

Таблица 2. Результаты исследований остаточных напряжений в системе «стекловолокно – смола ЛБС-3»

Физические величины	Толщина слоя связующего			
	0,1d = 2мкм	0,5d = 10 мкм	1d = 20 мкм	50d = 1000 мкм
ϵ_k , отн. ед.	-1227×10^{-6}	-527×10^{-6}	553×10^{-6}	2455×10^{-6}
ϵ_u , отн. ед.	213×10^{-6}	913×10^{-6}	1993×10^{-6}	3895×10^{-6}
σ_{oc} , Н/м ² × 10 ⁵	153	657	1429	2804

волокно, находясь в группе волокон, деформируется так же, как исследуемые волокна, так как оно не может влиять на общую деформацию образца ввиду превосходящей жесткости последнего. При охлаждении образца до температуры $T_{кон}$ средняя относительная деформация константанового волокна $\epsilon_1 = \alpha_k \Delta T + \epsilon_k$, где $\alpha_k \Delta T$ - температурная деформация, не влияющая на напряженное состояние волокна и протекающая свободно, ϵ_k - показания приборов, отражающие истинные напряжения в константановом волокне. Одновременно исследуемое волокно деформируется на величину $\epsilon_2 = \alpha_u \Delta T + \epsilon_u$,

где $\alpha_u \Delta T$ - свободная деформация от воздействия температуры; ϵ_u - деформация, отражающая действительное напряженное состояние волокна.

Для образцов, в которых адгезия связующего к волокнам достаточно сильна, т.е. исключена возможность сдвига связующего относительно волокон по поверхности раздела под действием нагрузки, допустимо применить гипотезу плоских сечений и совместности деформаций в образцах, т.е.

$$\alpha_k \Delta T + \epsilon_k = \alpha_u \Delta T + \epsilon_u, \quad (2)$$

откуда $\epsilon_u = \Delta \alpha \Delta T + \epsilon_k$, (3)

где $\Delta \alpha = (\alpha_k - \alpha_u)$ - разность коэффициентов температурного линейного расширения константанового и исследуемого волокон;

$\Delta T = (T_{отв} - T_{кон})$ - разность температуры отверждения и конечной температуры после охлаждения образцов.

Что касается величины ϵ_u , которая определена по выражению (3), то она отражает среднюю относительную деформацию исследуемого волокна от совместного воздействия осевых и боковых нагрузок. Определить отдельно боковые и осевые деформации волокна, как это делается в образце с одиночным волокном, достаточно сложно. Для этого необходимо выяснить взаимовлияние деформаций исследуемых и константанового волокон.

Величина ϵ_u позволяет выяснить зависимость остаточных напряжений в композиционных материалах от различных

факторов и получить численные значения одного из компонентов напряженного состояния системы - осевого напряжения от совместного действия осевых и боковых нагрузок, т.е.

$$\sigma_{oc} = \sigma_u \cdot \epsilon_u. \quad (4)$$

Для изготовления образцов по описанной выше методике использовались стеклянные волокна диаметром 50 мкм, длиной 90 мм в количестве

$$n \geq k \frac{E_k F_k}{E_u F_u} \approx 7 \text{ шт.}, \quad (5)$$

где $k \approx 19$ - постоянный коэффициент для тензостанции ТА-5; $E_u = 0,72 \cdot 10^5$ МН/м²; $E_k = 1,6 \cdot 10^5$ МН/м²; $F_u = \pi d_u^2 / 4 = 625 \pi$ мкм²; $F_k = \pi d_k^2 / 4 = 100 \pi$ мкм²

Для изготовления образца использовали 15 волокон. Толщину слоя связующего (фенолформальдегидная смола ЛБС-3) на волокнах принимали равной: $h = 0,1d = 5$ мкм, $h = 0,5d = 25$ мкм, $h = d = 50$ мкм и $h = 50d = 2500$ мкм, температура отверждения $T_{отв} = 140^\circ\text{C}$, $T_{кон} = 20^\circ\text{C}$, $\alpha_k = 17 \times 10^{-6}$ град⁻¹.

