

Павлова И.П., Тур В.В.

## ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССА РАСШИРЕНИЯ НАПРЯГАЮЩЕГО БЕТОНА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СТРУКТУРНОЙ МОДЕЛИ РАСШИРЯЮЩЕГОСЯ КОМПОЗИТА

### ВВЕДЕНИЕ

Совершенствование и развитие строительных технологий привело к получению так называемых высококачественных бетонов (англ. *High Performance Concrete*). Однако и материалы нового поколения по-прежнему не лишены недостатков, присущих традиционным тяжелым бетонам. В результате того, что прочность на сжатие во много раз превышает прочность на растяжение, бетон в затвердевшем состоянии остается искусственным камнем. Одной из серьезных проблем, возникающих при производстве конструкций из высококачественных бетонов, имеющих низкое водовяжущее отношение, являются усадочные деформации, в частности аутогенная усадка, приводящая к образованию микротрещин в структуре твердеющего бетона в раннем возрасте [13]. На протяжении целого ряда лет техническая мысль была направлена на поиск средств и способов полного исключения или частичного снижения деформаций усадки до значений, не приводящих к трещинообразованию бетона. В последнее время изучению аутогенной усадки посвящено достаточно большое количество аналитических и экспериментальных работ [18, 26, 27, 34]. Одним из возможных путей решения данной проблемы является применение специальных вяжущих. Так, в высококачественных бетонах было предложено [28, 41] использовать взамен части портландцемента добавку метаксаолинов, сульфосоалюминатные и ферроалюминатные комплексы. Как отмечено в работах [18, 26], применение названных добавок позволяет не только компенсировать усадочные деформации, но и получить расширение композитной системы даже в изолированном состоянии [28, 41].

Согласно определению, приведенному в монографии [14], расширяющийся цемент (англ. *expansive cement*) – это цемент, при затворении которого водой образуется цементное тесто, существенно увеличивающее свой начальный объем в период схватывания и твердения. В Республике Беларусь на протяжении ряда лет ведутся целенаправленные исследования расширяющихся вяжущих, бетонов на их основе и самонапряженных конструкций [15]. Использование напрягающего бетона рационально не только с позиций снижения негативных последствий усадки, но, прежде всего, из-за возможности получать регулируемое исходное напряженно-деформированное состояние элементов конструкции, положительно влияющее на их эксплуатационные характеристики и, как следствие, на долговечность. При проектировании составов напрягающих бетонов наряду с прогнозированием характерной для традиционных бетонов основополагающей величины прочности на сжатие возникает необходимость целенаправленного получения требуемых величин самонапряжения и свободного расширения, контролируемых соответствующим стандартом [9]. К сожалению, к настоящему времени не существует научно-обоснованных практических рекомендаций по расчету составов напрягающих бетонов исходя из получения заданных деформативно-прочностных характеристик к моменту стабилизации процесса расширения. Немногочисленные известные методики подбора составов напрягающего бетона сводятся к использованию некоторых эмпирических зависимостей [6], дающих в ряде случаев ре-

зультаты, противоречащие физическому смыслу рассматриваемого явления [16].

В публикации [3], посвященной вопросам развития методов расчета железобетонных конструкций, отмечалось, что поведение материалов с гетерогенной структурой при действии нагрузок вполне удовлетворительно может быть описано математическими моделями. Причем, если они в достаточной степени обоснованы, то могут послужить основой для прогнозирования практически всех механических характеристик бетона. Математическое моделирование свойств бетона постоянно осуществлялось по мере накопления опытных данных, в связи с этим все известные на данный момент зависимости, описывающие характеристики материала, являются математическими моделями той или иной степени сложности. Большинство предложений в этой области основывается на феноменологическом подходе, когда для описания кратковременных и (или) долговременных процессов в композите используются результаты однофакторных и (или) многофакторных экспериментов. При этом широко используются вероятностно-статистические методы, в том числе методы математического планирования эксперимента [4].

Получили свое развитие и различные реологические модели, полученные на основе феноменологических теорий и служащие для описания линейных и нелинейных процессов длительного деформирования и разрушения бетона [2, 33]. Условно эти теории можно разделить на две группы. В первую группу входят теории наследственности (теории Больцмана, Вихтера, Вольтера, Беммера, Хойзе и др.). В теории наследственности обычно используется интегральное соотношение вида:

$$\sigma(\tau) = G\varepsilon(\tau) - \int_{\tau_0=-\infty}^{\tau} \varepsilon(\tau')\varphi(\tau, \tau')d\tau', \quad (1)$$

где  $\varphi(\tau, \tau')$  – функция наследственности.

Напряжения в данном случае зависят не только от деформации в данный момент времени  $\tau$ , но и от деформации во все предшествующие моменты времени  $\tau'$ . Физико-механические свойства деформируемого материала при этом оцениваются модулем сдвига  $G$  и эмпирическими параметрами, входящими в функцию наследственности. Однако при решении конкретных задач функция  $\varphi(\tau, \tau')$  почти всегда выбирается произвольно и поэтому весьма приближенно описывает рассматриваемое явление [2].

Во вторую группу входят теории, основанные на использовании механических моделей или схем, моделирующих упругость, вязкость и пластичность. В результате анализа работы модели из каждой схемы выводится дифференциальное уравнение, которое называют реологическим уравнением состояния. Составляя ту или иную реологическую модель, обычно стремятся отразить в ней наиболее характерные свойства рассматриваемого материала, основываясь при этом на экспериментальных данных. Естественно, возможность проявления второстепенных свойств в таких моделях не учитывается [2].

Павлова Инесса Павловна, ассистент каф. технологии бетона и строительных материалов Брестского государственного технического университета.  
Беларусь, БГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

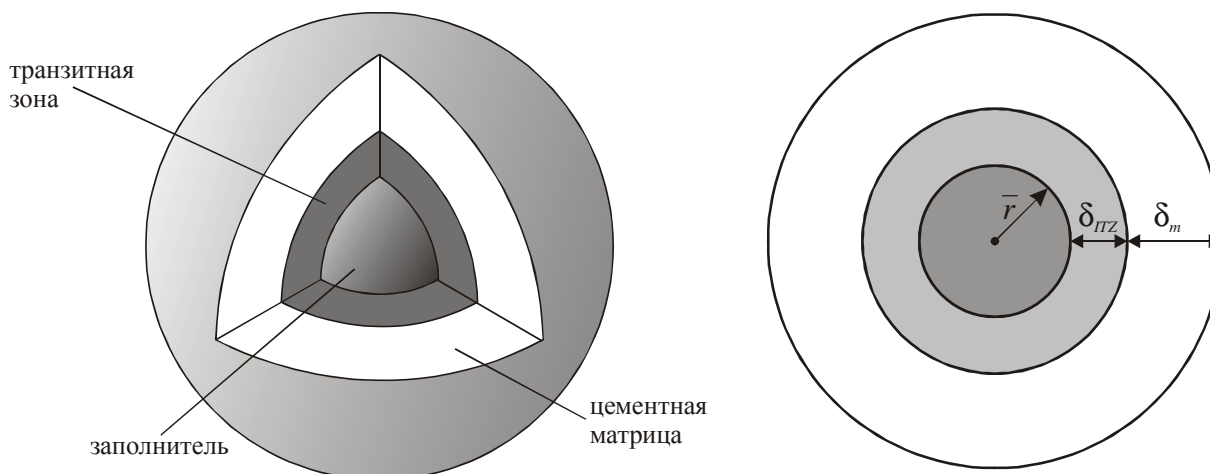


Рис. 1.1. Схематическое изображение структуры напрягающего бетона в виде трехкомпонентной модели

К сожалению, существенным недостатком этих теорий является их оторванность от системы физических представлений о процессах, происходящих в структуре бетона. Эти теории фиксируют лишь формальную причинно-следственную связь явлений, за пределами которой остаются очень важные закономерности.

Теоретической основой для решения задачи о прогнозировании свойств как традиционного, так и напрягающего бетонов могут быть только выводы, основанные на анализе поведения бетона как композитного материала. При этом необходимо комплексно использовать положения теории ползучести, теории упругости, механики разрушения, физики капиллярно-пористых тел и др.

Основополагающие результаты при прогнозировании свойств композита могут быть достигнуты только на основе разработки структурно-механических моделей бетона как неоднородного материала от нано- до макроуровня. Однако реализация таких моделей сопряжена с целым рядом сложностей.

### 1. РАСЧЕТНАЯ МОДЕЛЬ РАСШИРЯЮЩЕГОСЯ КОМПОЗИТА. ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ МОДЕЛИ

В большинстве отечественных и зарубежных работ [1, 2, 4, 7, 12], посвященных моделированию структуры композита, бетон рассматривается как двухкомпонентный материал, состоящий из матрицы в виде окаменевшего цементно-песчаного раствора, в континууме которой дискретно распределены зерна крупного заполнителя. В последнее время в ряде исследований [10, 11, 23, 30] структура бетона была дополнена третьей компонентой – транзитной зоной (ТЗ) между матрицей и заполнителем. Несмотря на то, что транзитная зона (ТЗ) является частью цементной матрицы, эффекты, сопутствующие ее структурообразованию, и, как результат, ее свойства, не только позволяют, но и вызывают необходимость выделить ТЗ в отдельный элемент структуры бетона. Транзитная зона отвечает за прочность сцепления по контакту «цементный камень – включение» и, по сути, является наиболее слабым элементом структуры. Так как сама транзитная зона, уже будучи выделенной в отдельный элемент структуры бетона, имеет существенный градиент свойств по толщине, то в ряде работ, например [35], появилось предложение представить ТЗ в виде двух составляющих: одна из которых прерывисто примыкает к крупному заполнителю, а другая монолитно соединена с матрицей. J. C. Nadeau [31] была предложена трехкомпонентная модель бетона для оценки жесткостных характеристик композита с учетом градиента водоцементного отношения по толщине транзитной зоны. Автор [31] предлагает определять изменение водоцементного отношения в транзитной зоне бетона как функцию, зависящую от геометрических характеристик заполнителя, истинной плотности цемента и общего водоцементного отношения композита.

