

Пивник Я.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭКСТРУЗИИ

ВВЕДЕНИЕ

Теория подобия дает возможность определить соотношения между соответствующими физическими свойствами реальной системы и выбранной моделью. Эти соотношения будут использованы как критерии. Таким образом, неизвестные параметры реальной системы могут быть оценены на основе экспериментально полученных значений параметров моделируемой системы. Критериями являются соотношения между параметрами модели (M) и объекта (P). Критерии обычно определяются двумя путями [1,2]:

а) на основе известных уравнений, описывающих исследуемый процесс,

б) посредством анализа размерностей.

Хотя менее общий вышеупомянутый метод во многих случаях более удобен. В частности это относится к процессу обработки металлов давлением с большими деформациями и смешанными граничными условиями. В этом случае, правила для физического моделирования обычно определяются на основе теории пластичности [1-9] с использованием практической возможности прямых измерений удельных параметров модели. В работе привлечены для измерений результирующие силы и кинематические переменные типа перемещений и скоростей.

Предположим, что в модели (M) и в некоторой реальной системе (P) любые соответственно нормализованные (т.е., безразмерные) кинематические переменные E одинаковы в тех же самых точках, имеющих те же самые нормированные координаты X_n , т.е.:

$$E_M(X_n) = E_P(X_n). \quad (1)$$

Согласно (1), реологические характеристики модели и реальной системы могут быть различны. Единственное требование заключается в том, что конечный уровень деформаций в обеих системах должен быть тем же самым. Предположение (1) было экспериментально проверено в [8-13]. Наблюдалось, что способ пластической деформации независим от реологических свойств материала и прежде всего определяется начальными и граничными условиями, в особенности явлениями на поверхности соприкосновения материалов.

Известное применение критериев подобия в экспериментальном моделировании обработки металлов давлением [1, 2, 7] имеет главным образом общий характер и не дает эффективной методики для конкретных процессов. Проблема состоит в рациональном соответствии между параметрами изучаемого процесса и модели с учетом других неизвестных характеристик этого процесса, которые могут быть оценены из соответствующих параметров модели.

Целью данной работы является разработка метода оптимизации скорости пуансона и реологических параметров для модели, которую следует использовать в анализе осесимметричных процессов экструзии металлов. Полученные результаты основаны на теории пластического течения и предположении, что отношение (1) выполняется. Учтен эффект инерции. Кроме того, разработанная методика предложена для оценки рабочих нагрузок при экструзии металлов в зависимости от величин соответствующих нагрузок, измеренных на моделях меньшего размера, используя тот же самый или дру-

гие материалы. Полученные результаты отнесены к экструзии материалов в пластическом состоянии. Однако, представленный подход может также применяться к анализу обработки металлов в полужидком состоянии, если фактор такого двухфазного материала доминирует в твердой фазе. Полученные результаты могут быть в частности, применены к анализу промышленных процессов горячей обработки алюминиевых сплавов, при низкой объемной доле жидкой фазы.

Моделируемый процесс и процесс, являющийся целью моделирования будут далее упомянуты как модель и объект, соответственно.

1. ОСНОВНЫЕ ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ И ОТНОШЕНИЯ

Представленный анализ основан на ряде предположений относительно кинематики исследуемых процессов. В частности предполагается, что поведение материала может быть охарактеризовано отношением между эффективной деформацией и действующим напряжением σ_i , которое может быть оценено из зависимости $\sigma_i = f(e_i)$. В данной модели принято, что

$$\sigma_{iM} = C_M (e_o + e_i)^{m_M}. \quad (2)$$

и для материала объекта

$$\sigma_{iP} = C_P (e_o + e_i)^{m_P}, \quad (3)$$

где C_M, m_M, C_P и m_P – константы материала, e_o – некоторая малая остаточная деформация, соответствующая техническому пределу текучести σ_p (рис. 1). Величина e_o в выражениях (2) и (3) будет пренебрежительно мала в сравнении с полной пластической деформацией. Поэтому зависимость напряжения от деформации будет иметь вид

$$\sigma_i = C e_i^m. \quad (4)$$

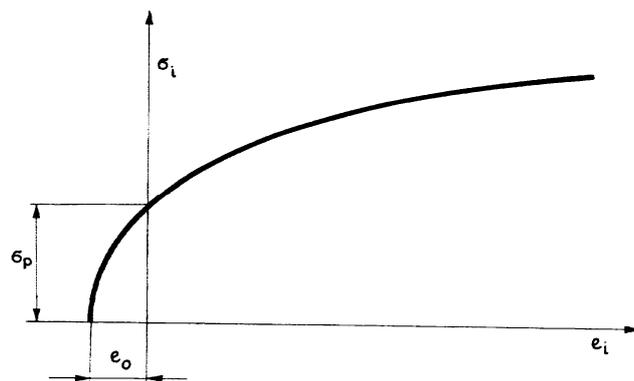


Рис. 1. Зависимость напряжения от деформации.

Введены следующие безразмерные координаты (рис. 2):

$$r_n = \frac{r}{R_b(z)}, \quad (5)$$

$$z_n = \frac{z}{z_o}, \quad (6)$$

$$t_n = \frac{t}{T_0}, \quad (7)$$

где r, z - пространственные координаты, $R_b(z)$ - функция, описывающая контур матрицы, t - текущее время, z_o - максимальная протяженность пластической области, T_0 - некоторый выбранный характерный интервал времени.

