

2. Finie J.: Erosion of Surface by Solid Particle, Wear 3, 87-103, 1960.
3. Bitter J. G. A.: Study of Erosion Phenomena, Wear 6, Part I pp.5-21, Part II pp. 169-190.
4. Beckmann G., Gotzmann H.: Strahlverschleiss von Metall-Modelierung und Berechnung, IMZ-MIP-77-95, Ingenierhochschule Zittau, 1-52, 1997.
5. Погодаев Л. И., Шевченко П. А.: Гидроабразивный и кавитационный износ судового оборудования, Судостроение, Ленинград 1984.
6. Field J. E., Hutchings I. M.: Impact erosion processes, Proc.3rd Conf. Mech. Prop. Hingh of Strain (Oxford 1984, Inst.Phys. Conf.Ser. No 70) pp. 349-371.
7. Сорокин Г. М.: Основы механизма изнашивания сталей абразивом с позиции металловедения, Трение и износ. Т. 11, № 6,1117-1123, 1990.
8. Сорокин Г.М., Сафонов Б. П., Бегова А. В.: Критерии выбора сталей применительно к абразивному изнашиванию, Трение и износ. Т. 24, № 1, 80-84, 2003.
9. Хачатурян С. В. Связь относительной износостойкости при абразивном изнашивании с модулем пластичности металлов, Трение и износ. Т. 12, № 1, 136-143, 1991.
10. Morozow N.F., Petrow Yu. V., Smirnov V. I.: Transition between Brittle and Ductile Erosional Fracture, Doklady Physics, Vol.47. No. 7, pp.525-527,2002.
11. Малинин Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести, Москва 1975.
12. Zuchowski R.: Ocena stopnia uszkodzenia materialu na podstawie zmian wlasnosci fizycznych, Dozor techniczny т. 22, nr3, 97-101, 1984, т. 23, nr 3-4, 106-108,1985.
13. Лаврентьев А. И.: К вопросу о независимости абразивного изнашивания от наклепа, Трение и износ. Т. 7, № 4, 654-660, 1986.
14. Алексеев П.Г.: Влияние упрочнения наклепом на износостойкость и надежность деталей машин, Трение и износ. Т. 18, № 3, 301-310, 1997.

УДК 621.833

Марчук А.С.

АНАЛИЗ И ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ ИНСТРУМЕНТА ДЛЯ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ЭВОЛЬВЕНТНОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ С ВЫСОКИМ КОЭФФИЦИЕНТОМ ПЕРЕКРЫТИЯ

Перспективным направлением повышения несущей способности и снижения виброактивности зубчатых передач является применение передач с коэффициентом перекрытия $\epsilon > 2$ [1,2]. Однако с увеличением коэффициента перекрытия возрастает опасность чрезмерного падения изгибной прочности отдельного зуба, что может привести, при определенных условиях, к его излому. Поэтому, для этих передач, особенно важным является вопрос правильного выбора параметров зубьев.

Наиболее эффективным методом конструирования нестандартных эвольвентных зубчатых передач (каковыми являются практически все прямозубые передачи с $\epsilon > 2$) является метод проектирования в обобщающих параметрах [3]. Данный метод предусматривает проектирование передачи в два отдельных этапа: 1)определение параметров зубцов (зубьев без переходных кривых), инвариантных к параметрам инструмента; 2)определение параметров производящего инструмента не изменяющих форму и размеры рабочих поверхностей и непосредственно влияющих на вид переходной кривой, который существенно определяет изгибную прочность зуба. Такой подход обеспечивает определение близкой к оптимальной геометрии зуба, значительно упрощает анализ. Основные аспекты рационального выбора параметров зубцов, согласно этому методу, изложены в работе [3]. Настоящая статья рассматривает вопрос второго этапа проектирования в этом методе – определения оптимальной геометрии зуба инструмента и, соответственно, переходной кривой зуба зубчатого колеса.