В работе [7] был осуществлен анализ различных структурных моделей бетонного композита. Для определения влияния различия моделей на устойчивость решения задачи об определении напряжений, а также на соответствие решений самому явлению были сопоставлены результаты, получаемые

на различных моделях. В качестве анализируемых моделей были выбраны системы с регулярной (ортогональной и треугольной) системой включений и «одиночные» модели. Расчеты, выполненные авторами [7] на основе каждой из вышеуказанных моделей, позволили сделать следующий общий вывод: как сравнительно простые, так и достаточно сложные модели, несмотря на их различия, подчеркиваемые некоторыми исследователями, приводят к аналогичным качественным и близким количественным результатам. Авторы [7] обосновали вывод, что при концентрации включений, характерных для реальных бетонов, влияние соседних зерен не приводит к значительному изменению (по сравнению с одиночными моделями) зависимости напряжений от различных факторов. Несмотря на, казалось бы, крайний схематизм моделей, они позволяют получить в целом верное описание свойств композита. Объяснение этого, по мнению авторов [7], заключается в следующем. Вокруг каждого включения в композите возникает поле напряжений, которое при одной и той же матрице определяется характеристиками (формой, размерами и пр.) включений. Поскольку число включений весьма велико и, следовательно, велико разнообразие индивидуальных особенностей отдельных включений, то результаты влияния этих факторов в определенном смысле устойчивы: свойства композита практически не зависят от колебаний в некоторых границах формы, размеров, взаимного расположения отдельных включений. Таким образом, проявляется закономерность, аналогичная закону больших чисел. Это обстоятельство предопределяет эффективность использования моделей для описания основных свойств композита

При прогнозировании свойств напрягающего бетона преваляющей характеристикой будет являться величина самонапряжения, нормируемая в стандарте [9]. В данных исследованиях для определения величины самонапряжения предложено использовать трехкомпонентную пространственную модель композита, состоящую из заполнителя, цементной матрицы, и расположенной между ними транзитной зоны, схематически показанную на рис 1.1.

Моделируемая система содержит равномерно распределенные по объему матрицы равновеликие шарообразные зерна заполнителя. Под заполнителем в данной модели, в отличие от ряда работ [1, 2, 10, 11, 30], понимают заполнитель непрерывного гранулометрического состава, соответствующего R-R распределению, с ограничением нижней границы крупности заполнителя (полный остаток на сите 0,315 мм должен быть  $A_f = 100\%$ ). Требования, предъявляемые к гранулометрическому составу заполнителя в данном случае обусловлены соотношением размера зерна заполнителя к среднему размеру зерна цемента, что способствует возникновению двух параллельно протекающих эффектов микроструктурообразования транзитной зоны – «эффекту стены» и «эффекту одностороннего роста» (англ. «The Wall Effect» и «One-Size Growth Effect») [22, 36, 37]. Схема упаковки зерен заполнителя принята регулярной с переменным координационным числом  $n$ , которое может быть назначено в зависимости от пустотности заполнителя (см. рис. 1.2).

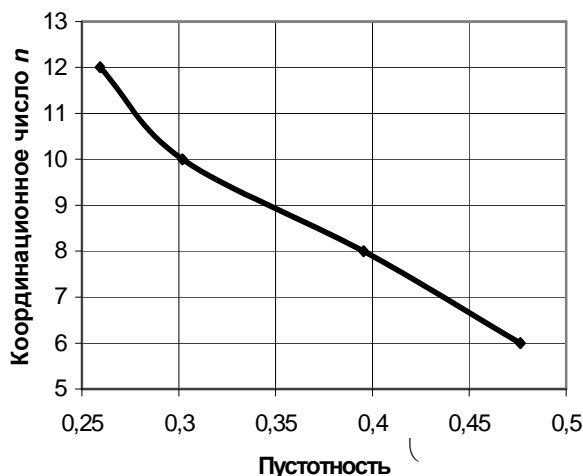


Рис. 1.2. Зависимость координационного числа  $n$  от пустотности  $\varphi$  моноразмерного заполнителя согласно [20]

### 1.1. Геометрические характеристики модели

Характеристический радиус  $\bar{r}$  зерна заполнителя принимается интегрально из условия равенства удельной поверхности зерен модели фактической удельной поверхности заполнителя и определяется по следующей формуле:

$$\bar{r} = \frac{3}{S_{y0} \rho_0}, \quad (2)$$

Для определения фактической удельной поверхности заполнителя использованы данные ситового анализа и средний радиус зерна заполнителя для каждого сита:

$$S_{y0} = \sum_{i=1}^n S_i a_i, \quad (3)$$

где  $S_i$  – удельная поверхность заполнителя с радиусом  $r_i$ ,

$$S_i = \frac{3}{r_i \rho_0}, \quad (4)$$

здесь  $r_i$  – средний радиус зерна заполнителя на  $i$ -ом сите

$$r_i = \frac{s_i + s_{i+1}}{4}, \quad (5)$$

Важным этапом расчета геометрических характеристик модели является определение объемного содержания транзитной зоны в бетоне. Объем транзитной зоны определяют исходя из предположительного размера транзитной зоны  $\delta_{itz} \approx 30 \mu\text{м}$ . Необходимо отметить, что принятый размер транзитной зоны подтверждается экспериментальными исследованиями микроструктуры [36, 37]. Как показано в работах [19, 29, 39, 40], начиная с граничной объемной концентрации заполнителя  $c_{agg} = 0,29$  в структуре бетона наблюдается явление перколяции транзитных зон.

Так как реальный бетон в своем составе содержит изначально большее количество заполнителя, объем транзитной зоны с учетом перколированных участков согласно Lu и Torquato [29] может быть рассчитан по формулам:

$$V_{itz} = 1 - e_v (\delta_{itz}) - c_{agg}, \quad (6)$$

$$e_v (\delta_{itz}) = (1 - c_{agg}) \cdot \exp[-\pi \cdot N (c\bar{r} + d\bar{r}^2 + f\bar{r}^3)], \quad (7)$$

где  $c, d, f, \varepsilon_2$  – коэффициенты, определяемые согласно [29] по формулам (9)–(12)

$$N = \frac{3c_{agg}}{4\pi\bar{r}^3}, \quad (8)$$

$$c = \frac{4\bar{r}^2}{(1 - c_{agg})}, \quad (9)$$

$$d = \frac{4\bar{r}}{(1 - c_{agg})} + \frac{12\varepsilon_2\bar{r}^2}{(1 - c_{agg})^2}, \quad (10)$$

$$f = \frac{4}{3(1 - c_{agg})} + \frac{8\varepsilon_2\bar{r}}{(1 - c_{agg})^2}, \quad (11)$$

$$\varepsilon_2 = \pi \cdot N \cdot \bar{r} / 3, \quad (12)$$

Объем цементной матрицы  $V_m$  за вычетом объема, занимаемого транзитной зоной, может быть рассчитан:

$$V_m = 1 - c_{agg} - V_{itz}, \quad (13)$$

Тогда толщина прослойки цементной матрицы соответственно составит:

$$\delta_m = \left[ \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi N}} - (\bar{r} + \delta_{itz}) \right], \quad (14)$$

### 1.2. Жесткостные характеристики элементов модели и их изменение во времени

В силу специфики структурообразования расширяющего композита, транзитную зону в дальнейшем рассматриваем как неактивную компоненту, вынужденными деформациями которой с целью упрощения расчетов можно пренебречь. В расчетной модели в качестве заполнителя рассматривается некоторый идеализированный сферический заполнитель с размером зерна, равным размеру зерна заполнителя с транзитной зоной вокруг него, и с усредненными, так называемыми эффективными, упругими характеристиками (см. рис. 1.3). Для определения эффективных деформативных характеристик идеализированного моноразмерного заполнителя использованы положения Дифференциальной Теории Эффективной Среды (англ. *Differential Effective Medium Theory*, в дальнейшем D–EMT) [24]. В соответствии с правилами, сформулированными в D–EMT, частица заполнителя с размером  $\bar{r}$  и деформативными характеристиками  $G_{agg}, K_{agg}$ , помещенная в транзитную зону размером  $\bar{r} + \delta_{itz}$  с деформативными характеристиками  $G_{itz}, K_{itz}$ , заменяется новой эффективной частицей с размером  $a = \bar{r} + \delta_{itz}$  и соответствующими деформативными характеристиками  $G_{id}, K_{id}$ . Модуль сдвига  $G$  и объемный модуль  $K$  в зависимости от модуля упругости  $E$  и коэффициента Пуассона  $\nu$  определяют по известным зависимостям.

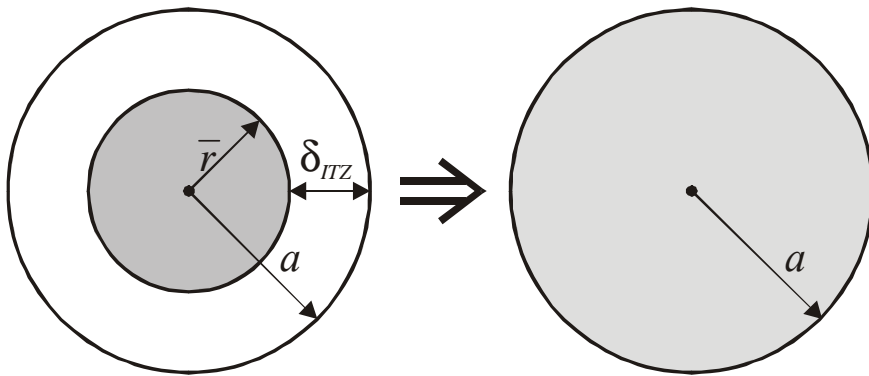


Рис. 1.3. Трансформация композитного включения в эффективную частицу с размером  $a$  в соответствии с правилами D-EMT [24]

Для пространственной модели эффективный модуль сдвига  $G_{id}$  композитного включения с учетом транзитной зоны находят из решения соответствующего квадратного уравнения [24]:

$$A \left( \frac{G_{id}}{G_{itz}} \right)^2 + 2B \left( \frac{G_{id}}{G_{itz}} \right) + C = 0, \quad (15)$$