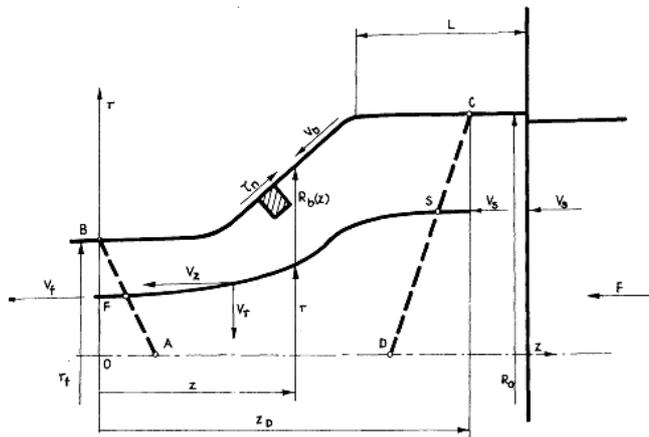


Рис. 2. Геометрия пластической зоны.

Величина T_0 определена в виде

$$T_0 = \frac{H_o}{v_s}, \quad (8)$$

где H_o - начальная длина цилиндрической заготовки, v_s - скорость пуансона, как показано на рис. 3. Тот же самый характерный временной интервал будет использоваться, чтобы нормализовать текущее время в модели и объекте, т. е. (рис. 3):

$$T_{oM} = T_{oP}, \quad (9)$$

где

$$T_{oP} = \frac{H_{oP}}{v_{sP}}, \quad (10)$$

$$T_{oM} = \frac{H_{oM}}{v_{sM}}, \quad (11)$$

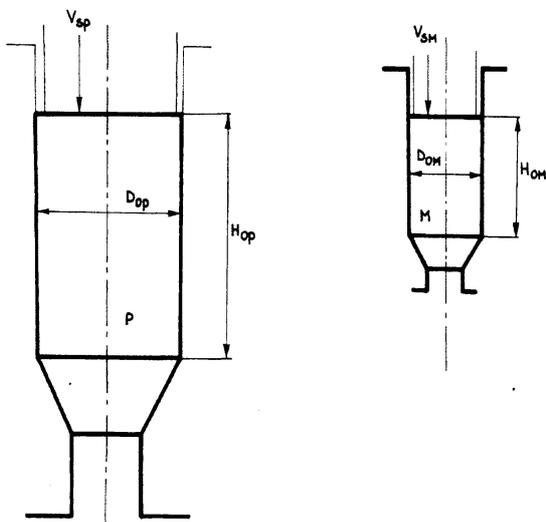


Рис. 3. Масштабный эффект.

Уравнение (9) включает следующие отношения:

$$H_{oM} = \alpha H_{oP}, \quad (12)$$

$$v_{oM} = \alpha v_{oP}, \quad (13)$$

где α - масштаб модели.

На основе (12) и (13):

$$T_{oP} = T_{oM} = \frac{H_{oP}}{v_{sP}} = \frac{\alpha H_{oP}}{\alpha v_{sP}}. \quad (14)$$

Из (14) следует, что при использовании в обоих процессах общего нормированного времени t_n с общими нормированными пространственными координатами r_n, z_n (рис. 4) наложена связь на скорость пуансона в модели в виде (13).

Области пластических деформаций в модели и объекте A B C D (рис. 2) проектируются в общую квадратную область A' B' C' D' (рис. 4) в нормированных координатах. Каждая физическая линия потока, например, линия SF на рис. 2 проектируется на соответствующую кривую в нормированных координатах, типа кривой S'F' на рис. 4.

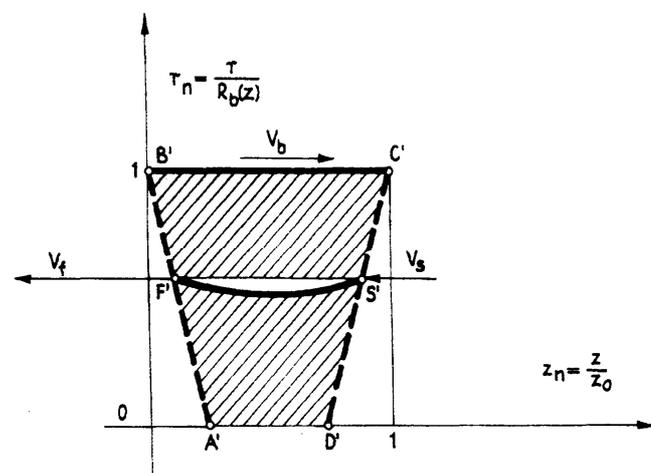


Рис. 4. Геометрия пластической зоны в безразмерной системе координат.

Ключевая проблема - как выбрать параметры процесса и свойства материала в модели, если известны значения соответствующих свойств объекта. Как правило, известны следующие данные: C_p, m_p , плотность $\rho_p, R_{bP}(z), z_{oP}, v_{sP}$. Требуется также наложить некоторые условия на касательные напряжения $\tau_n(z)$ на поверхности соприкосновения матрицы и материала.

