

9. Reardon, E. J., 1990, "An Ion Interaction Model for the Determination of Chemical Equilibria in Cement/Water Systems," *Cement and Concrete Research*, Vol. 20, pp. 175–192.
10. Scrivener, K. L. and Lewis, M., 1997, "A Microstructural and Microanalytical Study of Heat Cured Mortars and Delayed Ettringite Formation," *Proceedings of the 10th International Congress on the Chemistry of Cements*, Paper 4iv061.
11. Turriziani, R., 1964, in *The Chemistry of Cements*, pp. 260–277.
12. Zhang, F., Zhou, Z., and Lou, Z., 1980, "Solubility Product and Stability of Ettringite," *Proceedings of the 10th International Congress on the Chemistry of Cements*, pp. II-88-II-93.
13. Бутт Б.М. и др. Технология вяжущих веществ. – Москва: В. школа, 1965 г.
14. Бутягин П.Ю., Стрелецкий А.Н. Кинетика и энергетический баланс в механохимических превращениях. *Физика твердого тела*, 2005, том 47, вып. 5
15. Волженский А.В. Минеральные вяжущие вещества. – Москва: Стройиздат, 1986 – 464 с.
16. Волженский А.В. Характер и роль изменений в объемах фаз при твердении вяжущих и бетонов// Бетон и железобетон.– 1969.– №3.–С. 16-20.
17. Т.В. Кузнецова, Й.Талабер. Глиноземистый цемент. – Москва: Стройиздат, 1986 – 464 с.
18. Михайлов В.В., Литвер С.Л. Расширяющийся и напрягающий цементы и самоупроченные железобетонные конструкции. – М.: Стройиздат, 1974.– 312 с.
19. Тур. В.В., Филимонова Н.В. Обобщенная модель собственных деформаций расширяющейся цементной системы / Строительная наука и техника. №1. – Мн., 2006.
20. Шейкин А.Е. Природа усадочных деформаций бетона и их влияние на трещиностойкость железобетонных конструкций// Структура, прочность и деформация бетона/ Материалы координационного совещания. Под ред. С.В. Александровского и А.Е. Десова. – М.: НИИЖБ, 1972.
21. Красильников К.Г., Никитина Л.В. Природа объемных деформаций при твердении расширяющихся цементов// Физико-химические исследования цементного камня и бетона: Сб. тр./ Под ред. А.Е. Десова.– Москва: Стройиздат, 1972.– С. 4–20.
22. Красильников К.Г., Никитина Л.В., Скоблинская Н.Н. Физико-химия собственных деформаций цементного камня. – Москва: Стройиздат, 1980 – 256 с.
23. Ахвердов И.Н. Основы физики бетона. – Москва: Стройиздат, 1981. – 464 с.
24. Ратинов В.Б., Розенберг Т.И. Добавки в бетон. – М.: Стройиздат, 1989.– 188 с.
25. Разработка научных принципов создания полифункционального модификатора структуры бетона на базе эффективных суперпластификаторов и расширяющихся вяжущих веществ // Отчет о НИР, рег.№ 20023014. БГТУ – 2005 г.
26. K. Maekawa, T. Ishida, T. Kishi. Multi-scale Modeling of Concrete Performance. Integrated Material and Structural Mechanics. *Journal of Advanced Concrete Technology Vol.1, No.2, July 2003*
27. Ishida, T., Chaube, R.P., Kishi, T., and Maekawa, K.: Micro-physical approach to coupled autogenous and drying shrinkage of concrete, *Concrete Library of JSCE*, No.33, pp. 71-81,1999.
28. Tetsuya Ishida, Koichi Maekawa. An integrated computational system for mass/energy generation, transport and mechanics of materials and structures//*Translation from Proceedings of JSCE, No.627/V-44, August 1999*
29. Ржаницын А.Р. Теория ползучести. М. – Стройиздат, 1968, 418 с.
30. P. Acker, Micromechanical analysis of creep and shrinkage mechanisms, in: F.-J. Ulm, Z.P. Bazant, W.H. Wittmann. Creep, Shrinkage and Durability Mechanics of Concrete and other Quasi-Brittle Materials, *Elsivier, Oxford, UK, 2001, pp.15-25*
31. Чистов Ю.Д. Научные и философские аспекты строительного материаловедения // Строительные материалы, оборудование, технологии XXI века, №1. – 2006. – с.78-80.
32. Филимонова Н.В. Теоретические предпосылки к моделированию структуры цементного камня на основе расширяющихся цементов// Вестник БГТУ. Архитектура и строительство. – 2004. – №1
33. Тур В.В. Экспериментально-теоретические основы предварительного напряжения конструкций при применении напрягающего бетона.– Брест: Изд. БПИ, 1998. – 246 с.