Коэффициенты которого рассчитывают по формулам (16)–(23):

$$A = 8z(4 - 5v_{itz})\eta_{\alpha} p^{10/3} - 2[63z\eta_{\beta} + 2\eta_{\alpha}\eta_{\gamma}]p^{7/3} + 252z\eta_{\beta}p^{5/3} - 50z[7 - 12v_{itz} + 8v_{itz}^2]\eta_{\beta}p + 4(7 - 10v_{itz})\eta_{\beta}\eta_{\gamma}, \quad (16)$$

$$B = -2z(1 - 5v_{itz})\eta_{\alpha} p^{10/3} + 2[63z\eta_{\beta} + 2\eta_{\alpha}\eta_{\gamma}]p^{7/3} - 252z\eta_{\beta}p^{5/3} + 75z(3 - v_{itz})\eta_{\beta}v_{itz}p + 3/2(15v_{itz} - 7)\eta_{\beta}\eta_{\gamma}, \quad (17)$$

$$C = 4z(5v_{itz} - 7)\eta_{\alpha} p^{10/3} - 2[63z\eta_{\beta} + 2\eta_{\alpha}\eta_{\gamma}]p^{7/3} + 252z\eta_{\beta}p^{5/3} + 25z(v_{itz}^2 - 7)\eta_{\beta}p - (7 + 5v_{itz})\eta_{\beta}\eta_{\gamma}, \quad (18)$$

$$\eta_{\alpha} = z(7 - 10v_{itz})(7 + 5v_{agg}) + 105(v_{agg} - v_{itz}), \quad (19)$$

$$\eta_{\beta} = z(7 + 5v_{agg}) + 35(1 - v_{agg}), \quad (20)$$

$$\eta_{\gamma} = z(8 - 10v_{itz}) + 15(1 - v_{itz}), \quad (21)$$

$$z = \frac{G_{agg}}{G_{itz}} - 1, \quad (22)$$

$$p = \left( \frac{\bar{r}}{a} \right)^3, \quad (23)$$

Эффективный объемный модуль  $K_{id}$  для данного «приведенного» заполнителя с учетом свойств транзитной зоны может быть рассчитан по зависимости, предложенной в работе [24]

$$K_{id} = K_{itz} + \frac{p(K_{agg} - K_{itz})}{1 + (1 - p) \left[ \frac{K_{agg} - K_{itz}}{K_{itz} + 4/3 G_{itz}} \right]}, \quad (24)$$

Пользуясь зависимостями (15)–(24), рассчитывают характеристики бетона к некоторому фиксированному моменту времени  $\tau$  (как правило, к возрасту 28 сут.). Однако процессы структурообразования в расширяющемся композите развива-

ются во времени, в течение которого в бетоне возникают как силовые, так и не силовые воздействия, приводящие к изменению в нем деформаций. В настоящее время к числу фундаментальных проблем, стоящих перед физикой и механикой бетона, относятся, в частности, адекватное описание явлений старения, установление вида функции  $E(\tau)$ . Для решения данной проблемы в настоящих исследованиях использована функция, применяемая для описания упрочняющегося во времени материала, предложенная в работе [21] и имеющая вид:

$$E(\tau) = \beta(\tau)[1 - \delta(\tau)]\bar{E}, \quad (25)$$

где  $\bar{E}$  – модуль упругости материала, установленный без учета эффектов старения при  $\beta = 1$  и  $\delta = 0$ ;  $\beta(\tau)$  – степень упрочнения материала;  $\delta(\tau)$  – степень старения материала.

Параметры  $\beta$  и  $\delta$  варьируются в пределах от 0 до 1 и монотонно возрастают с течением времени.

В работах Laube [21] для описания процессов упрочнения бетонного композита предложена функция  $\beta(\tau)$ , описывающая процесс упрочнения материала в зависимости от степени гидратации  $\alpha(\tau)$ :

$$\beta(\alpha) = \left[ \frac{\alpha(\tau) - \alpha_0}{1 - \alpha_0} \right]^{2/3} \geq 0, \quad (26)$$

Для определения степени гидратации портландцементного вяжущего, отвечающей за формирование связей, обеспечивающих упрочнение материала, можно воспользоваться функциональной зависимостью, предложенной Basma и Y. Abdel-Jawad [17]:

$$\alpha(\tau) = 0,357 + 0,111 \ln \tau + 0,005T + 0,084 w/c, \quad (27)$$

где  $\tau$  – расчетный период времени, сут.;

$T$  – температура хранения, °C.

Эффект «одностороннего роста» и эффект «стены», возникающие в процессе структурообразования в транзитной зоне, способствуют менее плотной упаковке зерен цемента в последней, и, как следствие, более высокому водоцементному отношению по сравнению с остальной цементной матрицей. J. C. Nadeau [31] для определения изменения водоцементного отношения в транзитной зоне и остальной цементной матрице предложен ряд функциональных зависимостей.

Водоцементное отношение  $w/c$  в  $i$ -ой фазе композита будет равно

$$w/c = \frac{1 - \alpha_c}{\rho_{cem} \alpha_c}, \quad (28)$$

где  $\alpha_c$  – радиальное распределение в объемной концентрации цемента для  $i$ -ой фазы, для системы с моноразмерным заполнителем определяется согласно [31] по формуле (29):

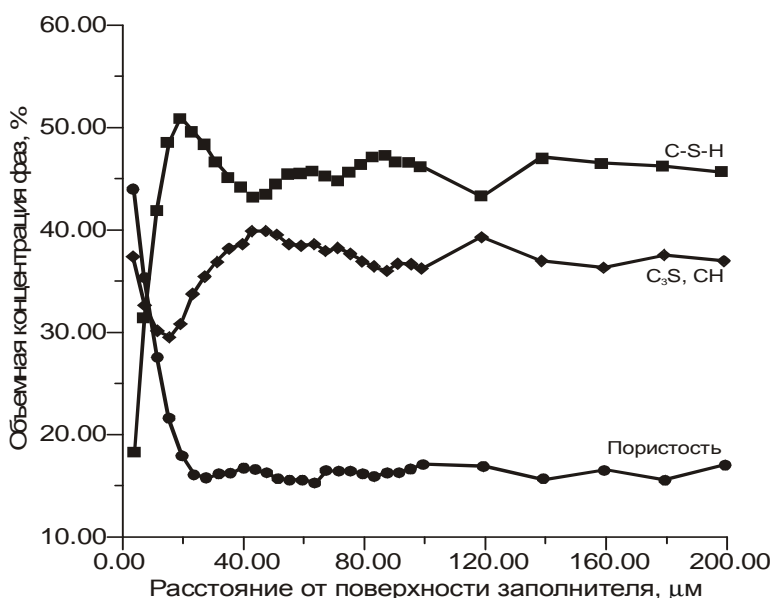


Рис. 1.4. Изменение объемной концентрации фаз и пористости цементной матрицы в зависимости от расстояния до поверхности заполнителя согласно [32]

$$\alpha_c(r) = \begin{cases} \bar{\alpha}_c \left[ 1 + a_c \left( \frac{r - \bar{r} - \delta_{itz}}{\delta_{itz}} \right)^2 \right] & \text{для ТЗ} \\ \bar{\alpha}_c & \text{для ост. цем. матр} \end{cases}, \quad (29)$$

где  $\bar{\alpha}_c$  – объемная концентрация цемента в цементной матрице (вне транзитной зоны),  $a_c$  – константа, для данной системы принимаемая – 0,5.

$$\bar{\alpha}_c = \frac{10(1 - c_{agg})}{\left( 1 + \rho_{cem} \frac{w}{c} \right)} \times \left[ a_c c_{agg} \frac{\delta_{itz}}{\bar{r}} \left\{ \left( \frac{\delta_{itz}}{\bar{r}} \right)^2 + 5 \left( \frac{\delta_{itz}}{\bar{r}} \right) + 10 \right\} + 10(1 - c_{agg}) \right]^{-1}, \quad (30)$$

В связи с тем, что в настоящих исследованиях принята к рассмотрению трехкомпонентная структурная модель, в которой помимо матрицы учитывают транзитную зону, необходимо оценить соотношение модулей упругости  $E_{itz}/E_m$ . Helmuth и Turk [25] для определения модуля упругости цементного камня предложили использовать зависимость следующего вида:

$$\bar{E} = E_{gel} (1 - V_c)^3, \quad (31)$$

где  $E_{gel}$  – средний модуль упругости продуктов гидратации цементного камня;  $V_c$  – капиллярная пористость.

Таблица. Величины модулей упругости и коэффициентов Пуассона для основных продуктов гидратации цементного камня согласно [32]

Фазовый состав	$E(\times 10^{-3}$ МПа)	$\nu$
C-S-H	14	0,27
C <sub>3</sub> S	75,9	0,3
CH	43	0,32

По результатам экспериментальных данных [32, 36, 37, 40], в возрасте 28 суток пористость транзитной зоны в бетонах на плотном заполнителе составляет в среднем 35 %, а оставшейся цементной матрицы – 7 %. Очевидно, что в бетонах на легких заполнителях картина распределения пористости будет совсем иной. Однако этот вопрос не является предметом рассмотрения в данной работе, так как параметрические исследования проводятся для напрягающего бетона на плотном заполнителе. С учетом результатов, полученных при

помощи сканирующей электронной микроскопии, примерный фазовый состав транзитной зоны (см. рис. 1.4) и остальной цементной матрицы обеспечивает соотношение  $\bar{E}_{itz}/E_m = 0,5$ . Принятое соотношение, соответствующее экспериментальным данным Cohen [40], является достаточно грубой аппроксимацией, но в первом приближении позволяет оценить изменение соотношения  $\bar{E}_{itz}/E_m$  во временном интервале  $\Delta t$ .

### 1.3. Уравнения для определения напряжений и перемещений в процессе расширения композитной системы

Рассмотрим случай одиночного включения, располагаемого в активной матрице цементного камня. В ряде работ [22, 39, 40] указывается граничная концентрация заполнителя  $c_{agg} = 0,05$ , при которой не наблюдается эффекта влияния соседних частиц. Для случая изолированного сферического включения, окруженного оболочкой произвольной толщины, погруженного в однородную матрицу (все три фазы имеют некоторые произвольные, условные модули и деформации расширения) получены аналитические решения [24, 38] с учетом выполнения условия совместности радиальных деформаций и напряжений по контакту между оболочкой и шаром, которые могут быть использованы для определения параметров расширения композита. В реальной структуре бетона близкое расположение частиц заполнителя будет играть важную роль, однако на начальном этапе расчета и для случая изолированного заполнителя будут сохраняться все закономерности формирования напряжений и перемещений, свойственных композиту. В данном случае в моделируемой системе рассматриваются только перемещения и напряжения, вызываемые расширением активной матрицы.

Для единичного сферического включения, помещенного в бесконечную активную матрицу, при определении напряженно-деформированного состояния композита использованы стандартные решения осесимметричной задачи [38] с привлечением функции напряжений Airy [23]. В сферических полярных координатах радиальная компонента перемещения, обозначенная  $u$ , будет являться функцией от радиуса  $r$ . Тогда три диагональные составляющие тензора деформаций (деформации сдвига равны 0) будут, соответственно равны:  $\epsilon_{rr} = \frac{\partial u}{\partial r}$ ,  $\epsilon_{\theta\theta} = \epsilon_{\phi\phi} = \frac{u}{r}$ , где  $\theta$  и  $\phi$  – углы в сферических полярных координатах.