Образцы отверждали при гидростатическом давлении 100×10^5 Н/м² в течение 3 мин и затем постепенно охлаждали до $T_{кон} = 20^\circ\text{C}$. Относительную деформацию и напряжения в исследуемом стекловолокне определяли по формулам (3), (4), результаты занесены в табл. 2. Знак "минус" при ϵ_k означает, что константановое волокно растянуто. Из таблицы видно, что толщина слоя связующего, характеризующая объемное соотношение количества волокна и связующего в образце, является одним из факторов, определяющих величины остаточных напряжений в полимерной матрице, армированной жестким волокном.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Поляков В.Л., Горбаткина Ю.А.: «Остаточные напряжения в системе волокнистый наполнитель - связующее», сб. Физико-химическая механика материалов. - М., 1969, т. 5, №1, с.94
2. Александров А.Я., Ахметдзянов М.Х.: «Поляризационно-оптические методы механики деформируемого тела». - М.: Наука, 1973, 576 с.
3. Абитов А.Л., Молодцов Т.А.: «Исследование остаточных внутренних напряжений в армированном эпоксидном полимере». Механика полимеров, 1965, №4, стр.76.

УДК 539.3

Босаков С.В., Дмитриева К.В.

РАСЧЁТ ГОРИЗОНТАЛЬНО НАГРУЖЕННОЙ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ СТЕНКИ В УПРУГОЙ СРЕДЕ С УЧЕТОМ КОНСТРУКТИВНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ

Состояние проблемы

При строительстве в условиях плотной городской застройки широкое применение находят шпунтовые стенки, конструкции типа «стена в грунте», гибкие подпорные стенки.

Босаков Сергей Викторович, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры строительной механики Белорусского национального технического университета.

Дмитриева Ксения Владимировна, аспирант кафедры строительной механики Белорусского национального технического университета.

Беларусь, БНТУ, 220027, г. Минск, пр. Ф.Скорины, 65.

Теория их расчета в полной мере не разработана и вызывает интерес многих ученых. Расчеты подобных задач можно свести к рассмотрению контактных задач для клина.

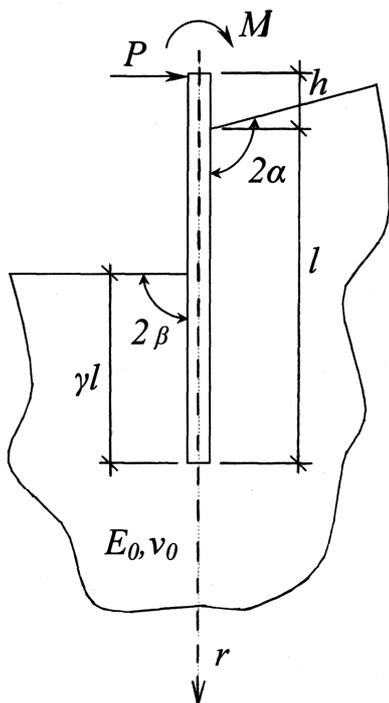


Рис. 1. Горизонтально нагруженная стенка в упругой среде.

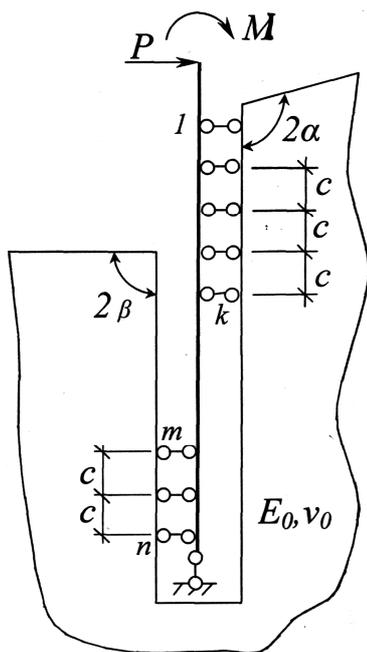


Рис. 2. Расчётная схема стенки в упругой среде.

В работах [1], [2], [3] решение контактной задачи для упругого клина, подкрепленного полубесконечной гибкой балкой постоянного или переменного сечения, сводилось к краевой задаче для аналитических функций с последующим ее точным решением. Недостатком указанных работ является условие, что конструкция полностью сцеплена с упругим основанием и поэтому допускалось возникновение растягивающих напряжений в клине.

В работах [4], [5], [6] впервые была поставлена и решена методом двойных сил задача для гибкой фундаментной стенки при действии на нее горизонтальной нагрузки с учетом разрыва сплошности основания. Напряжения и перемещения получались с использованием решения Мелана – Горбунова-Посадова

о горизонтальной силе, приложенной вблизи границы полуплоскости, а граничные условия выполнялись с использованием метода наименьших квадратов, причем точка раздела граничных условий являлась единственной и заранее неизвестной.