Геометрическое подобие между моделью и объектом может быть выражено следующим образом

$$R_{bM}(z) = \alpha R_{bP}(z), \quad (15)$$

$$z_{oM} = \alpha z_{oP}, \quad (16)$$

$$r_M = \alpha r_P, \quad (17)$$

$$z_M = \alpha z_P. \quad (18)$$

Из (1) и (9) следует

$$\dot{\epsilon}_{ijM}(r_n, z_n) = \dot{\epsilon}_{ijP}(r_n, z_n) \quad (19)$$

и

$$t_{nM} = t_{nP}. \quad (20)$$

Соотношения (19) и (20) будут выполняться при должным образом выбранных параметрах материала C_M, m_M и ρ_M и

условия трения в модели. Значения C_M , m_M и ρ_M будут выбраны на основе анализа основной системы уравнений пластического состояния.

Ниже сформулированы эта система уравнений и граничные условия для описания процесса осесимметричной экструзии на основе изотермической теории пластического течения. Система цилиндрических координат (r, z, ϑ) выбрана так, что ось z совпадает с осью симметрии (рис. 2). Уравнения движения (силы корпуса пренебрежимо малы) запишем в виде

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_{\vartheta}}{r} = \rho \left(\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right), \quad (21)$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} = \rho \left(\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right), \quad (22)$$

где $\sigma_r, \sigma_z, \sigma_{\vartheta}$ и τ_{rz} - четыре ненулевые компоненты напряжения Коши ($\tau_{\vartheta r} = \tau_{z\vartheta} = 0$ из-за аксиальной симметрии), составляющие v_r и v_z - радиальная и осевая скорости.

Условие текучести Хубера-Мизеса для изотропного материала деформационного упрочнения

$$\begin{aligned} & (\sigma_r - \sigma_{\vartheta})^2 + (\sigma_{\vartheta} - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2 + \sigma_{rz}^2 = \\ & = 2\sigma_i^2 (e_i) = F(\sigma_{ij}), \end{aligned} \quad (23)$$

где $\sigma_i(e_i)$ определяется по формуле (4). Материальные константы C и m в (4) могут быть определены путем соосного испытания на сжатие при отсутствии трения.

Неоднородность материала $\sigma_i[r, z] = \sigma_i(r, z)$

внутри пластической области является результатом пластических деформаций и механического упрочнения материала.

Правило потока, связанное с состоянием текучести (23), приведено в [4, 6] в виде

$$\dot{e}_{ij} = \lambda \frac{\partial F(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}}, \quad (24)$$

которое может быть представлено следующим образом

$$\sigma_r = \sigma + \frac{2}{3} \sigma_i \frac{\dot{e}_r}{\dot{e}_i}, \quad (25)$$

$$\sigma_z = \sigma + \frac{2}{3} \sigma_i \frac{\dot{e}_z}{\dot{e}_i}, \quad (26)$$

$$\sigma_{\vartheta} = \sigma + \frac{2}{3} \sigma_i \frac{\dot{e}_{\vartheta}}{\dot{e}_i}, \quad (27)$$

$$\tau_{rz} = \frac{1}{3} \sigma_i \frac{\dot{e}_{rz}}{\dot{e}_i}, \quad (28)$$

где
$$\sigma = \frac{\sigma_r + \sigma_z + \sigma_{\vartheta}}{3}. \quad (29)$$

Компоненты скорости деформации выражаются формулами:

$$\dot{e}_r = \frac{\partial v_r}{\partial r}, \quad (30)$$

$$\dot{e}_z = \frac{\partial v_z}{\partial z}, \quad (31)$$

$$\dot{e}_{\vartheta} = \frac{v_r}{r}, \quad (32)$$

$$\dot{e}_{rz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right). \quad (33)$$

Эффективная скорость деформации определена следующим образом

$$\dot{e}_i = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{1}{2} \left[(\dot{e}_z - \dot{e}_r)^2 + (\dot{e}_r - \dot{e}_{\vartheta})^2 + (\dot{e}_{\vartheta} - \dot{e}_z)^2 \right] + \frac{3}{4} \dot{e}_{rz}^2}. \quad (34)$$

Эффективное напряжение для частицы, перемещающейся по траектории SF (рис. 2) может быть получено из формулы

$$\dot{e}_i = \int_0^t \dot{e}_i dt, \quad (35)$$

где t - время пластической деформации.

Система уравнений (21), (22), (25) - (28) дополнена соответствующими граничными условиями. Имеются три группы граничных условий:

- а) кинематические граничные условия,
- б) фрикционные граничные условия на поверхности соприкосновения пуансона и материала,
- с) граничные условия относительно сил в сечении выхода и входа в пуансон. Кинематические граничные условия имеют вид (рис. 2):

$$\begin{aligned} v_r(r=0) &= 0, \\ v_z(z=DC) &= v_s, \\ v_z(z=AB) &= v_f, \\ v_n(r=R_b(z)) &= 0. \end{aligned} \quad (36)$$

Первые два соотношения в (36) представляют условия на границах пластической области, последнее является лишь требованием, что на поверхности матрицы нормальная составляющая скорости должна быть нулевой. Однородная скорость на выходе v_f может быть получена из условия непрерывности потока.