Предлагаемая методика подразумевает разработку зуборезного инструмента отдельно для шестерни и колеса, поэтому в дальнейшем под параметрами без индексов $_{1,2}$ понимается любое зубчатое колесо.

Зададимся некоторыми обобщающими параметрами зубчатого колеса, определенными на первом этапе ($\alpha_{1,2}$ – углы профиля в точке заострения зубцов для шестерни и колеса, $m_{a1,2}$ – параметры, характеризующие толщину зубьев на

окружности вершин, $\alpha_{p1,2}$ – углы профиля входа зубьев в зацепление, $r_{b1,2}$ – радиусы основных окружностей, $z_{1,2}$ – числа зубьев). Тогда оптимизировать в инструменте можно угол профиля, функцию, описывающую скругление зуба, и ее параметры. Функций и их параметров, подходящих для описания скругления зуба инструмента существует бесконечное множество, поэтому ограничимся несколькими наиболее простыми и известными, причем их параметры должны однозначно определяться углом профиля (который в этом случае является единственной оптимизируемой величиной для исследуемой функции). Этими функциями, к примеру, возьмем (предлагаемая методика легко распространяется на аналогичные математические кривые):

- а) уравнение окружности;
- б) уравнение параболы;
- в) уравнение синусоиды, проходящей в 0-ой фазе через точку инструмента, соответствующую углу профиля входа зуба в зацепление (α_p).

Все функции применим в варианте с полным скруглением вершины зуба, при переменном, таким образом, коэффициенте радиального зазора. Это обеспечит, вероятнее всего, наиболее плавное изменение радиуса кривизны галтели. Оптимизацию будем проводить по критерию минимума изгибного напряжения, возникающего от действия силы, приложенной в вершине зуба. Максимальное напряжение изгиба в галтели определяется с помощью гипотезы неплоских сечений, которая дает погрешность, по данным различных источников, от 4 до 15%. Такая неточность на этом этапе проектирования допустима, т.к. оценивается не величина, а качественное соотношение напряжений в рассматриваемых вариантах.

Для определения геометрии переходной кривой принимаем две системы координат – неподвижную XOY , связанную с зубчатым колесом, и подвижную $Y_uO_uX_u$, связанную с полодной прямой инструмента (ось O_uY_u), как показано на рис.1,

и перекаत्याющуюся без скольжения по полоидной окружности с радиусом

$$R = \frac{r_b}{\cos \alpha}, \quad (1)$$

где α - угол профиля инструмента. (Данная схема неприменима к колесам, нарезаемым долбяками!).

Если в некоторый момент времени переходная кривая формируется точкой профиля инструмента с координатами $(Y_u; X_u)$, то на основании рис.1, в системе XOY это будет точка с координатами

$$\left. \begin{aligned} X &= (R - X_u) \cdot \cos \varphi + (R \cdot \varphi - Y_u) \cdot \sin \varphi; \\ Y &= (R - X_u) \cdot \sin \varphi - (R \cdot \varphi - Y_u) \cdot \cos \varphi, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где φ - угол поворота инструмента относительно заготовки.

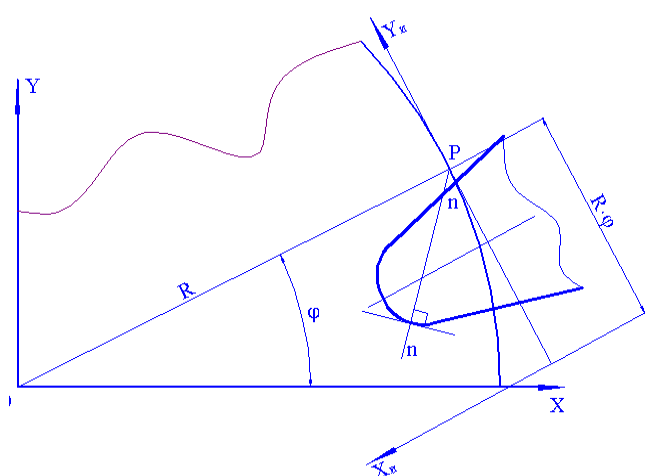


Рис. 1. Схема нарезания зуба.