УДК 539.4.015

Холодарь Б.Г.

СВЯЗЬ ДОЛГОВЕЧНОСТИ МАТЕРИАЛА С УРОВНЕМ ЕГО ИСХОДНОЙ ПОВРЕЖДЕННОСТИ

При проведении испытаний различных материалов на долговечность отмечается значительный разброс результатов. В зависимости от материала, уровня и характера нагружения разброс долговечности может достигать нескольких десятичных порядков [1, 2]. Определенную роль в этом играют условия проведения эксперимента, но основной причиной разброса является наличие исходной поврежденности структуры материала и вероятностный характер ее распределения по объему.

Формально связь долговечности образца с уровнем исходной поврежденности и напряженным состоянием можно проанализировать с помощью соответствующего кинетического уравнения развития поврежденности. В качестве меры поврежденности в точке тела может быть использована некоторая непрерывным образом распределенная по объему образца скалярная величина $0 \leq \omega \leq 1$, которую в общем слу-

чае можно представить как сумму гидростатической ω_g и девиаторной (сдвиговой) ω_d компонент, а каждую из них в свою очередь как сумму мгновенно-обратимой, необратимой и запаздывающе-обратимой составляющих, изменение которых во времени подчиняется соответствующим кинетическим уравнениям [3]:

$$\begin{aligned} \omega &= \omega_g + \omega_d, \\ \dot{\omega}_g &= A_g \dot{\sigma}_0(\omega) + v_g (1 - \omega) e^{\gamma_g \sigma_0(\omega)} + v_g^* \omega e^{\alpha_g^* \sigma_0(\omega)}, \\ \dot{\omega}_d &= A_d \dot{\sigma}_i(\omega) + v_d (1 - \omega) e^{\gamma_{dg} \sigma_0(\omega) + \gamma_{dd} \sigma_i(\omega)} + \\ &+ v_d^* \omega e^{\alpha_{dg}^* \sigma_0(\omega) + \alpha_{dd}^* \sigma_i(\omega)}, \end{aligned} \quad (1)$$

Холодарь Борис Григорьевич, кандидат технических наук, доцент кафедры сопротивления материалов и теоретической механики Брестского государственного технического университета. Беларусь, БГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

где σ_0 - гидростатическое напряжение, σ_i - интенсивность напряжений, индексированные величины $A, v, v^*, \alpha, \alpha^*, \gamma, \gamma^*$ - структурные параметры материала, зависящие, в частности, от температуры.

Необходимость выделения гидростатической и девиаторной составляющих подтверждается, например, обработкой экспериментальных данных по долговечности поливинилхлорида при сложном напряженном состоянии [3].

Величину исходной поврежденности материала ω_0 можно непосредственно увязать со структурой материала или параметрами поверхностной обработки (шероховатости) образцов.

В большинстве случаев интерес представляет необратимая часть поврежденности, поэтому далее именно ее будем понимать под поврежденностью.

В случае одноосного растяжения образца достаточно удобным является уравнение вида

$$\frac{d\omega}{dt} = v(1-\omega) \cdot Sh\left(\frac{\alpha\sigma}{1-\omega}\right), \quad (2)$$

где α и v - структурные параметры материала, σ - уровень номинального напряжения $\sigma = \frac{Q}{A}$, Q - нагрузка,

A - площадь сечения, $Sh(x)$ - функция гиперболического синуса. Параметры α и v используются далее как константы.

Если принять, что каждый образец имеет некоторую исходную поврежденность (следствие несовершенств и неоднородностей структуры) $\omega_0 \neq 0$, то относительная долговечность ψ такого образца сравнительно с образцом идеальным, для которого $\omega_0 = 0$, определится как

$$\psi(x, \omega_0) = \frac{\tau_p(x, \omega_0)}{\tau_p(x, 0)}, \quad (3)$$

где $x = \alpha\sigma$ - параметр нагружения, τ_p - долговечность, найденная из решения уравнения (2). Здесь и далее под τ понимается приведенное (безразмерное) время $\tau = vt$.

Зависимость (3) для значений $x=4, x=16$ и $x=32$ приведена на рис. 1, который показывает, что для каждого уровня нагружения $x = \alpha\sigma$ существует некоторый свой диапазон поврежденности ω_0 , границы которого определяют фактическую долговечность материала. Как видим, с ростом нагрузки все более низкие уровни исходной поврежденности ω_0 при-

водят к резкому падению долговечности. На рис.1 для указанных значений параметра x приведены также кривые $\frac{d\psi}{dz}$ - плотности распределения относительной долговечности по переменной $z = Lg(\omega_0)$.