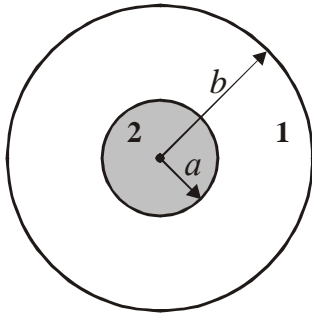


Рис. 1.5. Схематическое представление анализируемой системы: (1) – активная матрица,  $a < r < b$ , (2) – заполнитель,  $0 < r < a$ , где  $r$  – радиальная координата

В  $i$ -ой фазе две независимых составляющих (при  $\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\phi\phi}$ ) тензора деформаций могут быть соответственно записаны:

$$\sigma_{rr} = \left( K_i + \frac{4}{3} G_i \right) \frac{\partial u}{\partial r} + 2 \left( K_i - \frac{2}{3} G_i \right) \frac{u}{r} - 3 K_i \epsilon_i^0, \quad (32)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \left( K_i - \frac{2}{3} G_i \right) \frac{\partial u}{\partial r} + \left( 2 K_i + \frac{2}{3} G_i \right) \frac{u}{r} - 3 K_i \epsilon_i^0, \quad (33)$$

Для решения дифференциальных уравнений (32), (33) воспользуемся решением [38]: для  $i$ -ой фазы общее решение для радиальной компоненты вектора перемещений  $u(r)$  будет иметь вид  $u(r) = \alpha_i r + \frac{\beta_i}{r^2}$ , где  $\alpha_i$  и  $\beta_i$  – некоторые неизвестные коэффициенты, различные для каждой фазы, определяемые из соответствующих граничных условий. Тогда с учетом принятой функции перемещений, и учитывая, что для заполнителя  $\beta = 0$ , уравнения (32), (33) примут вид:

$$\sigma_{rr} = 3 K_i \alpha_i - 4 G_i \frac{\beta_i}{r^3} - 3 K_i \epsilon_i^0, \quad (34)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = 3 K_i \alpha_i + 2 G_i \frac{\beta_i}{r^3} - 3 K_i \epsilon_i^0, \quad (35)$$

Для нахождения оставшихся неизвестных коэффициентов в уравнениях (34), (35) могут быть использованы:

- условия непрерывности перемещений и напряжений на границе раздела «заполнитель – матрица» при  $r = a$ ;
- условие равенства нулю напряжений в радиальном направлении при  $r = b$ .

Тогда:

$$\begin{cases} \alpha_m + \frac{\beta_m}{a^3} - \alpha_{id} = 0 \\ K_m \alpha_m - \frac{4}{3} G_m \frac{\beta_m}{a^3} - K_{id} \alpha_{id} - K_m \epsilon_m^0 = 0, \\ K_m \alpha_m - \frac{4}{3} G_m \frac{\beta_m}{b^3} - K_m \epsilon_m^0 = 0 \end{cases} \quad (36)$$

Система уравнений (36) справедлива для случая, когда контакт по границе «заполнитель – активная матрица» не нарушается в процессе расширения.

Относительные деформации расширения, развивающиеся в композитной системе, в общем случае будут равны:  $\epsilon_0 = u(r=b)/b$  или

$$\epsilon_0 = \alpha_m + \frac{\beta_m}{b^3}, \quad (37)$$

где  $\alpha_m, \beta_m$  – коэффициенты, определяемые из решения системы (36).

Далее, воспользовавшись основными положениями D-EMT [24], выполняю замену существующей системы,

состоящей из одиночного включения и активной матрицы, некоторой идеализированной однородной средой, имеющей в процессе расширения относительные деформации  $\epsilon_0$  и жесткостные характеристики:

$$K_0 = K_m + K_m k(K_{id}, K_m, G_m) \epsilon + O(\epsilon^2), \quad (38)$$

$$G_0 = G_m + G_m g(G_{id}, K_m, G_m) \epsilon + O(\epsilon^2), \quad (39)$$

где  $k$  и  $g$  – безразмерные коэффициенты, обычно определяемые как характеристические модули, и зависящие от формы моделируемых частиц и соотношения  $K_m/K_{id}$  и  $G_m/G_{id}$ .

Для сферической частицы значения  $k$  и  $g$  равны, соответственно:

$$k = \frac{\left( K_m + \frac{4}{3} G_m \right) (K_{id} - K_m)}{K_m \left( K_{id} + \frac{4}{3} G_m \right)}, \quad (40)$$

$$g = \frac{5 \left( K_m + \frac{4}{3} G_m \right) (G_{id} - G_m)}{3 G_m \left( K_m + \frac{8}{9} G_m \right) + 2 G_{id} (K_m + 2 G_m)}, \quad (41)$$

В соответствии с положениями D-EMT [24] для данной однородной системы часть объема ( $\epsilon = 0,05$ ) заменяем заполнителем, и в свою очередь находим  $K_j$  и  $G_j$  воспользовавшись соответствующими уравнениями (38)–(41), заменив  $K_m \rightarrow K_0$  и  $G_m \rightarrow G_0$  соответственно. Затем, подставив в систему уравнений (36) соответствующие значения  $K_m, G_m$  и  $\epsilon_m^0 = \epsilon_0$ , найдем относительную деформацию расширения

$\epsilon_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ , причем  $\sum_{j=1}^n \epsilon_j = \epsilon_{agg}$ ). Так, путем последовательной замены, для реальной концентрации заполнителя  $\epsilon_{agg}$  определяют текущие значения жесткостных характеристик  $K, G$  и относительную деформацию расширения  $\epsilon$  композитной системы в момент времени  $\tau$ . Полученная деформация  $\epsilon$  соответствует деформации «свободного» расширения композита  $\epsilon_{CE}$  согласно [9].

Для расчета прогнозируемой величины самонапряжения в условиях стандартного ограничения идеализированный однородный массив с установленными жесткостными характеристиками и деформацией расширения  $\epsilon_{CE}$  был помещен в стальную оболочку с жесткостью, эквивалентной жесткости упругого ограничения при коэффициенте армирования  $\rho_i = 0,01$  [9]. Для модели «расширяющееся ядро в упругой оболочке», воспользовавшись уравнениями (32) и (33), была определена относительная деформация расширения бетона в условиях внешнего упругого ограничения:

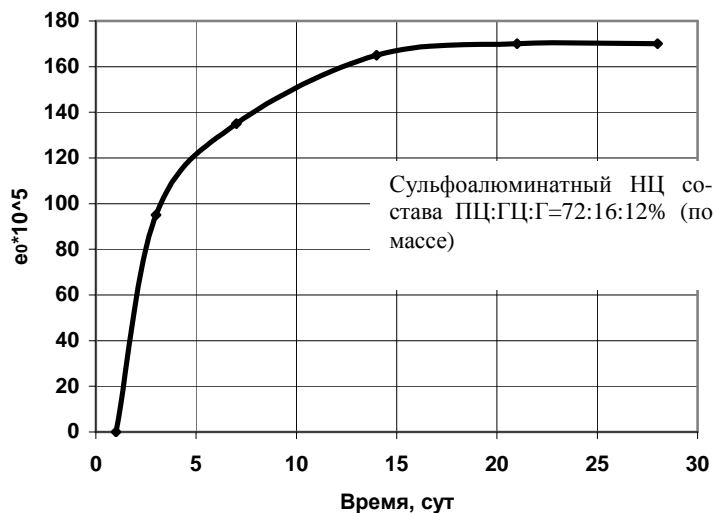


Рис. 2.1. Экспериментальный график изменения относительных деформаций  $\epsilon_0(\tau)$  для цементного камня, принятый при параметрических исследованиях

$$\epsilon_c = \frac{K_c}{K_c + 0,01K_s} \epsilon_{CE} \quad (42)$$

где  $K_c$  – объемный модуль бетона;  $K_s$  – объемный модуль стали;  $\epsilon_{CE}$  – деформация «свободного» расширения бетона.

Тогда величина самонапряжения для рассматриваемой модели определяется согласно [9] по традиционной формуле:

$$\sigma_{CE} = \epsilon_c \rho_l E_s, \quad (43)$$

## 2. ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССА САМОНАПРЯЖЕНИЯ

### 2.1. Исходные данные

При анализе моделируемой системы были приняты следующие варьируемые параметры:

- относительные деформации расширения цементного камня во времени  $\epsilon_0(\tau)$ . Зависимость изменения относительных деформаций во времени для цементного камня была принята по результатам испытаний и представлена на рис. 2.1.
- удельная поверхность заполнителя  $S_{yd}$ . Удельную поверхность заполнителя  $S_{yd}$  варьировали в пределах от 0,15 до 20 м<sup>2</sup>/кг;
- концентрация заполнителя  $c_{agg}$ . Параметрические исследования проводились при начальной концентрации  $c_{agg}=0,05$  и для реальных концентраций  $c_{agg}=0,5; 0,6; 0,7$  и  $0,8$  соответственно;

При выполнении параметрических исследований неизменными были приняты:

- водоцементное отношение  $w/c$  равное 0,3;
- соотношение модулей упругости транзитной зоны и цементной матрицы без учета эффектов старения (при  $\beta = 1$

$$\text{и } \delta = 0) \frac{\bar{E}_{itz}}{E_m} = 0,5.$$

Укрупненная блок-схема расчета параметров напряженно-деформированного состояния в соответствии с положениями модели представлена на рис. 2.2.

### 2.2. Результаты параметрических исследований и их анализ

#### 2.2.1. Геометрические параметры

При моделировании расширяющейся композитной системы одним из основных геометрических параметров, оказывающих влияние на процесс расширения, является относительная толщина цементной матрицы  $\frac{\delta_m}{(\bar{r} + \delta_{itz})}$ , косвенно

характеризующая соотношение активной и пассивной компонент композита. Графики изменения данной величины в зависимости от удельной поверхности  $S_{yd}$  и объемной концентрации  $c_{agg}$  заполнителя в композите представлены на рис. 2.3. Если для начальной концентрации  $c_{agg}=0,05$  величина  $\frac{\delta_m}{(\bar{r} + \delta_{itz})}$  колеблется в пределах от 1,0 до 1,75, то для реальных объемных концентраций заполнителя в бетоне  $\frac{\delta_m}{(\bar{r} + \delta_{itz})}$  достигает предельного значения 0,25 и стремится к нулю с ростом концентрации  $c_{agg}$  и удельной поверхности  $S_{yd}$  заполнителя.