Напряжения трения на поверхности матрицы определяют касательную скорость $v_b(z)$ (см. рис. 2):

$$\frac{\tau_n(z)}{\sigma_p} = f \left(\frac{v_b(z)}{v_s} \right) = f(z_n). \quad (37)$$

Последнее граничное условие следует из равновесия в выходном сечении материала и имеет вид:

$$P(z=AB) = 0. \quad (38)$$

Условие (38) требует, чтобы результирующее продольное усилие в сечении выхода $z=AB$ (рис. 2) равнялось нулю.

Нет необходимости решать шесть уравнений пластического состояния (21), (22), (25) - (28). Эта система уравнений будет сведена к одному эквивалентному уравнению, связы-

вающему кинематические параметры и константы материала. Это уравнение будет записано в нормированных координатах r_n, z_n, t_n как для объекта, так и для модели. Критерии кинематического подобия пластического течения для объекта и модели будут далее получены из вышеупомянутых уравнений.

2. КРИТЕРИИ ПОДОБИЯ

Преобразование уравнений (21), (22), (25) - (28) дает следующее уравнение пластического состояния

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2}{\partial r \partial z} \left[\frac{2}{3} c e_i^m \frac{\dot{e}_r - \dot{e}_z}{\dot{e}_i} \right] + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left[\frac{1}{3} c e_i^m \frac{\dot{e}_{rz}}{\dot{e}_i} \right] - \\ & - \frac{\partial^2}{\partial r^2} \left[\frac{1}{3} c e_i^m \frac{\dot{e}_{rz}}{\dot{e}_i} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{r} \left(\frac{2}{3} c e_i^m \frac{\dot{e}_r - \dot{e}_z}{\dot{e}_i} \right) \right] + \\ & + \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \left(\frac{1}{3} c e_i^m \frac{\dot{e}_{rz}}{\dot{e}_i} \right) \right] = \rho \left[\frac{\partial^2 v_r}{\partial t \partial z} - \frac{\partial^2 v_z}{\partial t \partial r} \right] + \\ & + \rho \frac{\partial}{\partial z} \left[v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right] - \rho \frac{\partial}{\partial r} \left[v_r \frac{\partial v_z}{\partial z} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial r} \right]. \end{aligned} \tag{39}$$

Уравнение (39) выражено только через кинематические параметры и константы материала. Это уравнение следует дополнить граничными условиями (37) и (36).

Чтобы получить критерии физического подобия пластического течения, уравнение (39) запишем отдельно для модели и объекта, используя нормированные координаты r_n, z_n, t_n .

До этого введем безразмерные скорости V_r и V_z для модели и объекта:

$$V_r = V_{rP} = V_{rM} = \frac{v_{rP}}{V_{sP}} = \frac{v_{rM}}{V_{sM}} = \frac{v_{rM}}{\alpha V_{sP}}, \tag{40}$$

$$V_z = V_{zP} = V_{zM} = \frac{v_{zP}}{V_{sP}} = \frac{v_{zM}}{V_{sM}} = \frac{v_{zM}}{\alpha V_{sP}}. \tag{41}$$

Отношения (40) и (41) с учетом соотношения (19) преобразуем к виду:

$$V_{rP} = \frac{v_{rM}}{\alpha}, \tag{42}$$

$$V_{zP} = \frac{v_{zM}}{\alpha}, \tag{43}$$

Используя (40) и (41), составляющие тензора скорости деформации теперь запишем через нормированные координаты r_n, z_n :

$$\begin{aligned} \dot{e}_{rM} = \dot{e}_{rP} = \frac{\partial v_r}{\partial r} &= \left[\frac{v_{sP} \partial V_r}{R_{bP}(z) \partial r_n} \right]^P = \\ &= \left[\frac{v_{sP} \partial V_r}{\alpha R_{bP}(z) \partial r_n} \right]^M = v_{sP} \frac{1}{R_{bP}(z)} \frac{\partial V_r}{\partial r_n} = v_{sP} \dot{E}_r, \\ \dot{e}_{zM} = \dot{e}_{zP} = \frac{\partial v_z}{\partial z} &= V_{sP} \frac{1}{Z_{oP}} \frac{\partial V_z}{\partial z_n} = v_{sP} \dot{E}_z, \end{aligned} \tag{44}$$

$$\dot{e}_{\vartheta P} = \dot{e}_{\vartheta M} = v_{sP} \dot{E}_{\vartheta}, \tag{46}$$

$$\dot{e}_{rzP} = \dot{e}_{rzM} = v_{sP} \dot{E}_{rz}, \tag{47}$$

$$\dot{e}_{iP} = \dot{e}_{iM} = v_{sP} \dot{E}_i. \tag{48}$$

Из уравнений (40), (41) и (42) получим эффективное напряжение в виде

$$\dot{e}_{iP} = \dot{e}_{iM} = \int_0^{t_P} \dot{e}_{iP} dt_P = \int_0^{t_M} \dot{e}_{iM} dt_M. \tag{49}$$

Это отношение непосредственно следует из постулатов (20) и (19), полагая $t_P = t_M$ и $\dot{e}_{iP} = \dot{e}_{iM}$.