Исходная поврежденность ω_0 и долговечность при заданной нагрузке связаны между собой уравнением (2), поэтому наличие экспериментальной зависимости вероятности разрушения образцов $P(T_p)$ позволяет при достаточно представительной выборке установить вероятность реализации той или иной исходной поврежденности реального материала (здесь обозначено P - вероятность разрушения, T_p - долговечность образца).

С этой точки зрения представляет интерес по имеющимся экспериментальным данным о разбросе долговечности образцов при испытаниях определить величину фактической исходной поврежденности материала, а также ее вероятностное распределение. Ниже это выполнено для случая испытаний с постоянной нагрузкой, как наиболее простого.

В [1, 4] приведены результаты испытаний на долговечность 42 образцов из поликристаллического цинка при номинальном напряжении $\sigma = 8 \text{ кг/см}^2$ и комнатной температуре (рис. 2). Построение нормировано на единицу, и поэтому кривая 1 соответствует вероятности P разрушения образца за заданное время $T_p \leq T_p^{max}$. Эти данные были аппроксимированы сплайном, и по проведенной аппроксимации путем ее численного дифференцирования построена кривая плотности вероятности разрушения dP/dT_p , также показанная на рис. 2, которая несколько отличается от приведенных в [1, 4] (все непрерывные распределения, построенные далее на рисунках, используют данную аппроксимацию). Наибольшей величине долговечности, зафиксированной в опыте, была приписана поврежденность $\omega_0 = 0$, что позволило определить величину

параметра v , приняв $\alpha = 2,0$ (интервал изменения α и v при комнатной температуре по [1, таб.11] составляет $1 \leq \alpha \leq 5$ и $10^6 \leq v \leq 10^{15}$). При этом получено значение $v \approx 2,892 \cdot 10^{13}$. С использованием этих значений определена величина ω_0 для каждого зафиксированного в опытах времени разрушения образца T_p . На рис. 2 связь $\omega_0(T_p)$ для испытанных образцов показана точками, группирующимися возле соответствующей кривой 3, полученной с использованием сплайн-аппроксимации. По физическому смыслу зависимость

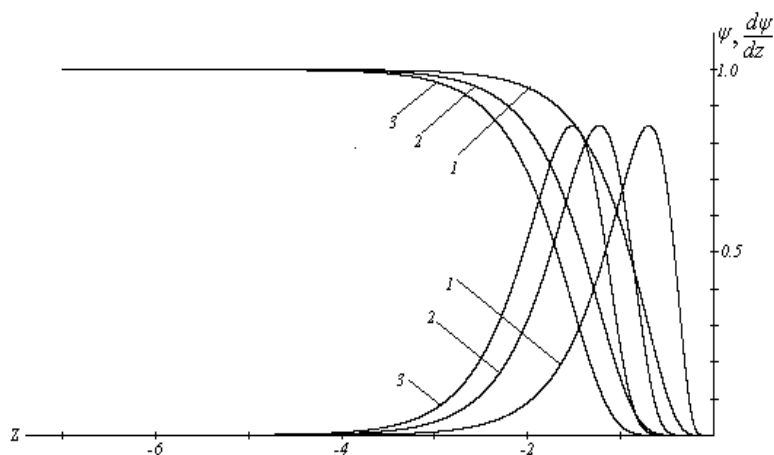


Рис. 1. Относительная долговечность и плотность ее распределения (кривые 1,2,3 - соответственно для $x=4,16,32$).

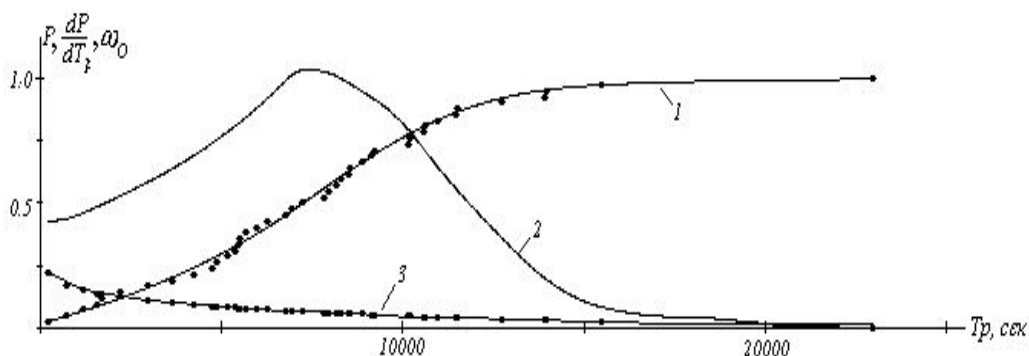


Рис. 2. Зависимости $P(T_p)$, $\frac{dP}{dT_p}$, $\omega_0(T_p)$ – кривые 1,2,3 соответственно. Точки у кривых – экспериментальные данные [1,4] и их обработка.