При анализе моделируемой системы и назначении ее геометрических характеристик необходимо оценить реальный объем цементной матрицы как активной компоненты в композите. На рис. 2.4 представлены результаты расчета объема транзитной зоны при изменении удельной поверхности  $S_{yd}$  и объемной концентрации  $c_{agg}$  заполнителя. Как указывалось выше, в бетоне при реальных объемных концентрациях заполнителя в пределах  $c_{agg} = 0,5 \div 0,8$  наблюдается перколяция транзитных зон. Для того, чтобы выявить степень влияния перколяции транзитных зон на изменение их объема, был проведен сравнительный анализ результатов расчета, полученных с учетом перколяции и соответственно, без. Как видно из рис. 2.4, если для  $c_{agg} = 0,05$  графики идентичны (при такой объемной концентрации заполнителя перколяция не наблюдается), то для реальных объемных концентраций, особенно с ростом удельной поверхности  $S_{yd}$ , возникают отличия, что, несомненно, влияет на итоговые значения деформаций расширения композитной системы.

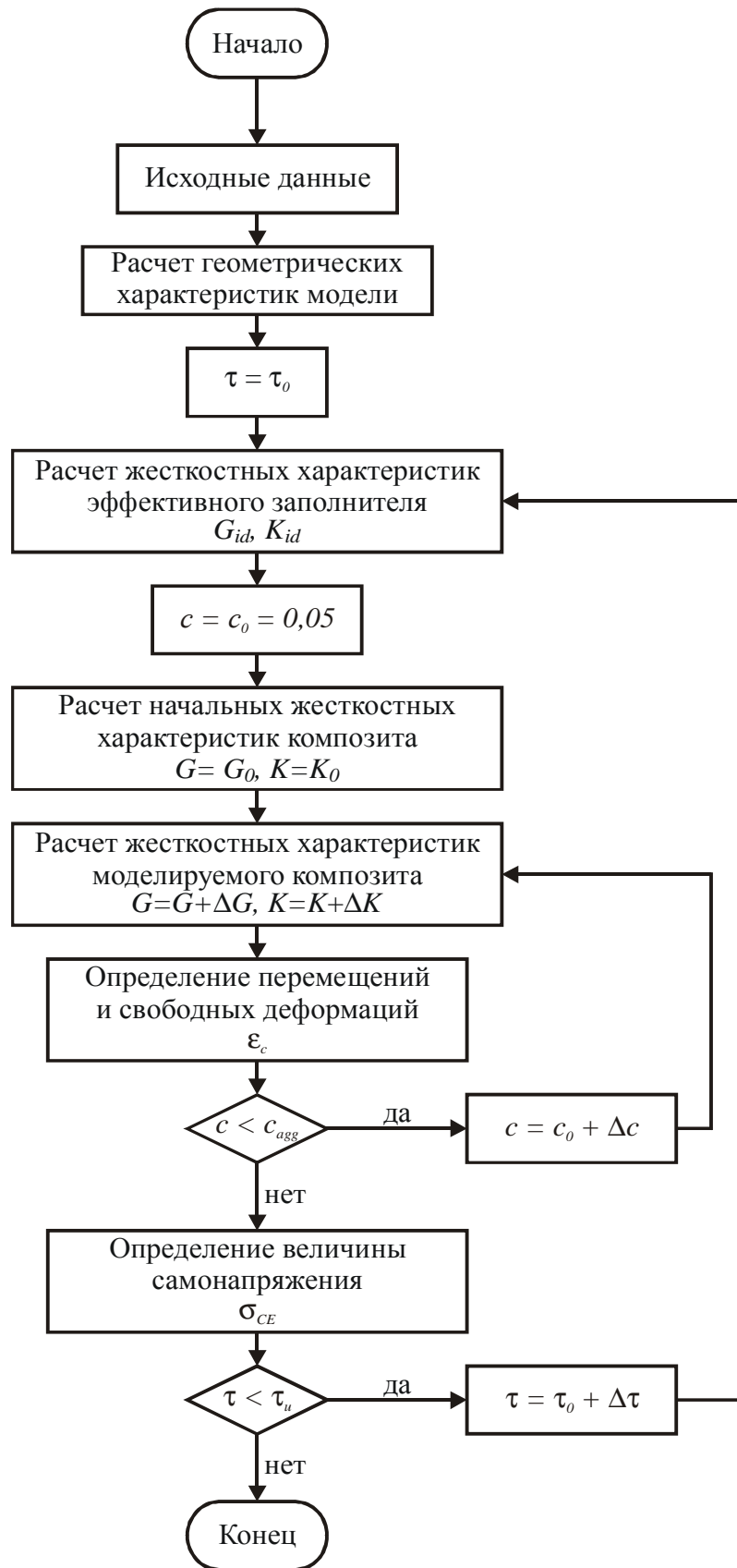


Рис. 2.2. Блок-схема алгоритма расчета параметров напряженно-деформированного состояния расширяющейся композитной системы



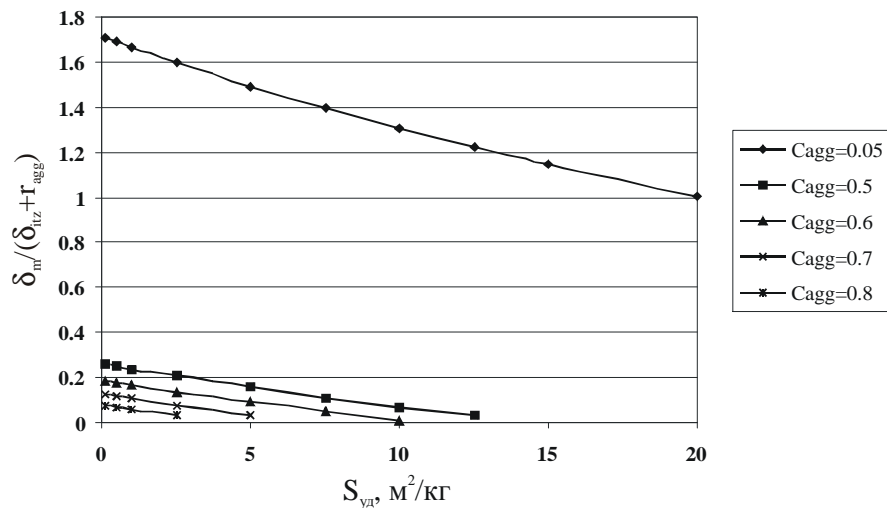


Рис. 2.3. Изменение относительной толщины цементной матрицы в моделируемой системе в зависимости от удельной поверхности  $S_{y\phi}$  и концентрации  $C_{agg}$  заполнителя в композите

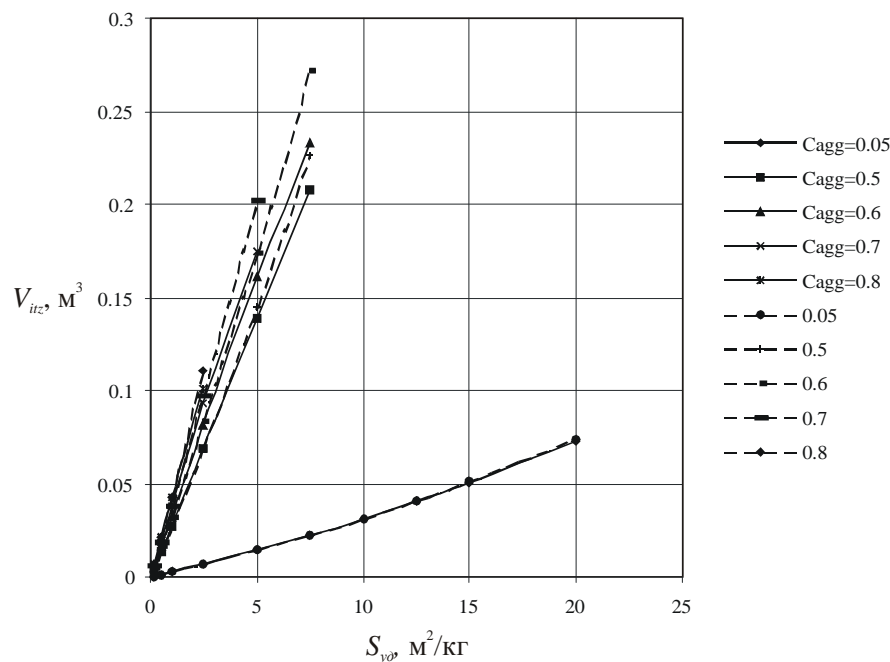


Рис. 2.4. Изменение объема транзитной зоны  $V_{ITZ}$  в зависимости от удельной поверхности  $S_{y\phi}$  и концентрации  $C_{agg}$  заполнителя в композите (— с учетом перколяции, - - - без учета перколяции)

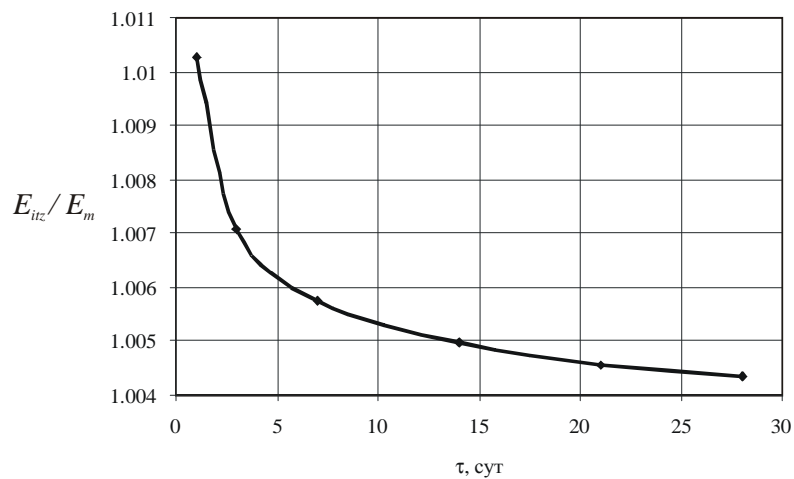


Рис. 2.5. Зависимость изменения отношения модуля упругости транзитной зоны к модулю упругости цементной матрицы во времени для моделируемой системы при  $\bar{E}_{ITZ} / \bar{E}_m = 0,5$  и водоцементном отношении  $w/c = 0,3$