Используя уравнения (15) - (18) и (40) - (49), уравнение пластического состояния для модели может быть преобразовано к виду

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\alpha^2 R_{bP}(z) Z_{oP}} \frac{\partial^2}{\partial r_n \partial z_n} (A)^M + \frac{1}{\alpha^2 (Z_{oP})^2} \frac{\partial^2}{\partial Z_n^2} (B)^M + \\ & + \frac{1}{\alpha^2 [R_{bP}(z)]^2} \frac{\partial}{\partial r_n} \left(\frac{1}{r_n} B \right)^M = \frac{\alpha^2 \rho_M v_{sP} Z_{oP}}{T_o C_M} \times \\ & \times \left[\frac{1}{\alpha^2 (Z_{oP})^2} \frac{\partial^2 V_r}{\partial t_n \partial Z_n} - \frac{1}{\alpha^2 R_{bP}(z) Z_{oP}} \frac{\partial^2 V_z}{\partial t_n \partial Z_n} \right] + \\ & + \frac{\alpha^2 \rho_m (v_{sP})^2}{C_M} \frac{1}{\alpha Z_{oP}} \frac{\partial}{\partial z_n} \left[V_r \frac{1}{\alpha R_{bP}(z)} \frac{\partial V_r}{\partial r_n} + \right. \\ & \left. + V_z \frac{1}{\alpha Z_{oP}} \frac{\partial V_r}{\partial z_n} \right] - \frac{\rho_M \alpha^2 (v_{sP})^2}{C_M} \frac{1}{\alpha R_{bP}(z)} \times \\ & \times \frac{\partial}{\partial r_n} \left[V_r \frac{1}{\alpha R_{bP}(z)} \frac{\partial V_z}{\partial r_n} + V_z \frac{1}{\alpha Z_{oP}} \frac{\partial V_z}{\partial z_n} \right]. \end{aligned} \tag{50}$$

И аналогично для объекта

$$\begin{aligned} & \frac{1}{R_{bP}(z) Z_{oP}} \frac{\partial^2}{\partial r_n \partial Z_n} (A)^P + \frac{1}{(Z_{oP})^2} \frac{\partial^2}{\partial Z_n^2} (B)^P + \\ & + \frac{1}{Z_{oP} R_{bP}(z)} \frac{\partial}{\partial Z_n} \left(\frac{1}{r_n} K \right)^P + \frac{1}{Z_{oP} R_{bP}(z)} \frac{\partial^2}{\partial r_n^2} (B)^P + \\ & + \frac{1}{[R_{bP}(z)]^2} \frac{\partial}{\partial r_n} \left(\frac{1}{r_n} B \right)^P = \frac{\rho_P V_{sP} Z_{oP}}{T_o C_P} \times \\ & \times \left[\frac{1}{(Z_{oP})^2} \frac{\partial^2 V_r}{\partial t_n \partial Z_n} - \frac{1}{R_{bP}(z) Z_{oP}} \frac{\partial^2 V_z}{\partial t_n \partial Z_n} \right] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\rho_P (v_{sP})^2}{C_P} \frac{1}{Z_{oP}} \frac{\partial}{\partial Z_n} \left[V_r \frac{1}{R_{bP}(z)} \frac{\partial V_r}{\partial r_n} + \right. \\
 & \left. + V_z \frac{1}{Z_{oP}} \frac{\partial V_r}{\partial Z_n} \right] - \frac{\rho_P (v_{sP})^2}{C_P} \times \\
 & \times \frac{1}{R_{bP}(z)} \frac{\partial}{\partial r_n} \left[V_r \frac{1}{R_{bP}(z)} \frac{\partial V_z}{\partial r_n} + V_z \frac{1}{Z_{oP}} \frac{\partial V_z}{\partial Z_n} \right],
 \end{aligned} \quad (51)$$

где введены следующие обозначения:

$$A = \frac{2}{3} (T_o v_{sP})^m E_i^m \frac{V_{sP} (\dot{E}_r - \dot{E}_z)}{v_{sP} \dot{E}_i}, \quad (52)$$

$$B = \frac{1}{3} (T_o v_{sP})^m E_i^m \frac{V_{sP} \dot{E}_{rz}}{v_{sP} \dot{E}_i}, \quad (53)$$

$$K = \frac{2}{3} (T_o v_{sP})^m E_i^m \frac{V_{sP} (\dot{E}_r - \dot{E}_\vartheta)}{v_{sP} \dot{E}_i}. \quad (54)$$

Таким образом, уравнение пластического состояния (39) для модели и объекта было сформулировано в нормированных координатах r_n, Z_n, t_n через нормированные кинематические параметры, параметры масштаба и константы материала.

Уравнение (50) для модели и уравнения (51) для объекта будет иметь ту же самую форму, если А, В и К удовлетворяют следующим условиям

$$\begin{aligned}
 A^M &= A^P, \\
 B^M &= B^P, \\
 K^M &= K^P.
 \end{aligned} \quad (55)$$

Чтобы удовлетворились условия (55), постоянная материала m в уравнении (4) должна иметь то же самое значение для модели и объекта, т.е.

$$m_M = m_P. \quad (56)$$

Кроме того, граничные условия трения (37) в модели и объекте должны быть связаны следующим образом

$$\frac{\tau_{nM}(z_n)}{\sigma_{PM}} = \frac{\tau_{nP}(z_n)}{\sigma_{PP}} = f(z_n). \quad (57)$$