Также с помощью метода конечных элементов решалась задача расчета гибкой фундаментной стенки, погруженной в грунт, с учетом разрыва сплошности основания [7] и задача расчета железобетонных свай переменного сечения с учетом нелинейных деформаций грунтового основания и материала свай [8]. Однако в вышеуказанных работах эти контактные задачи решались для полупространства и полуплоскости с прямолинейной границей.

Недавно проектные организации РБ стали использовать новые нормативные документы [9], где заложены нелинейные зависимости $\sigma - \varepsilon$ для бетона. Поэтому представляется целесообразным рассмотреть задачу об изгибе железобетонной шпунтовой стенки в грунтовом массиве как конструкции, широко используемой в условиях плотной городской застройки. Ниже дается решение задачи о железобетонной стенке в упругой полуплоскости с ломаным контуром методом Б.Н. Жемочкина [10] и приводятся некоторые результаты, отражающие эффективность используемого подхода.

Постановка задачи.

В работе [11] была поставлена и решена методом Б.Н. Жемочкина [10] задача расчета гибкой стенки в упругой полуплоскости с ломаным контуром с учетом разрыва сплошности полуплоскости. Ниже решается методом Б.Н. Жемочкина задача расчета гибкой стенки с учетом физической нелинейности материала стенки. Практическим аналогом рассматриваемой задачи является изгиб шпунтовой железобетонной стенки в грунтовой среде ввиду невозможности грунта воспринимать растягивающие напряжения.

Рассматривается шпунтовая стенка в грунте. Стенка находится в условиях плоской деформации (рис. 1). На стенку действует внешняя горизонтальная нагрузка, вызывающая её изгиб. Грунтовой массив считается линейно упругой средой с постоянными E_0, ν_0 , касательные напряжения в контактной зоне стенки не учитываются. Весь расчет делится на два этапа: линейный расчет и нелинейный расчет.

При изгибе стенки вследствие невозможности возникновения растягивающих напряжений на контакте стенки и грунта, будут возникать разрывы сплошности грунтовой среды, а края щели, возникающей в упругой среде, не будут смыкаться. Для учета разрыва сплошности упругого основания будем считать, что стенка вставлена в щель между двумя клиньями с углами 2α и 2ξ и между стенкой и клиньями могут возникать только сжимающие напряжения. Расчет стенки будем вести методом Б.Н. Жемочкина. С этой целью разобьем область контакта между стенкой и упругой средой на участки длиной c . Поэтому расчетная схема рассматриваемой задачи будет иметь вид, изображенный на рис.2.

Основная система способа Б.Н. Жемочкина изображена на рис. 3. В данном случае необходимо рассматривать три области по длине стенки:

Ω_1 – область стенки, контактирующая с правой стороной щели в упругой полуплоскости, где при $i \leq k: X_i < 0$ и $y_i = F_i^{np}$;

Ω_2 – область стенки, контактирующая с левой стороной щели в упругой полуплоскости, где при $i \geq m: X_i < 0$ и $y_i = F_i^{лев}$;

Ω_3 – область стенки, не контактирующая ни с одной из сторон щели в упругой полуплоскости, где при $k \leq i \leq m: X_i = 0$ и $F_i^{лев} < y_i < F_i^{np}$,

где $F_i^{лев}, F_i^{np}$ – горизонтальные перемещения i -той точки правой или левой грани щели в упругом полуплоскости, соответственно;

y_i – прогиб i -той точки шпунтовой стенки.