Параметры инструмента ниже полоидной прямой определяются как

$$\left. \begin{aligned} Y_{un.} &= (\text{inv} \vartheta - \text{inv} \alpha) \cdot \frac{r_b}{\cos \alpha}; \\ X_{u1} &= r_b \cdot (\text{tg} \alpha - \text{tg} \alpha_p) \cdot \sin \alpha; \\ Y_{u1} &= Y_{un.} + X_{u1} \cdot \text{tg} \alpha; \\ Y_{uц.} &= \frac{\pi \cdot r_b}{z \cdot \cos \alpha}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Расчет прямолинейной части инструмента не приводится, т.к. он не имеет никакого влияния на форму переходной кривой (кроме, быть может, увеличения ее технологической погрешности вследствие изменения жесткости зуба и сил резания).

На основании теоремы Виллиса, согласно которой взаимогнбаемые профили имеют общую нормаль в точке их касания, проходящую через полюс станочного зацепления, по рис.2 свяжем параметры Y_u, X_u с углом поворота инструмента φ

$$\varphi = \frac{(Y_u - X_u \cdot \text{ctg} \psi)}{R}, \quad (4)$$

где ψ - угол между осью $O_u Y_u$ и нормалью к профилю инструмента.

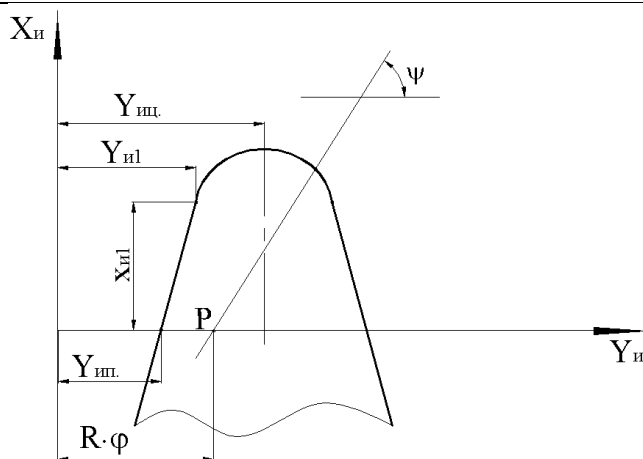


Рис. 2. Параметры зуба фрезы.

Симметричные относительно $Y_{uц.}$ кривые f , описывающие закругленную часть зуба фрезы, должны удовлетворять системе уравнений:

$$\left. \begin{aligned} X_{u1} &= f(Y_{u1}); \\ \left(\frac{df}{dY_u} \right)_{Y_u=Y_{u1}} &= \frac{1}{\text{tg} \alpha}; \\ \left(\frac{df}{dY_u} \right)_{Y_u=Y_{uц.}} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Угол между контактной нормалью и осью OY определится как

$$\gamma = 180 - \varphi - \psi, \quad (6)$$

где $\psi = \arctan \left(-\frac{dY_u}{df} \right)$.

Радиус кривизны инструмента в точке контакта определяем по формуле

$$\rho_u = -\frac{\left[1 + \left(\frac{df}{dY_u} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2 f}{dY_u^2}}. \quad (7)$$

Радиус кривизны галтели в точке контакта удобнее всего определять на основании уравнения Эйлера-Савари по формуле

$$\rho_2 = \rho_u + \frac{b^2}{b \cdot \sin \psi + R \cdot \sin^2 \psi}, \quad (8)$$

где b - расстояние от центра кривизны до полоидной прямой:

$$b = X_u - \rho_u \cdot \sin \psi. \quad (9)$$

Функции скругления зуба в системе координат $X_u O_u Y_u$, на основании решений системы (5) будут:

а) окружность $X_u = \sqrt{A_1^2 - (Y_u - B_1)^2} + C_1,$

где $A_1 = \frac{Y_{uu} - Y_{u1}}{\cos \alpha}$; $B_1 = Y_{uu}$;

$C_1 = X_{u1} - A_1 \cdot \sin \alpha$.