Из (57) следует, что по контуру матрицы в модели и объекте должно быть удовлетворено следующее отношение (рис. 2)

$$\frac{v_{bP}}{v_{sP}} = \frac{v_{bM}}{v_{sM}}, \quad (58)$$

или (рис. 4)

$$V_{bP}(z_n, t_n) = V_{bM}(z_n, t_n) \text{ для } r_n = 1. \quad (59)$$

Из сопоставления уравнений (50) и (51) можно получить дополнительные условия

$$\frac{\rho_P v_{sP} Z_{oP}}{T_o C_P} = \frac{\rho_M v_{sP} Z_{oP}}{T_o C_P} \alpha^2, \quad (60)$$

$$\text{и} \quad \frac{\rho_P (v_{sP})^2}{C_P} = \frac{\rho_M (v_{sP})^2}{C_M} \alpha^2. \quad (61)$$

Отношения (60) и (61) удовлетворяются, если

$$\frac{\rho_P}{C_P} = \frac{\rho_M}{C_M} \alpha^2. \quad (62)$$

Подобие соответствующих кинематических параметров в модели и объекте требует, чтобы выполнялись следующие условия:

- постулат (13) относительно скорости пуансона в модели,
- отношение (56) между показателями степени в зависимости напряжения от деформации,
- отношение (57) или альтернативно (58), следующее из граничных условий трения,
- отношение (62) между плотностями, параметрами кривой (4) и параметрами масштаба.

При условии, что отношения (13), (56) и (58) выполняются, даны масштаб и свойства материала, используемого в объекте, отношение (62) позволяет выбрать два параметра модели, а именно плотности ρ_m и константы материала C_M . Отношения (13), (56), (58) и (62) являются критериями физического подобия, которые могут быть использованы в экспериментальном моделировании осесимметричной экструзии.

Представленные критерии подобия находятся в согласии с экспериментальными результатами, представленными в [1-3, 11, 12], а также в наших работах [8, 9, 10]. Для иллюстрации представлены картины течения металла на рис. 5.

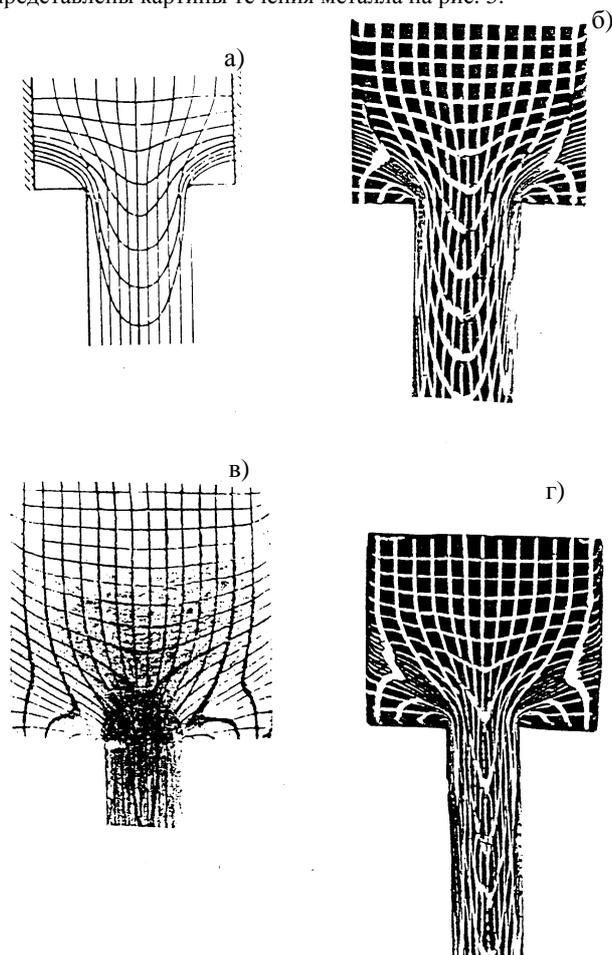


Рис. 5. Сравнение расчетных и экспериментальных картин течений образцов из олова и пластилина.

Изображение на рис. 5а взято из [6], где показан рассчитанный деформированный образец сетки экструзии свинца с уменьшением площади на 48%. Рис. 5б дает изображение деформированного образца сетки, полученного в экспериментах экструзии пластилина с тем же уменьшением площади. Качественное согласие может наблюдаться между обоими образцами. Изображение на рис. 5в из [14], показывает деформированную сетку для свинцового образца для экструзии с уменьшением площади на 85%. На рис. 5г приведено изображение деформированной сетки, полученной при экструзии пластилина с тем же уменьшением площади. Наблюдается близкое подобие нарушения сетки в обоих изображениях.

Детальное описание испытаний продавливания пластилина приведено в [15]. Контактные условия на поверхности соприкосновения матрицы экструзии пластилина и свинца различны. Таким образом, распределения касательных скоростей по поверхностям матрицы также различны. Несмотря на различия в контактных условиях, можно наблюдать довольно близкую совместимость деформированных образцов сетки для обоих материалов, что является, по-видимому, результатом подобию форм диаграмм напряжений для свинца и пластилина, а также геометрического подобию процессов экструзии пластилина и свинца.

Далее рассмотрим методы оценки сил при экструзии на основе испытаний на модели.