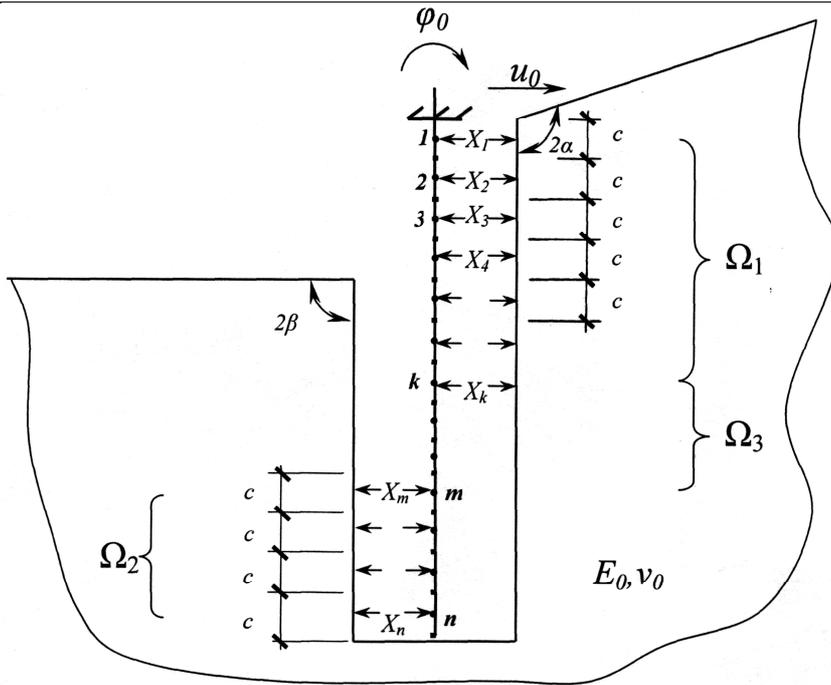


Рис. 3. Основная система смешанного метода для расчета стенки с учетом разрыва сплошности упругого основания.

$$\begin{cases}
 \delta_{1,1} \cdot X_1 + \dots + \delta_{1,k} \cdot X_k + \delta_{1,m} \cdot X_m + \dots + \delta_{1,n} \cdot X_n + \varphi_0 \cdot \frac{c}{2} + u_0 = 0, \\
 \dots \\
 \delta_{k,1} \cdot X_1 + \dots + \delta_{k,k} \cdot X_k + \delta_{k,m} \cdot X_m + \dots + \delta_{k,n} \cdot X_n + \varphi_0 \cdot \frac{2k-1}{2} \cdot c + u_0 = 0, \\
 \delta_{m,1} \cdot X_1 + \dots + \delta_{m,k} \cdot X_k + \delta_{m,m} \cdot X_m + \dots + \delta_{m,n} \cdot X_n - \varphi_0 \cdot \frac{2m-1}{2} \cdot c - u_0 = 0, \\
 \dots \\
 \delta_{n,1} \cdot X_1 + \dots + \delta_{n,k} \cdot X_k + \delta_{n,m} \cdot X_m + \dots + \delta_{n,n} \cdot X_n - \varphi_0 \cdot \frac{2n-1}{2} \cdot c - u_0 = 0, \\
 -\frac{c}{2} \cdot X_1 - \dots - \frac{2k-1}{2} \cdot c \cdot X_k + \frac{2m-1}{2} \cdot c \cdot X_m + \dots + \frac{2n-1}{2} \cdot c \cdot X_n = P \cdot a, \\
 -X_1 - \dots - X_k + X_m + \dots + X_n = P,
 \end{cases} \quad (1)$$

где X_i – усилие в связи Жемочкина с номером i ;
 u_0 – горизонтальное перемещение вершины стержня;
 φ_0 – угловое перемещение стержня на поверхности упругой среды;
 c – длина участка Б.Н. Жемочкина.

Решение задачи.

1. Линейный расчет

Исходными данными для линейного этапа являются (при расчете используются данные проекта “Участок продления второй линии Минского метрополитена от ст. Фрунзенская до ст. Пушкинская”, разработанного Минскметропроект): линейные размеры стенки и данные по ее армированию; значение начального модуля упругости бетона стенки E_b ; упругие характеристики основания E_0, ν_0 , величина внешней горизонтальной нагрузки P .

Алгоритм расчета стенки на первом этапе следующий. Шпунтовая стенка разбивается по длине на n участков и задается начальный массив жесткостей $B_i^{(0)} = I_y \cdot E_b (i = 1, n)$, где I_y – приведенный момент инерции сечения стенки шириной 1

метр. Система канонических уравнений способа Б.Н. Жемочкина [10] для расчёта стенки имеет следующий вид (рис. 3).

Коэффициенты при неизвестных усилиях в системе (1) $\delta_{i,j}$ и $\delta'_{i,j}$ определяются по следующим формулам:

$$\begin{cases}
 \delta_{i,j} = F_{i,j} + y_{i,j}, \\
 \delta'_{i,j} = F'_{i,j} - y_{i,j},
 \end{cases} \quad (2)$$

где $F_{i,j}$ – перемещение точки i грани щели от действия равномерно распределенной по участку j этой же грани щели единичной нагрузки;

$F'_{i,j}$ – перемещение точки i одной грани щели от действия равномерно распределенной по участку j другой грани щели единичной нагрузки.