### 2.2.2. Жесткостные характеристики моделируемого композита

Изменение жесткостных характеристик транзитной зоны и цементной матрицы моделируемой системы во времени представлено на рис. 2.5. В начальный период (до 7 сут) наблюдается более активный рост модуля деформации транзитной зоны по сравнению с остальной цементной матрицей, что объясняется процессами, протекающими при структурообразовании указанных компонентов композита. Менее плотная упаковка зерен цемента и, как следствие, более высокое водоцементное отношение в транзитной зоне способствуют более высокой степени гидратации, чем в остальной цементной матрице. Отношение  $\frac{\bar{E}_{itz}}{\bar{E}_m}$  в этот период стремится к значению  $\sim 0,51$ . При дальнейшем твердении, в более поздние сроки, изменение модулей упругости как ТЗ, так и остальной цементной матрицы во времени практически одинаково и к моменту стабилизации процесса расширения отношение  $\frac{\bar{E}_{itz}}{\bar{E}_m}$  снижается до значения 0,5, что определено начальными условиями (см. п. 2.1)

Зависимость отношения модуля упругости бетона к модулю упругости цементного камня  $E_c/E_m$  во времени для различных концентраций заполнителя  $c_{agg}$  при удельной поверхности заполнителя  $S_{y\phi}$  показана на рис. 2.6. На всех графиках для реальных концентраций заполнителя в пределах  $c_{agg}=0,5 \div 0,8$  в моделируемой системе наблюдается максимальное значение соотношения  $E_c/E_m$  в первые сутки, с резким снижением этого соотношения к 7-суточному возрасту и постепенным выравниванием к более поздним срокам твердения. Все это вытекает, как неоднократно указывалось выше, из эффектов, сопутствующих микроструктурообразованию ТЗ и остальной цементной матрицы. С ростом объемной концентрации  $c_{agg}$  заполнителя в композите при одинаковой удельной поверхности  $S_{y\phi}$  отношение  $E_c/E_m$  возрастает, что объясняется увеличением содержания в системе элемента с более высокими жесткостными характеристиками. Изменение отношения  $E_c/E_m$  в зависимости от удельной поверхности заполнителя  $S_{y\phi}$  проиллюстрировано на рис. 2.7. С ростом удельной поверхности наблюдается значительное снижение отношения  $E_c/E_m$ , что, очевидно, следует объяснять резким увеличением объема транзитной зоны, которая, обладая более низкими жесткостными характеристиками по сравнению с остальными элементами системы, значительно ослабляет структуру композита в целом.

### 2.2.3. Параметры расширения моделируемой системы

Изменение величины отношения «свободных» деформаций расширения моделируемой системы к деформациям расширения цементного камня  $\epsilon_{CE}/\epsilon_0$  показано на рис. 2.8. Данные, полученные при использовании предложенной модели расширяющегося композита, не только не подтверждают, но и опровергают выводы о линейном характере зависимости соотношения собственных деформаций расширения цементного камня и бетона от концентрации цементного камня в бетоне, приведенные в работе [16]. Также не нашло подтверждения и утверждение о том, что при характерных для типичных бетонов на НЦ значениях концентраций цементного камня в бетоне, соотношение деформаций расширения в цементном камне и бетоне  $\frac{\epsilon_{CE}}{\epsilon_0}$  в момент стабилизации их развития, т.е. в 28 сут., составляет примерно 0,2 [16]. Прежде всего, необходимо отметить, что в данных параметрических исследованиях момент стабилизации процесса расширения не связывается с определенным возрастом бетона (28 сут [16]), а зависит от различных факторов, включая энергоактивность

цемента. Отношение  $\epsilon_{CE}/\epsilon_0$  имеет более низкое значение в начальные сроки твердения и постепенно возрастает к моменту стабилизации процесса расширения, практически не изменяясь в последующие сроки, что напрямую связано с изменением жесткостных характеристик активной компоненты (цементной матрицы) и неактивной компоненты (транзитной зоны и заполнителя) во времени. Так как в начальный период времени в ТЗ наблюдается более высокая динамика роста модуля упругости по сравнению с остальной цементной матрицей, то и отношение результирующего модуля упругости идеализированного эффективного заполнителя (неактивной компоненты) к модулю упругости активной компоненты будет иметь более высокое значение, и как следствие, в системе возникают меньшие деформации расширения. С ростом удельной поверхности заполнителя наблюдается увеличение соотношения свободных деформаций бетона к аналогичным деформациям цементного камня (см. рис. 2.9), что связано с двумя эффектами: уменьшением толщины прослойки активной матрицы вокруг заполнителя и снижением деформативных характеристик композита. Логично предположить, что уменьшение прослойки активной компоненты вокруг зерна заполнителя должно влиять в сторону снижения величины отношения деформаций расширения бетона к деформациям цементного камня. Но, вероятно, столь сильное снижение деформативных характеристик неактивной компоненты за счет увеличения количества ТЗ позволяет не только компенсировать это явление, но и получить прирост относительных деформаций бетона на заполнителе с более высокой удельной поверхностью. Увеличение концентрации заполнителя при прочих равных условиях приводит к значительному снижению деформаций расширения, что объясняется снижением количества активной цементной матрицы в композите.

В работах [5, 8], в качестве критерия оценки эффективности напрягающих и расширяющихся цементов, а также бетонов на их основе предложено использовать соотношение  $\epsilon_{CE}/\epsilon_c$ . Это соотношение, по мнению авторов [5, 8], является показателем деформаций, который характеризует, насколько полно химическая энергия преобразуется в работу расширения в условиях упругого ограничения деформаций (самонапряжения) по сравнению со свободным расширением. Чем меньше будет разница между свободной и упругоограниченной деформацией цемента и (или) бетона, тем с большей эффективностью будет реализовано действие расширяющейся добавки. В качестве оптимума для показателя деформаций автором [5, 8] предложены значения от 1 до 2,5, при этих значениях наблюдается максимальный рост прочностных характеристик напрягающих бетонов по сравнению с бетонами аналогичных составов на ПЦ. Впоследствии автор [8] предложил ограничить область действия данного критерия до порогового значения 6, аргументируя появлением деструктивных процессов при больших значениях данной величины. Как видно из рис. 2.10, максимальные отличия в величинах свободных и связанных деформаций достигаются в начальные сроки твердения, что вероятно связано с высокими по отношению к последующим срокам твердения жесткостными характеристиками моделируемого композита. В дальнейшем это соотношение снижается и после стабилизации процесса расширения практически не изменяется во времени. Причем данное соотношение находится в интервале  $1,0 \div 1,2$ , что соответствует оптимуму [8]. Данные, представленные на рис. 2.10–2.11, ясно свидетельствуют о том, что отношение свободных деформаций к упругоограниченным деформациям не только носит нелинейный характер, но и является функцией от удельной поверхности и объемной концентрации заполнителя, что в очередной раз идет вразрез с представлениями автора [16]. С возрастанием объемной концентрации заполнителя в массиве конгломерата возникает упругое ограничение из-за близкого расположения зерен заполнителя, что способствует уплотнению структуры, но этот эффект имеет и противоположное влияние.

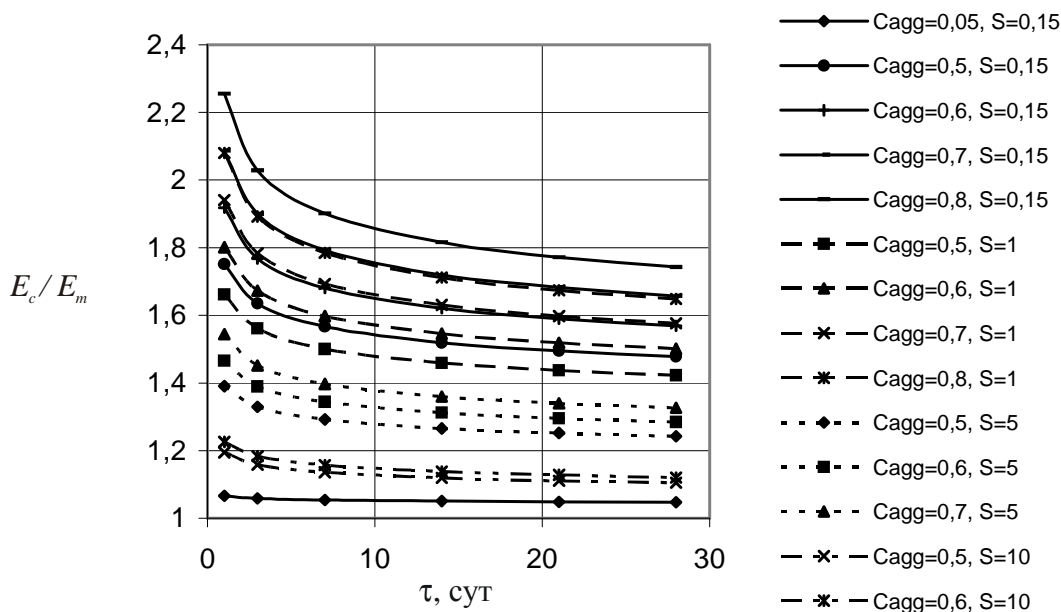


Рис. 2.6. Изменение отношения модуля упругости моделируемой системы к модулю упругости цементного камня  $E_c/E_m$  во времени для различных концентраций заполнителя  $C_{agg}$  при удельной поверхности заполнителя  $S_{y0}=0,15 \text{ м}^2/\text{кг}$ ;  $S_{y0}=1 \text{ м}^2/\text{кг}$ ;  $S_{y0}=5 \text{ м}^2/\text{кг}$  и  $S_{y0}=10 \text{ м}^2/\text{кг}$