$P(\omega_0)$ представляет собой вероятность присутствия в образце исходной поврежденности, превышающей заданный уровень ω_0 . Искомые зависимости $P(\omega_0)$ и $dP/d\omega_0$, построенные по экспериментальным данным $P(T_p)$, приведенным на рис.2, показаны на рис.3. Обращает на себя внимание то обстоятельство, что величина исходной поврежденности достигает достаточно больших уровней – в данной серии опытов она составляет $\omega_0^{max} \approx 0,218$. Среднему значению долговечности образцов, соответствующему максимуму плотности вероятности разрушения и составляющему примерно $T_p^c \approx 7500$ сек, соответствует значение $\omega_0^c \approx 6,35 \cdot 10^{-2}$. Из рис.2 и рис.3 видно также, что опыты, в которых реализуются средние значения вероятности разрушения и исходной поврежденности, не совпадают.

Если трактовать поврежденность при одноосном растяжении как относительную долю поперечного сечения, занятую трещиной, то уровень ω_0 , соответствующий параметрам шероховатости обработки поверхности, составит примерно $10^{-4} \div 10^{-2}$, поэтому найденные верхние значения исходной поврежденности $\omega_0^{max} \approx 0,2$ свидетельствуют о присутствии в образцах технологических дефектов “макроскопической” значимости (внутриобъемных или поверхностных).

Для того же материала в [1,4] приведены результаты испытаний 48 образцов на повторное нагружение. На первом этапе эксперимента все образцы выдерживались под нагрузкой $\sigma = 8 \text{ кгс/мм}^2$ в течение $T_n = 3000$ сек, а затем после кратковременного отдыха нагружались до разрушения. Часть из них (12 из 48) разрушилась на первом этапе. Результаты соответствующего расчета с использованием кинетического уравнения (2) приведены на рис.4, где по аналогии с [1,4] время до разрушения отложено как в реальном масштабе, так и с использованием логарифмической шкалы. Виден сдвиг и деформация распределения $P(T_p)$ и плотностей $\frac{dP}{dT_p}$ и

$\frac{dP}{dLg(T_p)}$ в области малых значений долговечностей, которые хорошо соответствуют приведенным в [1, 4] результатам. Отметим, что по результатам расчета разрушение за время нагружения $T_n = 3000$ сек достигается у $n = 13$ образцов из 42.

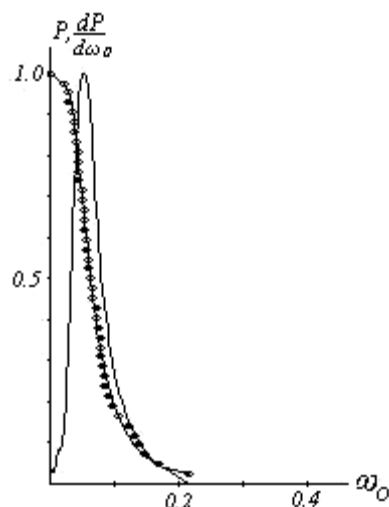


Рис. 3. Зависимости $P(\omega_0)$, $\frac{dP}{d\omega_0}$ (кривые 1,2 соответственно) для поликристаллического цинка.

Исходная поврежденность и вероятность ее наличия в материале $P(\omega_0)$ являются в некотором смысле характеристиками материала и не зависят от уровня прикладываемой нагрузки. На основании этого на рис.5 показаны расчетные (гипотетические) распределения долговечности, которые имели бы место для найденного по данным опытов с $\sigma = 8 \text{ кгс/мм}^2$ распределения исходной поврежденности материала, при проведении таких же испытаний с напряжениями $\sigma = 2 \text{ кгс/мм}^2$ и $\sigma = 16 \text{ кгс/мм}^2$, а также полученные с использованием сплайна распределения плотности вероятности $dP/dLg(T_p)$. Для каждого уровня напряжений точками показаны также зависимости $\omega_0(T_p)$, найденные для экспериментального массива значений $P(T_p)$. Из построений видно, как меняется форма кривых – с ростом нагрузки на логарифмической шкале времени кривые становятся более пологими. Это же видно на расчетных кривых долговечности $Lg\tau_p(x, \omega_0)$, показанных на рис.6. Средней величине логарифма долговечности на каждом уровне нагружения, определенной по положению максимума на кривых распределения $\frac{dP}{dLg(T_p)}$, соответствует значение ω_0 , равное примерно 0,0212, 0,0533, 0,0928