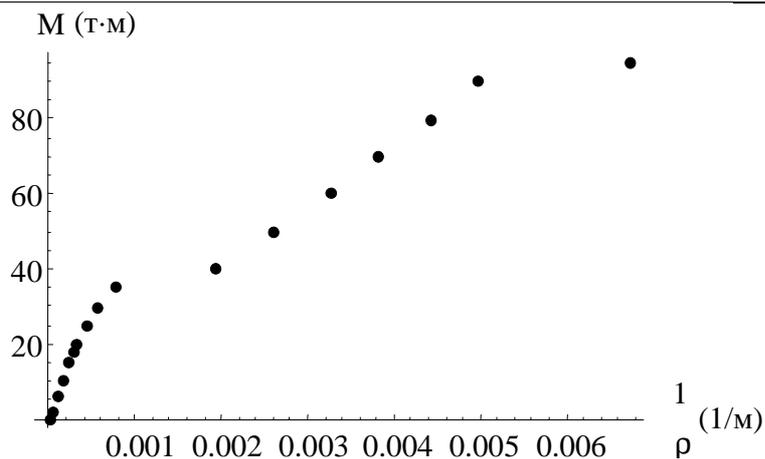


Рис. 4. Зависимость изгибающего момента от кривизны, заданная рядом узловых точек.

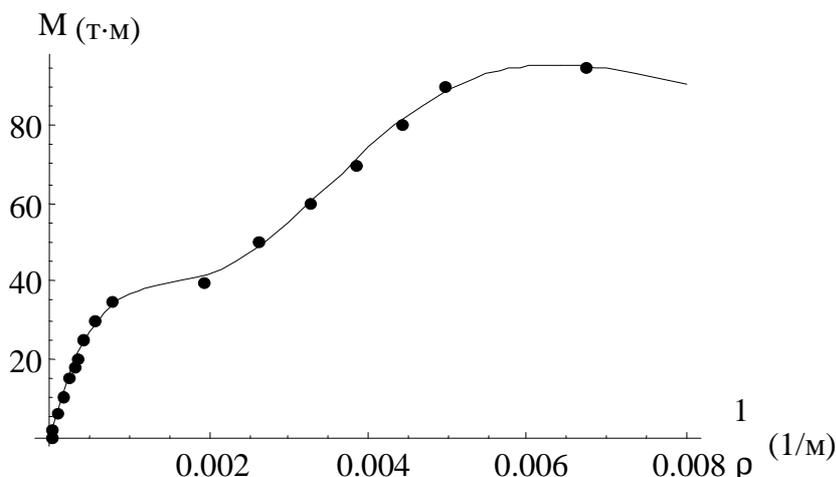


Рис. 5. График зависимости 'момент-кривизна'.

Слагаемые $y_{i,j}$ в формулах (2) определяют прогибы шпунтовой стенки в основной системе смешанного метода (рис. 3) и определяются как результат перемножения эпюр изгибающих моментов M_i и M_j , построенных в основной системе от действия единичных сил X_i и X_j , соответственно.

$$y_{i,j} = \sum \int \frac{M_i \cdot M_j}{B_i} dx. \quad (3)$$

Так как эпюры M_i и M_j подчиняются линейному закону, то интегрирование можно заменить перемножением эпюр, т. е. формула для определения прогиба стенки на каждом участке примет следующий вид:

$$y_{i,j} = \sum_{s=1}^{\min\{i,j\}} \frac{\left(a_i - \frac{2s-1}{2} \cdot c\right) \cdot \left(a_j - \frac{2s-1}{2} \cdot c\right)}{B_s} c, \quad (4)$$

где a_i и a_j – расстояния от вершины стенки до узла i или узла j стенки, соответственно (рис. 3).

Методика определения перемещений $F_{i,j}$ и $F'_{i,j}$ в упругой полубесконечной среде с щелью от действия единичной горизонтальной силы, распределённой по участку щели, изложена в статье [11].

Решение системы (1) находится итерационным путём. Задаётся начальное положение точек раздела граничных условий k и m , или точек нулевых напряжений (рис.2), т.е. номера участков, между которыми связи Б.Н. Жемочкина выключаются

из работы. Затем составляется матрица коэффициентов при неизвестных для решения системы канонических уравнений. Далее решается система канонических уравнений и анализируется полученное решение. Если усилия во всех связях Б.Н. Жемочкина получаются отрицательными и не происходит перекрывания граней щели, то данное решение является искомым. В противном случае задаётся новое положение точек раздела граничных условий k и m , и расчёт повторяется.