$\psi = \arctan \left(\frac{\sqrt{A_1^2 - (Y_u - B_1)^2}}{(Y_u - B_1)} \right)$.

$\rho_u = A_1$.

б) парабола $X_u = A_2 \cdot Y_u^2 + B_2 \cdot Y_u + C_2$,

где $A_2 = -\frac{1}{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot (Y_{uu} - Y_{u1})}$; $B_2 = -2 \cdot Y_{uu} \cdot A_2$;

$C_2 = X_{u1} + 0.5 \cdot A_2 \cdot (Y_{u1} \cdot Y_{uu} - 0.5 \cdot Y_{u1}^2)$.

$\psi = \arctan \left(\frac{1}{-2 \cdot A_2 \cdot Y_u - B_2} \right)$.

$\rho_u = -\frac{\left[B_2^2 + 4 \cdot A_2 \cdot Y_u \cdot B_2 + 4 \cdot A_2^2 \cdot Y_u^2 + 1 \right]^{\frac{3}{2}}}{2 \cdot A_2}$.

в) синусоида $X_u = A_3 \cdot \sin(p \cdot (Y_u + B_3)) + C_3$,

где $p = \frac{\pi}{2 \cdot (Y_{uu} - Y_{u1})}$; $A_3 = \frac{1}{p \cdot \operatorname{tg} \alpha}$; $B_3 = -Y_{u1}$;

$C_3 = X_{u1}$.

$\psi = \arctan \left(-\frac{1}{A_3 \cdot p \cdot \cos(p \cdot (Y_u + B_3))} \right)$.

$\rho_u = \frac{\left[1 + A_3^2 \cdot p^2 \cdot \cos^2(p \cdot (Y_u + B_3)) \right]^{\frac{3}{2}}}{A_3 \cdot p^2 \cdot \sin(p \cdot (Y_u + B_3))}$.

Проанализируем допустимый диапазон изменения угла профиля инструмента. Кажется очевидным, что он не может быть больше угла профиля в точке заострения зуба ϑ , т. к. в случае его превышения толщина зуба зубчатого колеса на полюсной окружности станет отрицательной. Однако это не так. На основании рис.3 можно утверждать, что угол профиля при нарезании зуба ограничен скорее только возможностью заострения вершины зуба инструмента (на рис.4 изображен этот случай при $\alpha=27^\circ$ для зубчатого колеса с параметрами, указанными в конце статьи). Это ограничение выразим через условие

$$Y_{uu} - Y_{u1} \geq 0. \quad (10)$$

Из этого неравенства, после подстановки из системы (3), имеем уравнение, определяющее максимальное значение угла профиля инструмента α_{max}

$$Q = \operatorname{inv} \alpha_{max} - \sin^2 \alpha_{max} \cdot (\operatorname{tg} \alpha_{max} - \operatorname{tg} \alpha_p) - \operatorname{inv} \vartheta + \pi / z = 0. \quad (11)$$

Уравнение (11) решается только с помощью численных методов и зависит от параметра α_p . Проанализируем эту зависимость, для чего возьмем производную

$$\frac{d\alpha_{max}}{d\alpha_p} = -\frac{\frac{\partial Q}{\partial \alpha_p}}{\frac{\partial Q}{\partial \alpha_{max}}} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_{max}}{2 \cdot \cos^2 \alpha_p \cdot (\operatorname{tg} \alpha_{max} - \operatorname{tg} \alpha_p)}. \quad (12)$$

Производная $\frac{d\alpha_{max}}{d\alpha_p} > 0$, если $\alpha_{max} > \alpha_p$, т.е. при возрастании α_p , α_{max} также возрастает до тех пор, пока не станет $\alpha_{max} = \alpha_p$.

