^b \dot{x}'(t)z(t)dt + \lambda x'(t)\int_t^b P'(s)z(s)ds\Big|_{t=a}^{b} +$$

$$+\lambda\int_a^b \dot{x}'(t)\int_t^b P'(s)z(s)dsdt +$$

$$+\lambda\int_a^b \dot{x}'(s)ds\int_a^b K'(t,s)z(t)dt = \lambda x'(a)\int_a^b P'(s)z(s)ds +$$

$$+\int_a^b \dot{x}(t)(z(t) + \lambda\int_t^b P'(s)z(s)ds) + \lambda\int_a^b K'(s,t)z(s)ds)dt.$$

***Пархимович Игорь Владимирович**. К. физ.-мат.н., профессор каф. высшей математики Брестского государственного технического университета.*
Беларусь, БГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

Выполнив соответствующие преобразования, получим

$$\int_a^b (\dot{x}(t)+\lambda(P(t)x(t)+\lambda\int_a^b K(t,s)\dot{x}(s)ds)z(t)dt =$$

$$=\lambda x'(a)\int_a^b P'(t)z(t)dt+\int_a^b \dot{x}'(t)(z(t)+$$

$$+\lambda\int_t^b P'(s)z(s)ds+\lambda\int_a^b K'(s,t)z(s)ds)dt$$

Учитывая краевые условия задачи (1), получим:

$$\int_a^b (\dot{x}(t)+\lambda(P(t)x(t)+\int_a^b K(t,s)\dot{x}(s)ds)z(t)dt =$$

$$=\lambda\int_a^b \dot{x}'(t)M'(t)dt+\int_a^b P'(s)z(s)ds+\int_a^b \dot{x}'(t)(z(t)+$$

$$+\lambda\int_t^b P'(s)z(s)ds+\lambda\int_a^b K'(s,t)z(s)ds)dt$$

или

$$\int_a^b (\dot{x}(t)+\lambda P(t)x(t)+$$

$$+\lambda\int_a^b K(t,s)\dot{x}(s)ds)z(t)dt=\int_a^b \dot{x}'(t)(z(t)+$$

$$+\lambda\int_t^b P'(s)z(s)ds+\lambda\int_a^b (K'(s,t)+$$

$$+M'(t)P'(s))z(s)ds)dt.$$

Отсюда получим, что при $\forall x \in D(T)$ (T-линейный оператор, соответствующий краевой задаче (1), $\forall z \in L_2^n[a,b]$ имеет место равенство

$$(Tx,z)=(Sx,T_s^*z),$$

где S - оператор, определяемый соотношениями (2), а оператор T_s^* имеет вид:

$$T_s^*z \equiv z(t)+\lambda(\int_t^b (P'(s)z(s)ds+$$

$$+\int_a^b K'(s,t)+M'(t)P'(s))z(s)ds \qquad (3)$$

где $P'(s)$, $K'(s,t)$, $M'(t)$ - матрицы, транспонированные соответственно матрицам $P(s)$, $K(s,t)$, $M(t)$.

S- сопряженный оператор T_s^* (3) можно записать в фредгольмовом виде

$$T_s^*z = z(t)+\lambda\int_a^b \tilde{K}(t,s)z(s)ds, \qquad (3')$$

если положить

$$\tilde{K}(t,s)=$$

$$=\begin{cases} K'(s,t)+M'(t)P'(s), \text{ если } a\le s<t \\ K'(s,t)+(M'(t)+E)\ \ P'(s), \text{ если } t\le s\le b. \end{cases}$$

Используя результаты корректной разрешимости, изложенные в [1], утверждение 1, построение s-сопряженного оператора, приведенного в [2], заключаем, что имеет место

Теорема. Если S-сопряженный оператор (3) (или 3') везде разрешим, то оператор T, соответствующий краевой задаче (1), корректно разрешим.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Крейн С.Г. Линейные уравнения в банаховом пространстве, М., 1971.
2. Пархимович И.В. ДУ, 8 № 8, 1972.

УДК 517.95

Кот А.В.

О ПРИМЕНЕНИИ СЕТОЧНЫХ МЕТОДОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

ПОСТАНОВКА И АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Рассмотрим дифференциальное уравнение в частных производных вида

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+P(u,x,t) \qquad (1)$$

с начальным условием

$$u(x,0)=u_0(x) \qquad (2)$$

и граничными условиями

$$u(x,t)=l_0\left(\frac{\partial u}{\partial t},u,x,t\right)\Bigg|_{x=\alpha_x},$$

$$u(x,t)=l_1\left(\frac{\partial u}{\partial t},u,x,t\right)\Bigg|_{x=\beta_x}, \qquad (3)$$

где $t\in[\alpha_t,\beta_t]$, $x\in[\alpha_x,\beta_x]$. Здесь $P(u,x,t)$ — некоторая нелинейная функция, $u_0(x)$, $l_0(x,t)$, $l_1(x,t)$ — некоторые заданные функции.

Кот Александр Владимирович. Ст. преподаватель каф. информатики и прикладной математики Брестского государственного университета им. А.С. Пушкина.
Беларусь, БрГУ, г. Брест, бульвар Космонавтов, 21.