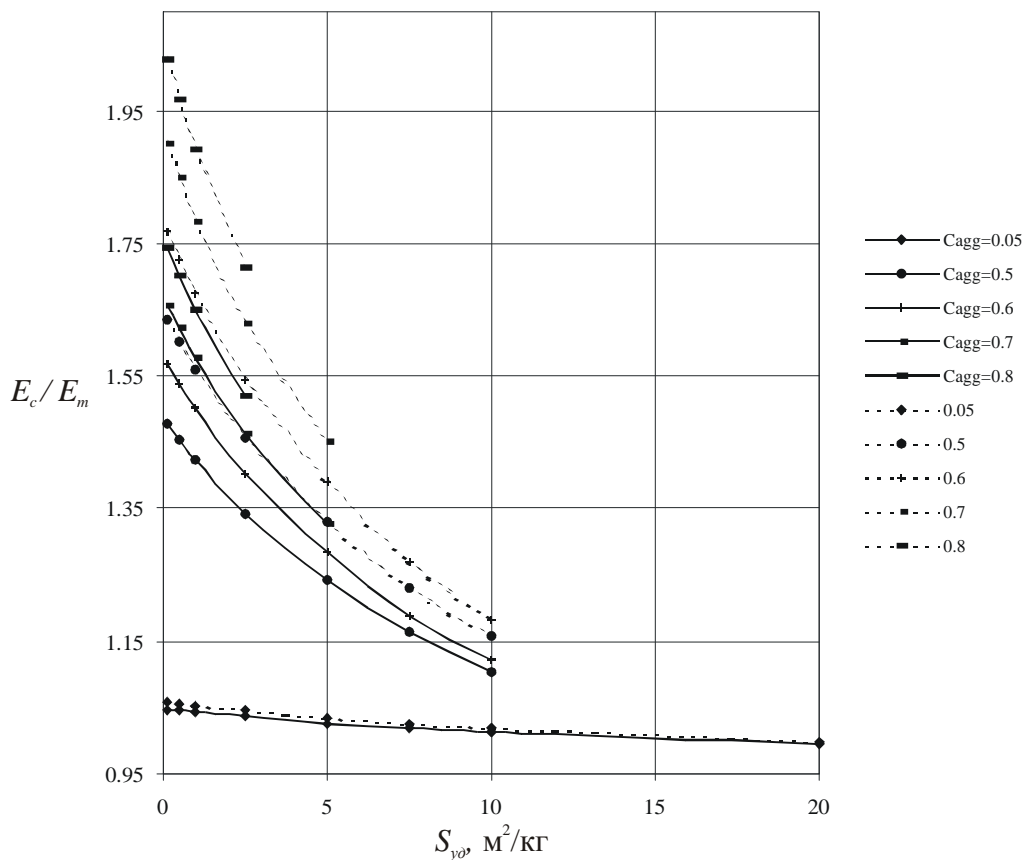


Рис. 2.7. Изменение соотношения модуля упругости моделируемой системы к модулю упругости цементного камня  $E_c/E_m$  в зависимости от удельной поверхности заполнителя  $S_{y0}$  для различных концентраций заполнителя  $C_{agg}$  (— — в момент стабилизации процесса расширения, - - - - в возрасте 3 сут.)

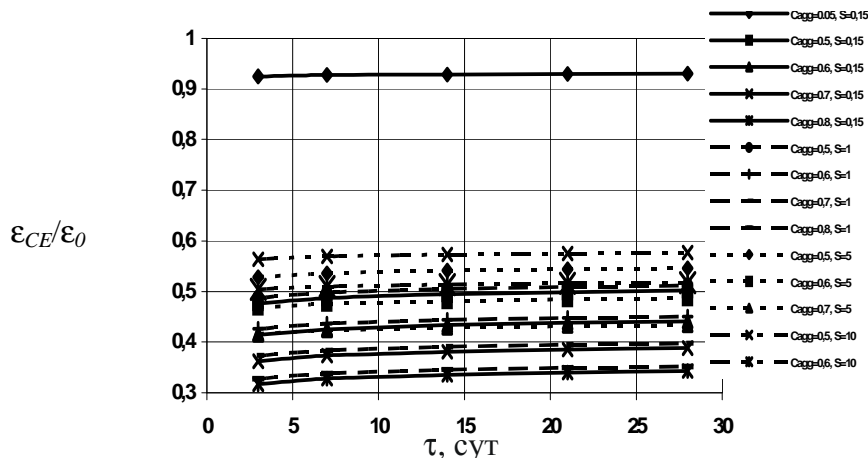


Рис. 2.8. Изменение величины отношения «свободных» деформаций моделируемой системы к «свободным» деформациям цементного камня  $\epsilon_{CE}/\epsilon_0$  во времени для различных концентраций заполнителя  $c_{agg}$  при удельной поверхности заполнителя  $S_{y\delta} = 0,15 \text{ м}^2/\text{кг}$ ;  $S_{y\delta} = 5 \text{ м}^2/\text{кг}$  и  $S_{y\delta} = 10 \text{ м}^2/\text{кг}$  соответственно

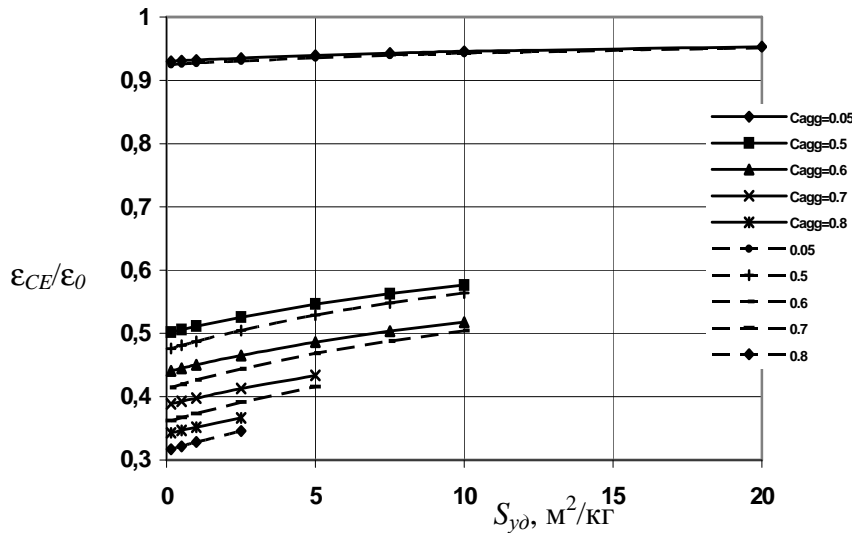


Рис. 2.9. Изменение величины отношения «свободных» деформаций моделируемой системы к «свободным» деформациям цементного камня  $\epsilon_{CE}/\epsilon_0$  в зависимости от удельной поверхности заполнителя  $S_{y\delta}$  для различных концентраций заполнителя  $c_{agg}$  (— в момент стабилизации процесса расширения, - - - в возрасте 3 сут)

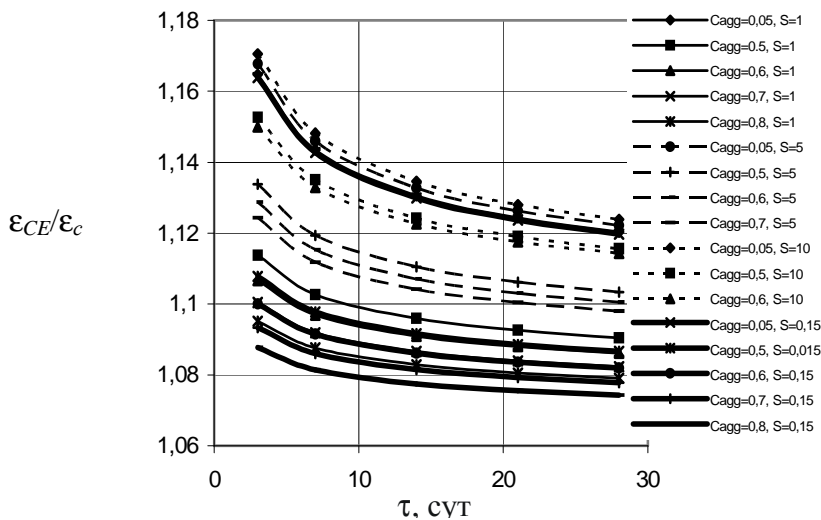


Рис. 2.10. Изменение отношения свободных деформаций к связанным деформациям  $\epsilon_{CE}/\epsilon_c$  моделируемой системы во времени для различных объемных концентраций  $c_{agg}$  и удельных поверхностях  $S_{y\delta}$  заполнителя

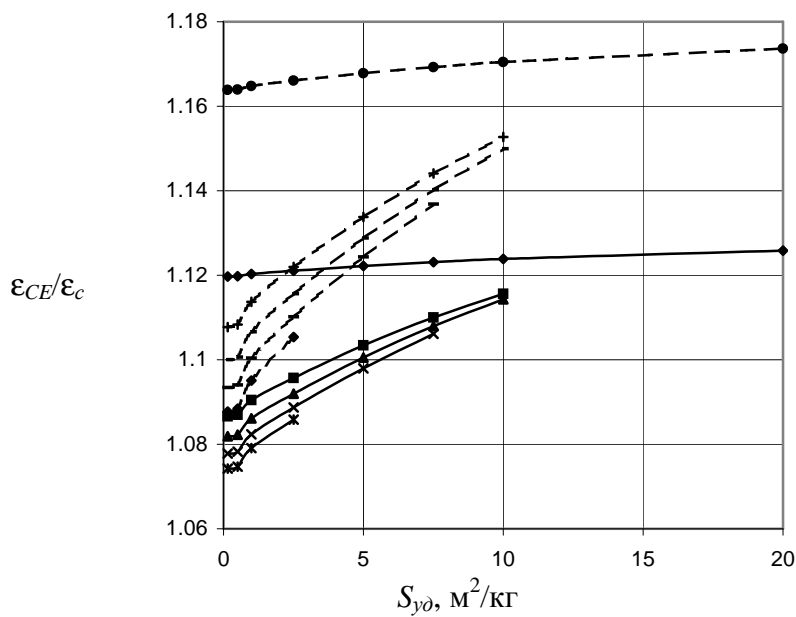


Рис. 2.11. Изменение отношения свободных деформаций к связанным деформациям  $\frac{\epsilon_{CE}}{\epsilon_c}$  моделируемой системы для различных объемных концентраций  $c_{agg}$  в зависимости от удельной поверхности  $S_{\gamma\delta}$  заполнителя