Далее, условие наличия радиального зазора

$$a_w - r_{f1} - r_{a2} = C_{12} \geq 0, \quad (13)$$

где a_w – межцентровое расстояние; r_{f1} – радиус впадин нарезаемой шестерни; r_{a2} – радиус вершин сопряженного колеса; C_{12} – радиальный зазор на впадинах шестерни, после преобразования ограничит дополнительно угол профиля уравнением

$$\frac{r_{b1} \cdot (u+1)}{\cos \alpha_w} - r_{b1} \cdot \sqrt{u^2 + ((u+1) \cdot \operatorname{tg} \alpha_w - \operatorname{tg} \alpha_{p1})^2} -$$

$$-\frac{r_{b1}}{\cos \alpha_{max}} + X_{u \max} \geq 0,$$

где α_w – угол зацепления передачи; u – передаточное отношение, $u = z_2/z_1$; $X_{u \max}$ – высота зуба инструмента в координатах $Y_u O_u X_u$, зависящая от α_{max} . При заострении зуба инструмента уравнение (14), с учетом (3) будет иметь вид

$$\frac{(u+1)}{\cos \alpha_w} - \sqrt{u^2 + ((u+1) \cdot \operatorname{tg} \alpha_w - \operatorname{tg} \alpha_{p1})^2} -$$

$$-\frac{1}{\cos \alpha_{max}} + (\operatorname{tg} \alpha_{max} - \operatorname{tg} \alpha_{p1}) \cdot \sin \alpha_{max} \geq 0. \quad (15)$$

Таким образом, для определения α_{max} следует: а) решить уравнение (11); б) проверить полученное значение α_{max} на выполнение условия (15); в) в случае невыполнения условия (15) получить α_{max} решением уравнения (14).

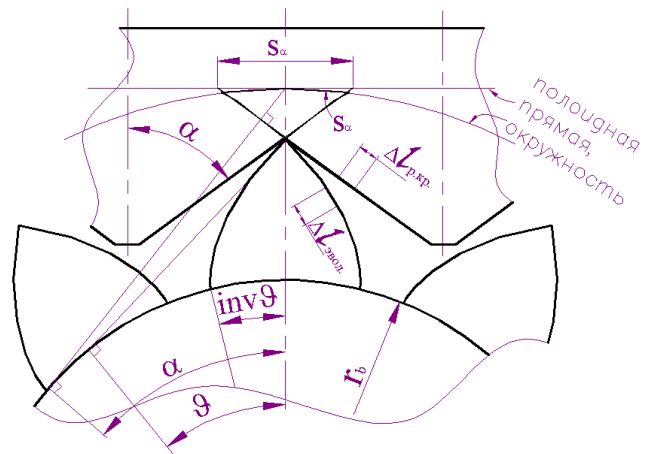


Рис. 3. К определению допустимых параметров инструмента.

Ограничением нижнего значения угла профиля инструмента α_{min} может быть условие превышения максимального радиального зазора C_{12max} . Минимальный угол профиля тогда находится по уравнению (13), если принять $C_{12} = C_{12max}$. Кроме этого, в случае, если $\alpha < \alpha_p$, точка перегиба галтели смещается ниже точки начала переходной кривой, и форма этого участка приближается к профилю эвольвенты ниже угла α_p . Это обстоятельство не всегда является сигналом о снижении прочности. Равенство $\alpha_{min} = \alpha_p$ автор полагает справедливым лишь в том случае, если α_p меньше угла профиля $\alpha_{экт.}$, ниже которого начинается уменьшение дуговой толщины зуба. В этом случае получаем заведомое уменьшение изгибной прочности зуба с уменьшением α . Экстремальное значение $\alpha_{экт.}$ получим, продифференцировав дуговую толщину зуба (S_x) по текущему углу профиля α_x и приравняв к нулю

$$\frac{\partial S_x}{\partial \alpha_x} = \left((inv\vartheta - inv\alpha_x) \cdot \frac{2 \cdot r_b}{\cos \alpha_x} \right)'_{\alpha_x} =$$

$$= \left(-\frac{tg^2 \alpha_x}{\cos \alpha_x} + \frac{(inv\vartheta - inv\alpha_x) \cdot \sin \alpha_x}{\cos^2 \alpha_x} \right) \cdot 2 \cdot r_b = 0,$$