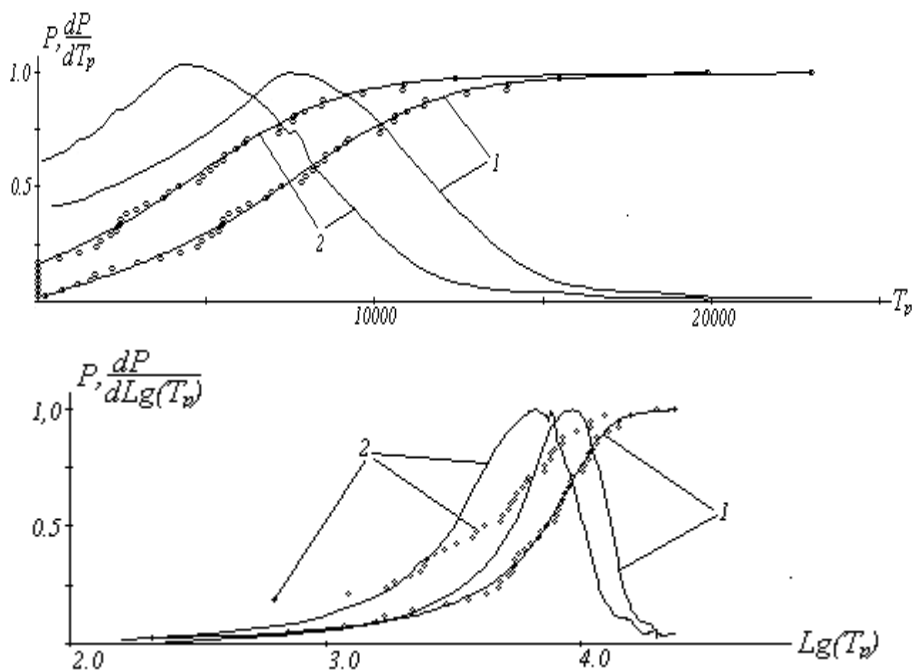


Рис. 4. Вероятность разрушения и плотность ее распределения при непрерывном нагружении (кривые 1) и нагружении с прерыванием (кривые 2).

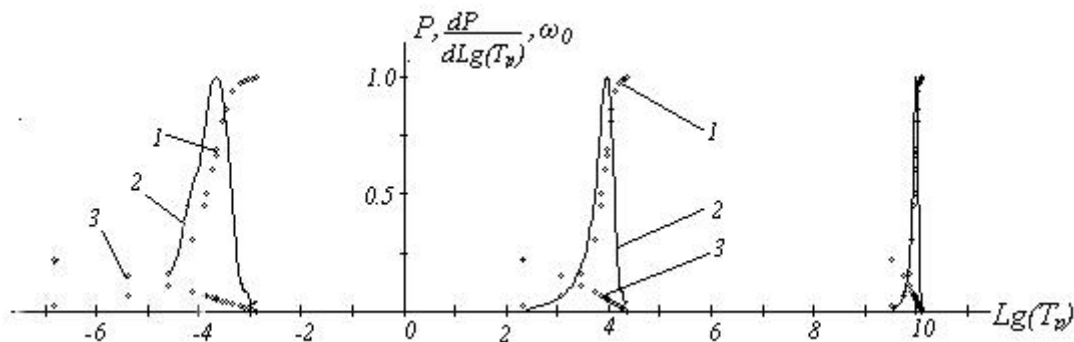


Рис. 5. Зависимости $P(LgT_p)$, $\frac{dP}{dLgT_p}$, $\omega_0(LgT_p)$ для разных уровней нагружения ($x=4$ – справа, $x=16$ – в центре, $x=32$ – слева).

при $x=4, 16, 32$ соответственно. Видно, что с ростом нагрузки наиболее вероятное время жизни образцов смещается по кривым $Lg\tau_p(x, \omega_0)$ в сторону увеличения исходной поврежденности. Если для определения значений ω_0^c использовать положение максимума кривой распределения dP/dT_p , то значения ω_0 будут несколько выше приведенных. Противоположное поведение проявляют уровни вероятности, соответствующие средней долговечности – они убывают с ростом уровня нагружения (для обоих используемых распределений), что согласуется с общим ходом кривой $P(\omega_0)$ на рис. 3.