В том случае, если решение системы уравнений будет являться искомым, по полученным усилиям в связях Б.Н. Жемочкина определяем контактные напряжения на границе 'стенка – упругое основание', эпюры внутренних усилий в шпунтовой стенке, перемещения правой и левой граней щели от внешней нагрузки на стенку.

II. Нелинейный расчет.

Полученные результаты линейного расчета (положение точек раздела граничных условий k и m , или точек нулевых напряжений на контакте стенки и полуплоскости; значения изгибающих моментов, определенные в узлах стенки) являются исходными данными для расчета на нелинейном этапе. Известными также считаются законы деформирования $\sigma - \epsilon$ для материалов стенки. Расчет на втором этапе также ведется итерационным путем.

Согласно [9] для расчета железобетонных конструкций по второй группе предельных состояний допускается использовать диаграмму деформирования конструкции, связывающую изгибающий момент и кривизну. Построение диаграммы 'момент-кривизна' для данного сечения осуществляется следующим образом. С помощью программы ВЕТА 3.2 зависимость изгибающего момента от кривизны определяется как функция, заданная рядом узловых точек (рис. 4).

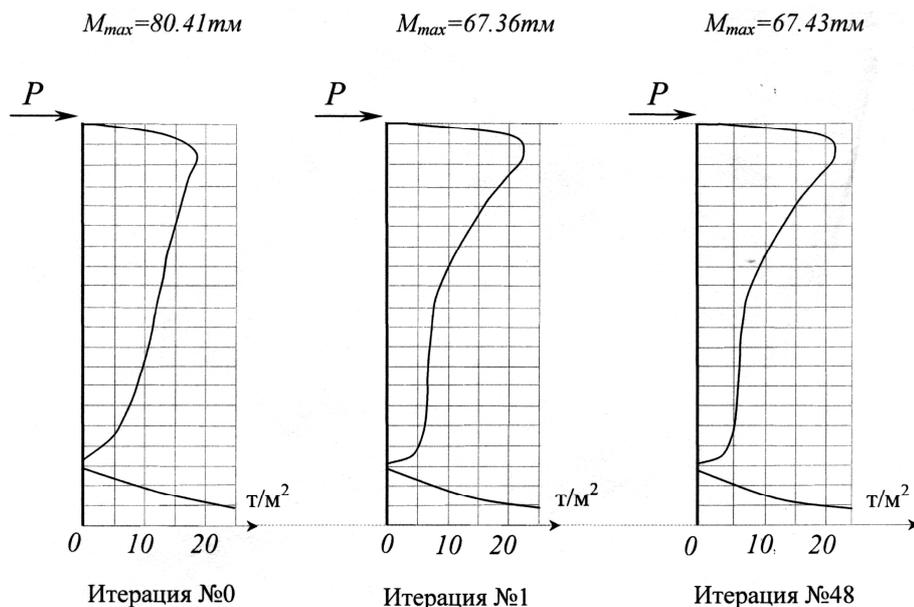


Рис. 6. Изменения контактных напряжений по длине стенки на нескольких итерациях.

Таблица 1.

№ итерации	M_{max} , Т·М	σ_{max} , Т/М ²	$\frac{E_0}{(1-\nu_0^2)} \varphi_0$	$\frac{E_0}{(1-\nu_0^2)} u_0$
0	80,41	17,94	35,797	228,122
1	65,58	22,96	51,421	224,398
2	67,27	22,46	49,892	225,700
7	67,36	22,44	49,892	225,158
8	67,51	22,39	49,770	225,190
47	67,43	22,42	49,828	225,174
48	67,43	22,42	49,829	225,174

Аналитическое выражение диаграммы “ $M - 1/\rho$ ” находим с помощью программного пакета “Mathematica 5.0”. В результате истинная функция $M(1/\rho)$ для рассматриваемой задачи заменяется аппроксимирующей функцией

$$M(1/\rho) = 6304,48 \cdot \frac{1}{\rho} + 76972,6 \cdot e^{-900 \frac{1}{\rho}} \cdot \frac{1}{\rho} - 3,8086 \cdot 10^9 \cdot e^{-900 \frac{1}{\rho}} \cdot \left(\frac{1}{\rho}\right)^3 + 1,6815 \cdot 10^{15} \cdot e^{-900 \frac{1}{\rho}} \cdot \left(\frac{1}{\rho}\right)^3, \quad (8)$$