что после преобразования даст окончательно

$$inv\vartheta = 2 \cdot tg \alpha_{экт.} - \alpha_{экт.} \quad (17)$$

Полученное уравнение (17) в преобразованном виде соответствует аналогичному, полученному в [4], и отличается от решения, предложенного в [3], согласуясь с ним приближенно при $\alpha_{экт.} \rightarrow 0, tg \alpha_{экт.} \approx \alpha_{экт.}$, как

$$\alpha_{экт.} \approx arctg(inv\vartheta). \quad (18)$$

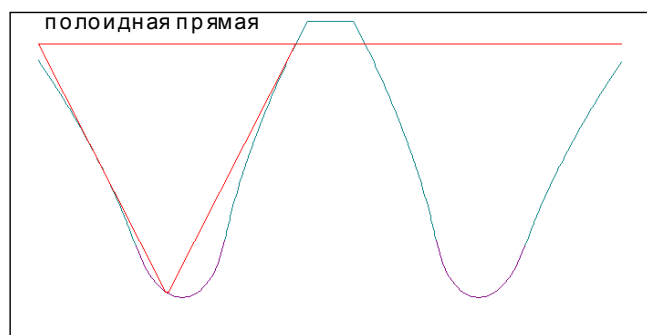


Рис. 4. Заострение зуба инструмента.

Для определения нижнего и верхнего значения возможного диапазона изменения угла профиля можно также предложить технологический критерий, характеризующий степень и неравномерность износа по длине режущей кромке инструмента

$$\eta = \frac{dl_{эвол.}}{dl_{р.кр.}}, \quad (19)$$

где $l_{эвол.}$ - длина кривой нарезаемой эвольвенты; $l_{р.кр.}$ - длина режущей кромки инструмента, необходимая на нарезание $l_{эвол.}$.

По рис.3 определим $dl_{р.кр.}$.

$$dl_{р.кр.} = \frac{\partial l_{р.кр.}}{\partial \alpha_x} \cdot d\alpha_x = \left(\frac{r_b}{\cos \alpha} \times \left(\frac{1}{\cos \alpha} - \cos \alpha - tg \alpha \cdot \sin \alpha + tg \alpha_x \cdot \sin \alpha \right) \right)'_{\alpha_x} \times d\alpha_x =$$

$$= (r_b \cdot tg \alpha_x \cdot tg \alpha)'_{\alpha_x} \times d\alpha_x = \frac{r_b \cdot tg \alpha}{\cos^2 \alpha_x} \cdot d\alpha_x. \quad (20)$$

Для определения дифференциала длины дуги эвольвенты найдем интеграл

$$l_{эвол.} = \int_0^{\alpha_x} \sqrt{\frac{\partial X_2}{\partial \alpha_x} + \frac{\partial Y_2}{\partial \alpha_x}} \cdot d\alpha_x, \quad (21)$$

где X_2, Y_2 - параметрические уравнения эвольвенты для зуба симметричного, допустим, оси ординат:

$$\left. \begin{aligned} X_2 &= \pm \frac{r_b}{\cos \alpha_x} \cdot \sin(inv\vartheta - inv\alpha_x); \\ Y_2 &= \frac{r_b}{\cos \alpha_x} \cdot \cos(inv\vartheta - inv\alpha_x). \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Продифференцировав (22) и подставив в (21) найдем, что

$$l_{эвол.} = \frac{1}{2} \cdot r_b \cdot tg^2 \alpha_x, \quad (23)$$

а соответствующий дифференциал

$$dl_{эвол.} = \frac{r_b \cdot tg \alpha_x}{\cos^2 \alpha_x} \cdot d\alpha_x. \quad (24)$$

Уравнение (19) тогда примет вид

$$\eta = \frac{tg \alpha_x}{tg \alpha}. \quad (25)$$

В настоящее время отсутствуют доступные, проверенные практикой рекомендации по допустимым значениям η , поэтому пока предложенный показатель имеет только теоретическое значение.