Предположим, что во время испытаний образцов на долговечность под разными уровнями нагрузки реализовалась полоса разброса, как это видно, например, на рис.6. Для двух уровней нагрузки Q_1 и Q_2 рассмотрим точки, принадлежащие линии B_1B_2 . При качественной подготовке и проведении экспериментов можно пренебречь вариациями $\delta Q, \delta A$ сравнительно с возможными вариациями исходной неоднородности материала образцов, которые мы связываем с неоднородностью ω_0 .

В таком случае на реализацию “B” можно смотреть двояко – как на долговечность под нагрузкой Q_1 при максимальной для данных опытов исходной поврежденности образцов $\omega_0 = \omega_0^{max}$ или как на долговечность под нагрузкой Q_2 в бездефектном образце ($\omega_0 = 0$). Отсюда находим, что максимальная реализовавшаяся в опытах начальная поврежденность ω_0^{max} (величина, характеризующая сам материал) составляет $\omega_0^{max} \approx 1 - \frac{Q_1}{Q_2}$ и может иметь, как это видно по рис.6, достаточно большую величину – десятые доли от единицы. Вместе с тем, по приведенным на рис.3 данным наиболее вероятное значение ω_0 (при котором $\frac{\partial P}{\partial \omega_0}$ имеет максимум) составляет сотые доли (~ 0.052). Зона разброса экспериментальных значений логарифма долговечности

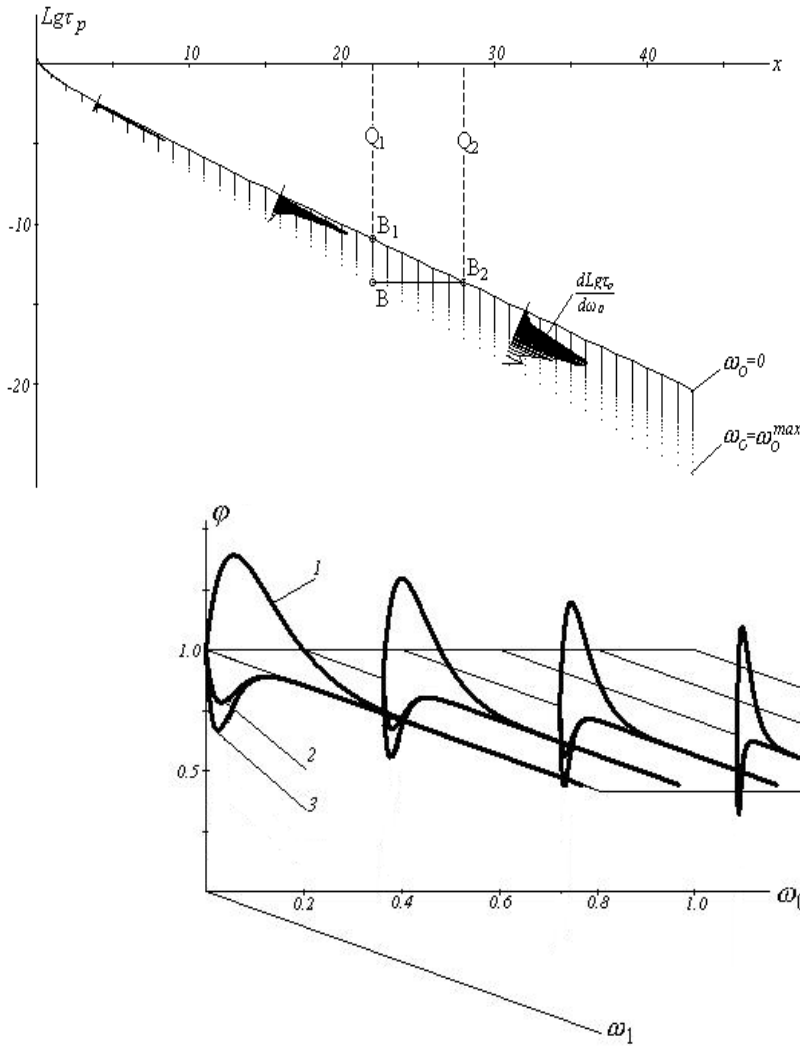


Рис. 6. Разброс долговечности и плотность распределения ее в зависимости от уровней нагружения и исходной поврежденности.