график которой проходит через область узловых точек, обеспечивая наименьшую среднеквадратичную погрешность их представления (рис. 5). Таким образом строится диаграмма ‘момент-кривизна’, которая состоит из трех участков, соответствующих стадиям работа стенки: до образования трещин, с трещинами при упругой работе арматуры и при неупругих деформациях арматуры и бетона вплоть до достижения предельного состояния.

На основании полученной диаграммы по предыдущему расчету создается массив кривизн для каждого участка стенки при её расчете методом Б.Н. Жемочкина. Затем по полученному массиву кривизн и соответствующим значениям изгибающих моментов на каждом участке составляется массив жесткостей $B_i^{(k)}$ для нелинейного расчета,

$$B_i^{(z)} = \frac{M_i^z}{(1/\rho)_i^z}, \quad (9)$$

где $i = (1, n)$ – номер участка стенки, $z = 1, 2, \dots$ – номер итерации нелинейного расчета.

Следовательно, меняются и значение прогибов стенки на каждом участке в основной системе:

$$y_{i,j}^{(z)} = \sum \int \frac{M_i^{(z)} \cdot M_j^{(z)}}{B_i^{(z)}} dx. \quad (10)$$

Таким образом, расчет физически нелинейной стенки заменяется итерационным линейным расчетом стенки кусочно-постоянного сечения.

Далее расчет ведется аналогично линейному расчету — составляется и решается система уравнений, такая же, как и на первом этапе (см. система уравнений (1)), но при новом массиве жесткостей. Полученные значения неизвестных этой системы будут являться исходными данными на следующей итерации. Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока значения искомых усилий $X_i^{(z)}$ на двух соседних итерациях не совпадут в пределах допустимой точности, $X_i^{(z)} < 0$, и не произойдет перекрытия граней щели.

Результаты.

Для численной реализации предполагаемого подхода автором была составлена программа на языке Microsoft Fortran POWERSTATION V4.0. Исходными данными являлись: ν_0 – коэффициент Пуассона; E_0 – начальный модуль упругости грунтового основания, E_b – начальный модуль упругости бетона стенки, α и β – углы раствора правого и левого клина, соответственно; $DLINP$ и $DLINL$ – длины правой и левой границы щели, соответственно; P – величина внешней горизонтальной сосредоточенной силы; h – плечо силы P . Результатами расче-

та являлись: внутренние усилия в сечениях стенки (поперечные силы и изгибающие моменты для каждого участка), форма щели и прогибы шпунтовой стенки в каждом. При расчете принято: $\nu_0=0,33$, $E_0=2000 \text{ т/м}^2$, $E_b=4050000 \text{ т/м}^2$, $\alpha=\pi/4$ и $\beta=\pi/4$, $DLINP=8\text{м}$ и $DLINL=4\text{м}$, $P=50 \text{ т}$, $h=0 \text{ м}$.

Стенка по длине была разбита на $n = 20$ участков. При этом сплошной контакт между двумя плоскими клиньями, начиная от вершины щели, был заменен контактом в отдельных точках для пятидесяти участков той же длины [11]. Опираясь на данные упругого расчета [11], номера точек раздела граничных условий k и m можно задавать в определенных пределах, отбросив те значения, для которых результаты заведомо не будут искомыми.

Полученные на линейном этапе результаты согласуются с результатами, полученными при упругом расчете стенки с учетом ее гибкости [11].

На рис. 6 показано изменение контактных напряжений по длине шпунтовой стенки при действии на нее сосредоточенной силы для нескольких итераций на линейном и нелинейном этапах расчета, а также приведены значения максимальных изгибающих моментов. Отсюда можно сделать вывод об искомом решении линейной задачи, причем этому решению соответствуют точки раздела граничных условий $k = 17$ и $m = 18$.

В таблице 1 приведены значения максимального изгибающего момента, максимального контактного напряжения и перемещений вершины стенки на поверхности упругой среды на линейном этапе расчета (итерация №0) и на нескольких последующих итерациях нелинейного расчета (для точек раздела граничных условий $k = 17$ и $m = 18$). Следует отметить, что перемещение стенки на поверхности полуплоскости является относительной величиной.