Рис. 5-10 иллюстрируют работу программы, написанной на основе представленной методики для зубчатого колеса с $z=47$; $\vartheta=29.80^\circ$; $m_a=0.0106$; $\alpha_p=14.5^\circ$; $r_b=65.93$ мм. На графиках по оси абсцисс отложены расстояния по оси симметрии зуба от центра колеса, определяющие положение точки на галтели, на осях ординат - напряжения от единичной силы на единицу ширины зубчатого венца, определенные с помощью метода неплоских сечений. По этим графикам можно определить, что из рассмотренных вариантов наилучшим является скругление зуба инструмента по параболе и углом профиля $\alpha_{opt.}=22^\circ$. Однако известно, что для передач с $\varepsilon > 2$ большую роль в снижении шума и вибраций, а также в распределении нагрузки между зубьями играет увеличение податливости зубьев. Поэтому в некоторых случаях возможно целенаправленное увеличение угла профиля от $\alpha_{opt.}$ для углубления впадины галтели и снижения, таким образом, жесткости зуба.

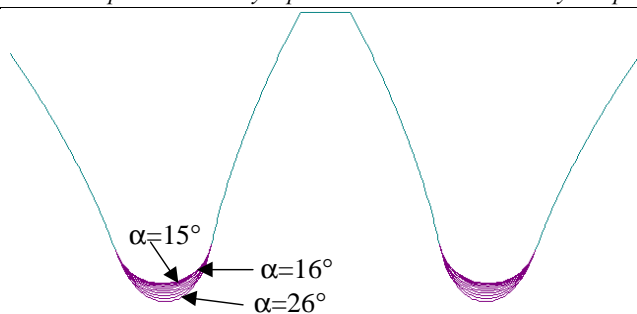


Рис. 5. Зуб с галтелями, полученными инструментом, скругленным по окружности.

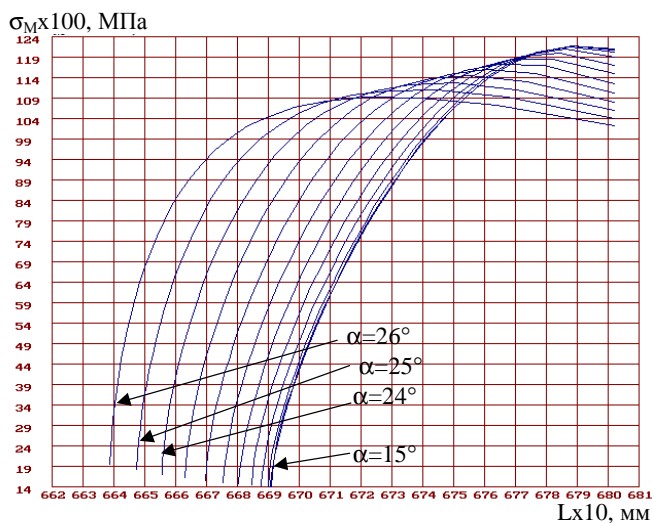


Рис. 6. Напряжения при скруглении инструмента окружностью.