Рис. 7. Функция $\varphi = \varphi(\omega_0, \omega_1, \frac{\sigma_2}{\sigma_1})$ для значений $\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 0,25, \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 1,5, \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 2,5$ (кривые 1,2,3) при $x_1 = \alpha, \sigma_1 = 20$. Обозначено: ω_1 – поврежденность в момент снятия напряжений σ_1 .

при фиксированном значении ω_0^{max} расширяется с ростом нагрузки практически по линейному по закону

$$\Delta_{Lg\tau} = -Lg\Psi(x, \omega_0^{max}) \approx Lg(1 - \omega_0^{max}) + 2,3 \frac{x\omega_0^{max}}{1 - \omega_0^{max}}$$

На рис.6 показано семейство кривых $Lg\tau_p(x, \omega_0)$ для интервала $0 \leq \omega_0 \leq \omega_0^{max}$, которое можно рассматривать как одно из двух семейств линий соответствующей криволинейной системы координат. Вдоль этого семейства изменяется переменная

$$S(x, \omega_0) = \int_{x_0}^x \sqrt{1 + (y')^2} dx, \text{ где } y' = \frac{dLg(\tau_p(x, \omega_0))}{dx}$$

воспользоваться приближением $\tau_p \approx \frac{\exp(-x/(1-\omega_0))}{x/(1-\omega_0)}$, то

интеграл для $S(x, \omega_0)$ может быть выражен через функцию $ArSh(\cdot)$. На этом семействе можно построить ортогональное ему семейство линий, вдоль которых будет изменяться переменная ω_0 . Описывающее это семейство выражение также имеет достаточно простую аналитическую форму.

Ввиду того, что кривизна линий $Lg\tau_p(x, \omega_0)$ для разных $\omega_0 = Const$ мало отличается между собой, получающиеся ортогональные кривые $S=Const$ в интересующем нас диапазоне ω_0 мало бы отличались от прямых, ортогональных линий $Lg\tau_p(x, 0)$. Поэтому на рис.6 кривые плотности распределения долговечности $\frac{dLg\tau_p}{d\omega_0}$ для значений параметра

$$\frac{dLg\tau_p}{d\omega_0}$$

нагружения $x=4, x=16$ и $x=32$ отложены как раз на таких прямолинейных отрезках. Расположение кривых разброса вдоль линий $S=Const$ или на заменяющих их прямолинейных отрезках в большей степени отвечает физическому смыслу задачи, чем используемое обычно представление разброса вдоль оси ординат (которое можно проследить по точкам на рис.6). При этом имеется полное соответствие исходной поврежденности материала с положением координатной линии $\omega_0 = Const$ системы криволинейных координат.

Кривые длительной прочности, построенные по параметру ω_0 , как это сделано, например, на рис.6, могут удобно

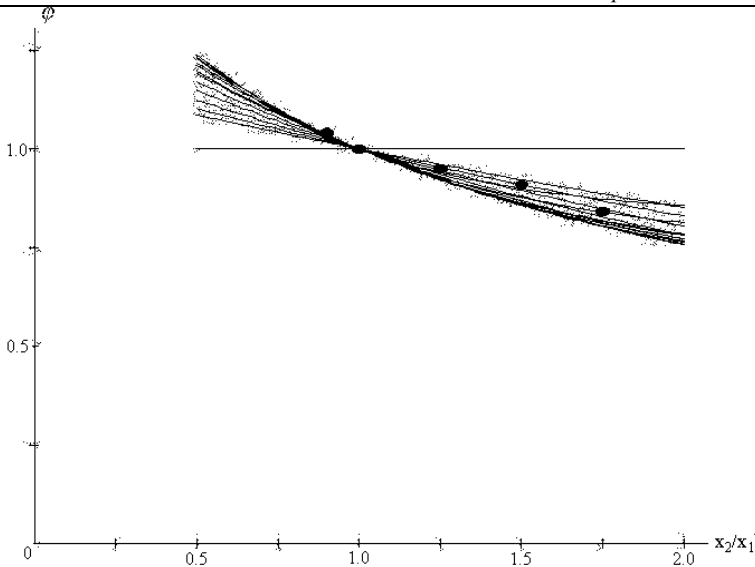


Рис. 8. Расчетные реализации функции $\Phi = \Phi(\omega_0, \omega_1, \frac{x_2}{x_1})$ и данные экспериментов [7] для уровней нагружения $\sigma_1=20; \sigma_2= 35,30,25,20,18$.