3. КРИТЕРИИ ПОДОБИЯ ДЛЯ ПОЛЕЙ НАПРЯЖЕНИЯ И РАБОЧИХ НАГРУЗОК

Если известны поля скоростей, то поле напряжений может быть получено из основной системы уравнений пластического состояния, используя тот же подход, как и в [8, 9, 10].

Чтобы определить распределение напряжений в объекте, будут использоваться константы для объекта C_p и m_p , принимая во внимание, что поля скоростей в модели будут одинаковыми.

В случае осесимметричной экструзии имеются пять независимых уравнений, принимая во внимание, что неизвестных составляющих напряжения только четыре: σ_r , σ_z , τ_{rz} и σ_θ . Таким образом, если составляющие вектора скорости известны, то компоненты тензора напряжений неоднозначны. Как избежать эту трудную проблему, обсуждено в [8, 10].

Рабочая нагрузка может быть рассчитана, интегрируя осевые нагрузки следующим образом

$$P_P = \int_0^R \sigma_{zP} \pi r^2 dr, \quad (63)$$

где σ_{zP} получено методом, описанным в предшествующих разделах.

Пусть $P_M(X_m)$ и $P_P(X_p)$ обозначают параметры рабочей нагрузки в зависимости от перемещения пуансона в модели и объекте, соответственно.

В случае, если модель и объект строго соответствуют критериям геометрического подобию, параметры материала одинаковы, а также идентичны и граничные условия, тогда отношение между рабочими нагрузками в объекте и в модели будет следующие:

$$\frac{P_P}{P_M} = a^2. \quad (64)$$

Предлагаемый метод оценки рабочих нагрузок при экструзии основан на предположении, что распределения нормированных напряжений трения (57) и нормированных касательных скоростей (58) на поверхности матрицы являются одинаковыми в объекте и модели. Поэтому можно записать

$$\mu_P(r_n, z_n) = \mu_M(r_n, z_n). \quad (65)$$

Используя параметры уменьшения площади α , предел текучести σ_P , угол матрицы β , отношение высоты заготовки к ее диаметру L/D , коэффициент трения μ и некоторые другие величины, отношения между средним давлением пуансона и пределом текучести для модели и объекта будут иметь вид:

$$\left(\frac{q}{\sigma_P}\right)_M = \eta W_M \left(\lambda_M, \beta_M, \frac{L_M}{D_{oP}}, \mu_M \right), \quad (66)$$

$$\left(\frac{q}{\sigma_P}\right)_P = \eta W_P \left(\lambda_P, \beta_P, \frac{L_P}{D_{oP}}, \mu_P \right). \quad (67)$$

Из уравнений (67) и (66) получим выражение для среднего давления пуансона в объекте

$$\left(\frac{q}{\sigma_P}\right)_P = \left(\frac{q}{\sigma_P}\right)_M \frac{W_P \left(\lambda_P, \beta_P, \frac{L_P}{D_P}, \mu_P \right)}{W_M \left(\lambda_M, \beta_M, \frac{L_M}{D_M}, \mu_M \right)}. \quad (68)$$

Значения $(q/\sigma_P)_M$ и коэффициента трения μ_m в (68) может быть получено экспериментально. Функции W_p и W_m могут быть заменены некоторым средним давлением пуансона. Фактические величины предела текучести в модели и в объекте могут быть оценены из соответствующих зависимостей (4):

$$\sigma_{PM} = C_M \left(2 \ln \frac{D_{oM}}{d_{fM}} \right)^{m_M}, \quad (69)$$

$$\sigma_{PP} = C_P \left(2 \ln \frac{D_{oP}}{d_{fP}} \right)^{m_P}. \quad (70)$$

В уравнениях (69) и (70) эффективная деформация заменена упрощенным выражением

$$e_i = \ln \lambda = \ln \left(\frac{D_o}{d_f} \right)^2 = 2 \ln \frac{D_o}{d_f}, \quad (71)$$

где $D_o = 2f_o$ - начальный диаметр заготовки, $d_f = 2rf_f$ - конечный диаметр изделия (рис. 2).

Установившееся значение предела текучести в изделии для объекта и модели может быть оценено экспериментально из испытаний на сжатие. Значение средней нагрузки на пуансон в уравнении (68) дается в виде

$$q = \frac{4F}{\pi D_o^2}, \quad (72)$$

где F - приложенная сила в процессе экструзии (рис. 2).

Приняв во внимание (65), получена формула для безразмерной средней нагрузки на пуансон в объекте в виде

$$\frac{q_P}{\sigma_{PP} + C_P \left(2 \ln \frac{D_{oP}}{d_{fP}} \right)^{m_P}} = \frac{q_M}{\sigma_{PM} + \left(C_M 2 \ln \frac{D_{oM}}{d_{fM}} \right)^{m_M}} = \frac{W_P \left(\lambda_P, \beta_P, \frac{L_P}{D_{oP}}, \mu_P \right)}{W_M \left(\lambda_M, \beta_M, \frac{L_M}{D_{oM}}, \mu_M \right)} \quad (73)$$