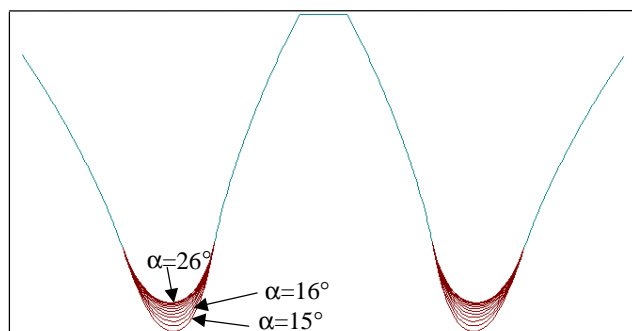


Рис. 7. Зуб с галтелями, полученными инструментом, скругленным по параболе.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Вулгаков Э.Б., Ананьев В.М., Голованов В.В. и др. Виброактивность зубчатых передач с $\epsilon_\alpha > 2$ // Вестник машиностроения. 1974. №6. С.26-31.
2. Вулгаков Э.Б., Ананьев В.М. Зубчатые передачи с $\epsilon_\alpha > 2$ и $\alpha_w > 20^\circ$ // Вестник машиностроения. 1975. №8. С.24-27.
3. Вулгаков Э.Б. Зубчатые передачи с улучшенными свойствами. М., 1974.
4. Гавриленко В.А. Основы теории эвольвентной зубчатой передачи. М., 1969.

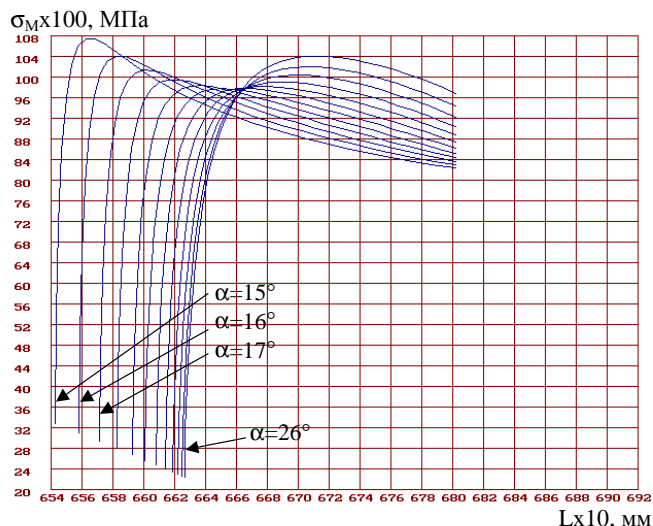


Рис. 8. Напряжения при скруглении инструмента параболой.

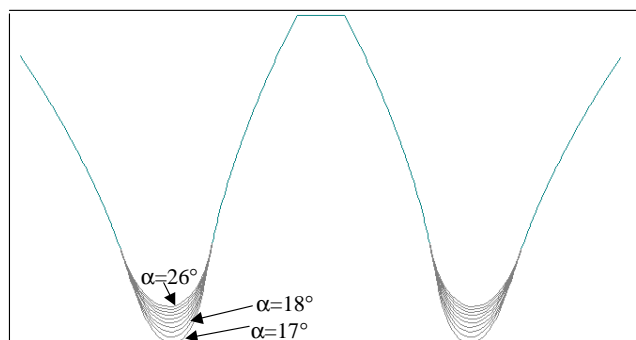


Рис. 9. Зуб с галтелями, полученными инструментом, скругленным по синусоиде.

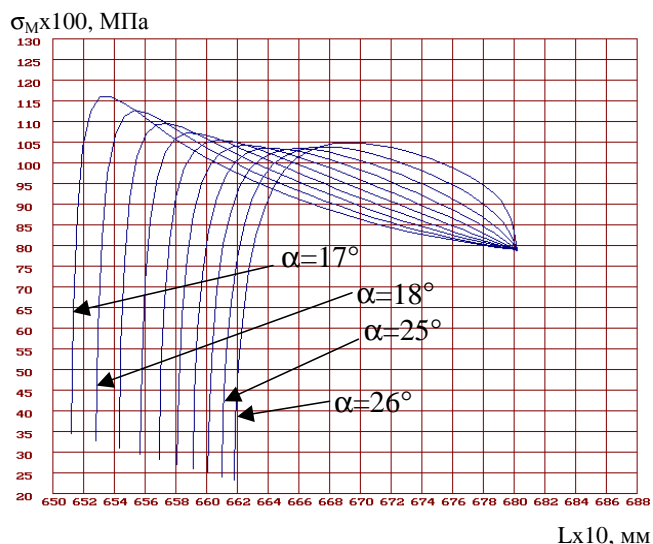


Рис. 10. Напряжения при скруглении инструмента синусоидой.