Отсюда видно, что итерационный алгоритм при данной нагрузке достаточно быстро сходится: на итерациях № 1-2 результаты сходятся с точностью $\varepsilon = 2,51\%$, а уже на итерациях № 7-8 – с точностью $\varepsilon = 0,23\%$. При этом можно сделать следующие выводы:

1) при переходе к расчету физически нелинейной стенки значение максимального изгибающего момента в сечении стенки уменьшается с уменьшением жесткости стенки;

2) при переходе к расчету физически нелинейной стенки значение относительного перемещения вершины на поверхности упругой среды уменьшается, а значение углового перемещения — увеличивается с уменьшением жесткости стенки.

3) по сравнению с линейным решением положение максимального контактного напряжения при нелинейном расчете смещается к вершине стенки.

Следует также отметить, что при переходе от одной близкой к искомому решению итерации к другой величины изги-

бающих моментов и поперечных сил, перемещений вершины стенки на поверхности упругой среды изменяются незначительно.

Заключение

Полученные результаты могут найти применение при строительстве метро неглубокого заложения в условиях плотной городской застройки.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Банцури Р. Д. Контактная задача для клина с упругим креплением // Доклады АН СССР. – 1973. – т. 211. – № 4. – С. 797-800.
2. Нуллер Б. М. Деформация упругого клина, подкрепленного балкой // ПММ. – 1974. – т. 38. – вып. 5. – С. 876-882.
3. Попов Г. Я., Тихоненко Л. Я. Плоская задача о контакте полубесконечной балки с упругим клином // ПММ. – 1974. – т. 38. – вып. 2. – С. 312-320.
4. Огранович А. Б., Горбунов-Посадов М. И. Расчет фундаментной стенки на горизонтальную нагрузку с учетом разрыва сплошности основания // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 1966. – № 3. – С. 11-14.
5. Огранович А. Б. Расчет гибкой фундаментной стенки на горизонтальную нагрузку с учетом разрыва сплошности основания // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 1967. – № 6. – С. 7-9.
6. Какосимида Н. Ф. Расчет фундаментной стенки, заглубленной в упругоползучее основание // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 1989. – № 5. – С. 23-24.
7. Лазарева И. В. Расчет методом конечных элементов гибкой стенки, погруженной в грунт // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 1976. – № 2. – С. 27-29.
8. Готман А. Л. Расчет свай переменного сечения на совместное действие вертикальной и горизонтальной нагрузки методом конечных элементов // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2000. – № 1. – С. 6-12.
9. СНБ 5.03.01-02 Бетонные и железобетонные конструкции. – Мн.: Минстройархитектуры Республики Беларусь, 2003. – 139 с.
10. Жемочкин Б. Н., Сеницын А. П. Практические методы расчета фундаментных балок и плит на упругом основании. – М.: Госстройиздат, 1962. – 240 с.
11. Босаков С. В., Дмитриева К. В. Конструктивно нелинейный расчёт горизонтально нагруженной жёсткой стенки в упругой среде // Вестник БГТУ. Строительство и архитектура: Материалы XI Международного научно-технического межвузовского семинара “Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовке инженерных кадров Республики Беларусь”. – Часть 1. – 25-27 ноября 2004 г. – г. Брест. – С. 121-126.

УДК 725.01/711.3

Мусюк А., Рихтер З.

ТОПОЛОГИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫХ ДВУХСЛОЙНЫХ ФЕРМ

Введение

Топологическая оптимизация конструкции основана на поиске наилучшей конфигурации элементов конструкции. Она является наиболее трудным видом оптимизации, т.к. изменение топологии изменяет структуру уравнений математической модели. Кроме того, пространство конструкций имеющих разные топологии дискретно и, следовательно, не име-

ет структуры облегчающей математический анализ и вычисления. С другой стороны, топологическая оптимизация может принести больше пользы, чем оптимизация других параметров конструкции: формы, сечений или материала. Всестороннее обсуждение топологической оптимизации конструкции содержат обзорные работы [1-4].

Фермы были исторически первым предметом топологиче-

Мусюк Адам, ассистент кафедры технической поддержки и проектирования Белостокского технического университета.

Рихтер Зенон, профессор, зав. кафедрой технической поддержки и проектирования Белостокского технического университета. Республика Польша, Белостокская политехника, 15893, г. Белосток, ул. Грюндвальдская 11/15.