Для иллюстрации разработанного метода рассмотрен процесс осесимметричной экструзии через коническую матрицу. Из [12, 13, 16] выбрано теоретическое выражение для вычисления давления пуансона и после некоторых преобразований оно имеет вид:

$$\frac{q}{\sigma_P} = \frac{1}{m+1} \left(1 + \frac{4}{\sqrt{3}} \frac{\mu}{\sin 2\beta} \right) C \left(2 \ln \frac{D_o}{D_f} \right)^{m+1} + \mu \frac{L}{D_o} \quad (74)$$

Подставив (74) в (68), получим следующее выражение для безразмерного давления пуансона

$$\left(\frac{q}{\sigma_P} \right)_P = \left(\frac{q}{\sigma_P} \right)_M \frac{C_P \sigma_{PM} (m_M + 1)}{C_M \sigma_{PP} (m_P + 1)} \times \frac{\left(1 + \frac{4}{\sqrt{3}} \frac{\mu_{1P}}{\sin 2\beta_P} \right) \left(2 \ln \frac{D_{oP}}{D_{fP}} \right)^{m_P + 1} + \mu_{1P} \frac{L_P}{D_{oP}}}{\left(1 + \frac{4}{\sqrt{3}} \frac{\mu_{1M}}{\sin 2\beta_M} \right) \left(2 \ln \frac{D_{oM}}{D_{fM}} \right)^{m_M + 1} + \mu_{2M} \frac{L_M}{D_{oM}}} \quad (75)$$

В (75) значение давления пуансона в модели $(q/\sigma_P)_M$ определяется из экспериментов.

Переменные $m_M, \sigma_{PM}, \beta_M, L_M, D_{oM}, d_{fM}, m_P, \sigma_{PP}, \beta_P, L_P, D_{oP}$ и d_{fP} – известные параметры зависимостей (4), (65), (70). Геометрические размеры, характеризующие модель и объект, также даны. Отметим, что углы матрицы в модели и объекте могут быть неодинаковы.

УДК 539.3

Пивник Я., Кульчицкий-Жигайло Р.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕСТРУКЦИИ ТЕРМОУПРУГОЙ СИСТЕМЫ

ВВЕДЕНИЕ

Механизм разрушения механической системы существенно зависит от поля напряжений и деформаций, возникающих в процессе эксплуатации элементов системы. Поэтому важным является адекватное математическое моделирование процессов, проходящих в механической системе, позволяющее с высокой степенью точности определить характеристики напряженно-деформированного состояния в элементах системы. В настоящей статье предлагается математическая постановка задачи, моделирующая движение двухслойного цилиндра

вдоль внутренней поверхности трубы. Характерной особенностью работы является учёт влияния термических факторов на распределение напряжений и деформаций в рассматриваемой механической системе. Целью работы есть получение системы соотношений, позволяющих определить напряженно-деформированное состояние во внешнем слое цилиндра в момент вылета его из трубы. Полученные результаты предполагается использовать для анализа возможного механизма разрушения упомянутого слоя.

Таким образом, разработанная методика позволяет оценить значение нагрузки, в рассмотренных процессах экструзии, при любых значениях угла матрицы β_p .

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Theory of Plastic Deformation of Metals, Mashinostroenie, Moscow 1983, Ed. E.P. Unksov.
2. V.L. Kolmogorov. Mechanics of Metal Forming, Metallurgija, Moscow 1986.
3. A.N. Levanov, V.L. Kolmogorov, V.L. Burkin. Contact Friction in Metal-Forming Processes, Metallurgija, Moscow 1976.
4. JG.Ja. Gun. Theory of Metal Forming, Metallurgija, Moscow 1980.
5. G.D. Del. Engineering Technology Mechanics, Mashinostroenie, Moscow 1978.
6. W. Szczepinski. Introduction to the Mechanics of Plastic Forming of Metals, PWN, Warszawa 1979.
7. M. Morawiecki, L. Sadok, E. Wasiek. Metal Forming. Theoretical Foundations, "Slask", Wroclaw 1986.
8. J. Piwnik. Mechanics of Metal Extrusion Processes, Bialystok Technical University, Rozprawy Naukowe 6, Bialystok 1991.
9. J. Piwnik. Modelling of Plastic Flow Processes, Bialystok Technical University, Rozprawy Naukowe 14, Bialystok 1992.
10. J. Piwnik. Analysis of Axially-Symmetric Metal-Forming Processes, Prace IPPT PAN (IFTR Reports), no.44, Warsaw 1985.
11. E.G. Thomson, C.I. Yang, S. Kobayashi. Mechanics of Plastic Deformation in Metal Processing, Me Millan Co, 1965.
12. J.L. Perlin, L.Ch. Rajtbarg. Theory of Forging of Metals, Metallurgija, Moscow 1975.
13. B. Avitzur. Metal Forming. Processes and Analysis, Huntington, New York, 1979.
14. W. Libura, J. Zasadzinski. Metal Extrusion with Controlled Plastic Zone, Archiwum Hutnictwa (Archives of Metallurgy), v.25, 2, 1980.
15. J. Piwnik. Modelling of Plastic Flow During Complex Extrusion, Postepy Technologii Maszyn i Urzedzen, no. 3-4, 1987.
16. J. Piwnik. Experimental Verification of Theoretical Expressions for Extrusion Load, Rozprawy Inzynierskie (Engineering Transactions), v.29, 2, 1981.

Кульчицкий-Жигайло Р., Белостокский технический университет. Республика Польша, Белосток, ул. Виеска, 45а.