дополнить кривые длительной прочности по параметру вероятности [5, 6]. Так как вдоль кривой $P=Const$, как показано выше, величина ω_0 меняется при изменении уровня нагрузки, то использование кривых длительной прочности по параметру вероятности становится нецелесообразным при переходе к описанию переменных нагрузок, поскольку нарушаются сами предпосылки применения гипотез суммирования поврежденности. Кроме того, построение кривых $P(T_p)$ на концевых участках кривых распределения (при значениях $P < 1\%$ и $P > 99\%$) требует большого количества образцов и времени испытаний, и в этом смысле прогнозирование концевых участков вероятностных кривых $P(T_p)$ через параметр ω_0 является весьма полезным.

Дополнительно рассмотрим вопрос о выполнимости критерия Бейли при учете исходной поврежденности материала на примере ступенчатого нагружения. Согласно критерию, для ступенчатого нагружения двумя последовательными блоками нагрузки с $\sigma_1=Const$ и $\sigma_2=Const$, действующими в течение

времени t_1 и t_2 соответственно, функция $\Phi = \frac{t_1}{t_{1p}} + \frac{t_2}{t_{2p}}$ в мо-

мент разрушения должна стать равной единице (здесь $t_{1p}(\omega_0)$ и $t_{2p}(\omega_0)$ – долговечности материала при данных уровнях σ_1 и σ_2). Найденные с помощью уравнения (2) значения функции Φ показывают (рис.7), что хотя исходная поврежденность ω_0 и влияет на величину функции, но однозначно $\Phi < 1$ при всех $\sigma_2 > \sigma_1$ и $\Phi > 1$ при $\sigma_2 < \sigma_1$. На основании этого, представляя нагрузку набором последовательных участков-ступенек, можно заключить, что независимо от уровня начальной поврежденности материала на монотонно возрастающих нагрузках разрушение наступит прежде, чем это устанавливается критерием линейного суммирования повреждений, и, наоборот – в случае монотонно убывающих нагрузок.

На рис.8 показаны значения нескольких реализаций функции $\Phi = \Phi(\omega_0, \omega_1, \frac{x_2}{x_1})$ при варьировании ее параметров в пределах $0 \leq \omega_0 \leq 0,2$, $\omega_0 \leq \omega_1 \leq \omega_0 + 0,05$, $10 \leq x_2 \leq 40$, $x_1 = 20$. Там же показаны данные экспериментов по проверке выполнимости гипотезы линейного суммирования повреждений [7], которые качественно подтверждают результаты расчетов по уравнению (2).

Поскольку частотный параметр V в уравнении (2) рассматривался выше как некоторая константа материала, то само уравнение при этом не описывает режимов зарождения и размножения дефектов структуры, появляющихся в материале в процессе его активного нагружения, например, циклического. В этом смысле сделанный выше вывод о применимости критерия Бейли фактически относится к случаю медленноменяющихся нагрузок, для которых непосредственно вычисляемая ими (наведенная в материале) поврежденность составляет некоторую достаточно малую долю от исходной “технологической” поврежденности. В целом же, с учетом дополнительной зависимости параметров α и V от режима нагружения, использование кинетических уравнений развития поврежденности типа (1)-(2) позволяет при наличии распределений $P(\omega_0)$ вести речь о прогнозировании долговечности с точки зрения вероятности ее реализации для произвольных законов изменения нагрузки $Q(t)$ во времени, в том числе для задачи определения остаточного ресурса.

Рассмотренные представления могут быть в особенности полезны для материалов с выраженной гетерогенной структурой (бетон, дерево, композиционные материалы).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Регель В.Р., Слуцкер А.И., Томашевский Э.Е. Кинетическая природа прочности твердых тел. – М.: Наука, 1974. – 560с.
2. Болотин В.В. Ресурс машин и конструкций. – М.: Машиностроение, 1990. – 448с.
3. Холодарь Б.Г. Некоторые вопросы применения термодинамического подхода к описанию процессов деформирования и разрушения материалов и конструкций. Канд. дис. – Челябинск: ЧПИ, 1976.
4. Бобоев Т.Б., Регель В.Р., Слуцкер А.И. Статистический разбор значений долговечности при механическом испытании и необратимость разрушения твердых тел. Проблемы прочности, №3, 1974. - с.40-44
5. Трошенко В.Т., Красовский В.В., Сосновский Л.А., Стрижало В.А. Сопротивление материалов деформированию и разрушению. Справочное пособие. Часть 2. – Киев: Наукова думка, 1994г. – 702с.
6. Дж. А. Коллинз. Повреждение материалов в конструкциях. Анализ, предсказание, предотвращение: Пер. с англ. – М.: Мир, 1984.–624с.
7. Осасюк В.В., Олисов А.Н.. К вопросу о гипотезах суммирования относительных долговечностей, Проблемы прочности, №11, 1979.