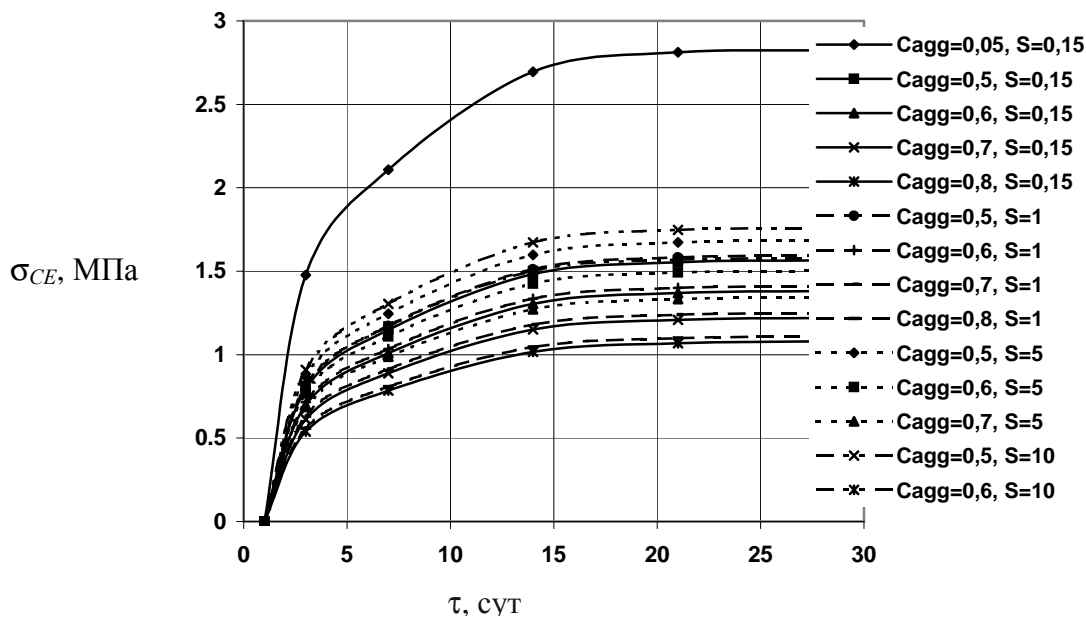


Рис. 2.12. Изменение величины самонапряжения моделируемой системы  $\sigma_{CE}$  во времени для различных концентраций заполнителя  $c_{agg}$  при удельной поверхности заполнителя  $S_{\gamma\delta}=0,15$  м²/кг;  $S_{\gamma\delta}=1$  м²/кг;  $S_{\gamma\delta}=5$  м²/кг и  $S_{\gamma\delta}=10$  м²/кг соответственно

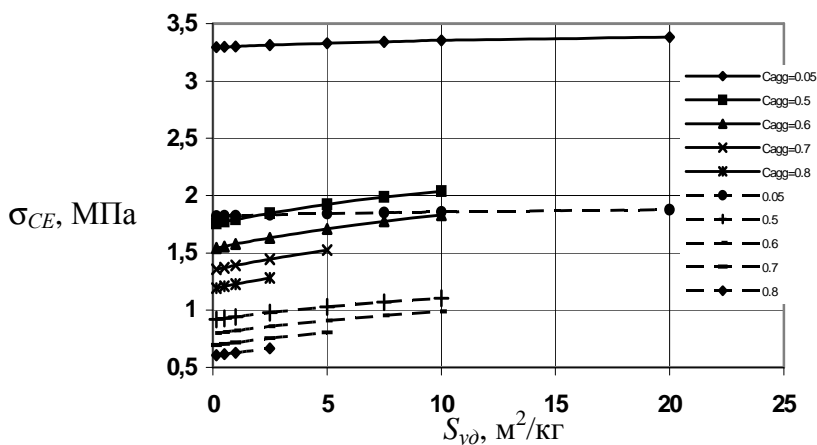


Рис. 2.13. Изменение величины самонапряжения моделируемой системы  $\sigma_{св}$  в зависимости от удельной поверхности заполнителя  $S_{уд}$  для различных концентраций заполнителя  $C_{agg}$  (— в момент стабилизации процесса расширения, - - - - в возрасте 3 сут.)

При увеличении количества заполнителя в объеме бетона снижается количество активной компоненты. С помощью предлагаемой модели расширяющегося композита можно учесть эти эффекты и выбрать оптимальные параметры при проектировании составов бетона с заданными деформативными характеристиками.

На рис. 2.12–2.13 представлены зависимости изменения величины самонапряжения  $\sigma_{св}$  моделируемой системы во времени для различных концентраций  $C_{agg}$  и удельных поверхностей  $S_{уд}$  заполнителя. Эти зависимости подчиняются тем же закономерностям, что и зависимости для свободных деформаций расширения композита, и объясняются аналогично.

### ВЫВОДЫ

1. Проектирование составов напрягающих бетонов осуществляется исходя из получения требуемых величин самонапряжения и свободного расширения. К настоящему времени не существует теоретически обоснованных практических рекомендаций по расчету составов напрягающих бетонов исходя из получения заданных деформативно-прочностных характеристик. Немногочисленные известные методики подбора составов напрягающего бетона сводятся к использованию необоснованных эмпирических зависимостей [6, 16].
2. Обоснованные результаты при прогнозировании свойств композита могут быть достигнуты только на основе разработки структурно-механических моделей бетона как неоднородного материала от нано- до макроуровня. Предложенная структурная модель позволяет для заданных начальных геометрических и жесткостных характеристик исходных компонентов структуры спрогнозировать ожидаемые величины свободного расширения и самонапряжения композита, а также, исходя из требуемого значения данных показателей, назначить требования к исходным материалам. Моделирование процесса расширения во времени позволяет оценить прогнозируемые величины к моменту стабилизации процесса.
3. Параметрические исследования, выполненные с использованием предложенной модели позволили определить особенности поведения композита в процессе расширения в зависимости от различных варьируемых исходных данных. В качестве исследуемых параметров выбраны следующие показатели расширения: соотношение величины свободных деформаций бетона к аналогичным деформациям

цементного камня  $\epsilon_{св}/\epsilon_0$ , соотношение свободных деформаций к связанным  $\epsilon_{св}/\epsilon_c$  в бетоне, величина самонапряжения. Выявлен нелинейный характер изменения названных характеристик во времени. Эти параметры являются функцией от целого комплекса переменных (энергоактивности применяемого вяжущего, геометрических параметров исходных компонентов и их жесткостных характеристик), что противоречит мнению автора [16] об их инвариантности. Выявлено, что наряду с энергоактивностью вяжущего, одним из результирующих факторов, влияющих на расширение композита, являются геометрические характеристики заполнителя, косвенно определяющие объем активной компоненты и, что немаловажно, ее расположение в бетоне. Поэтому следует ожидать, что одним из важнейших этапов при проектировании составов напрягающих бетонов является назначение требований к качеству заполнителей. Рекомендуется использовать заполнитель непрерывного гранулометрического состава, соответствующего R-R распределению, с ограничением нижней границы крупности заполнителя (полный остаток на сите 0,315 мм должен быть  $A_i = 100\%$ ).

### УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

- $C_{agg}$  – объемная концентрация заполнителя,  $\text{м}^3/\text{м}^3$ ,
- $\rho_0$  – истинная плотность зерен заполнителя,  $\text{г}/\text{см}^3$ ,
- $\Phi$  – пустотность заполнителя,
- $\rho_{св}$  – истинная плотность цемента,  $\text{г}/\text{см}^3$ ,
- $\epsilon_0$  – относительные деформации цементного камня,
- $\epsilon_c$  – относительные деформации напрягающего бетона,
- $s_i$  – диаметр ячейки  $i$ -ого сита, мм,
- $a_i$  – частный остаток на  $i$ -ом сите,
- $r_i$  – средний радиус зерна заполнителя на  $i$ -ом сите, мм
- $S_i$  – удельная поверхность заполнителя с радиусом  $r_i$ ,  $\text{м}^2/\text{кг}$ ,
- $S_{уд}$  – фактическая удельная поверхность заполнителя,  $\text{м}^2/\text{кг}$ ,
- $\bar{r}$  – характеристический радиус моноразмерного заполнителя, мм,
- $N$  – количество частиц заполнителя с радиусом  $\bar{r}$  в объеме бетона,

$V_m, V_{itz}$  – объем цементной матрицы и транзитной зоны в бетоне, м<sup>3</sup>,

$\delta_m, \delta_{itz}$  – размер оболочки матрицы и транзитной зоны вокруг зерна заполнителя модели, мм,

$n$  – координационное число,

$E_c, E_m, E_{itz}$  – модуль упругости бетона, цементной матрицы и транзитной зоны, МПа,

$K_m, K_{itz}, K_{agg}$  – объемные модули цементной матрицы, транзитной зоны и заполнителя, МПа,

$G_m, G_{itz}, G_{agg}$  – модули сдвига цементной матрицы, транзитной зоны и заполнителя, МПа,

$\nu_m, \nu_{itz}, \nu_{agg}$  – коэффициенты Пуассона матрицы, транзитной зоны и заполнителя, МПа,

$\alpha(\tau)$  – степень гидратации в произвольный момент времени  $\tau$ ,

$\alpha_0$  – степень гидратации к моменту времени, соответствующему началу схватывания,

$w/c$  – водоцементное отношение,

$K_s$  – объемный модуль стали, МПа

$E_s$  – модуль упругости стали, принимаемый равным  $20 \times 10^4$  МПа.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- Ахвердов И.Н., Смольский А.Е., Сkochеляс В.В. Моделирование напряженного состояния бетона и железобетона. – Мн.: Наука и техника, 1973. – 232 с.
- Блещик Н. П. Структурно-механические свойства и реология бетонной смеси и прессвакуумбетона. Мн., 1977. – 232 с.
- Бондаренко В. М., Назаренко В. Г., Серых Р. Л., Щербаков Е. Н. Методы учета длительных деформаций при расчете конструкций. //Российская архитектурно-строительная энциклопедия. М., 1998. – Т.V. – с.118-134.
- Десов А. Е. К макроструктурной гипотезе прочности бетона при одноосном сжатии. //Технология и повышение долговечности железобетонных конструкций. М., 1972. – с. 4-17.
- Литвер С. Л., Малинина Л. А., Загурский В. А., Панченко А. И. Соотношение самонапряжения и свободного расширения напрягающих бетонов. //Бетон и железобетон. – 1985. – №5. – с.15-16.
- Михайлов В. В., Литвер С. Л. Расширяющийся и напрягающий цементы и самонапряженные железобетонные конструкции. М., 1974. – 312с.
- Осетинский Ю. В., Подвальный А. М. О выборе модели для расчета собственных напряжений в бетоне. //Механика композитных материалов. – 1982. – №5. – с. 789-796.
- Панченко А. И., Несветаев Г. В. Критерии оценки расширяющихся вяжущих и бетонов на их основе. //Сборник статей II Межвузовской Научно-технической Конференции: Проблемы технологии производства строительных материалов, изделий и конструкций, строительства зданий и сооружений. Часть I. – Брест, 1998. – с.179-189.
- Проект СТБ «Бетон на напрягающем цементе. Технические условия».
- Рак Н. А. Влияние структуры высокопрочного бетона на его напряженно-деформированное состояние при местном сжатии. //Совершенствование железобетонных конструкций, оценка их состояния и усиление. Сб. мат. Респ. Н-Т. Конференции. Мн., 2001. – с. 152-156.
- Рак Н. А. К построению методики расчета железобетонных конструкций с учетом неоднородности структуры бетона. //Вестник БГТУ. Строительство и архитектура. – 2001. – №1(7). – с. 90-99.

- Рыскин М. Н. Структурно-механические свойства и технология высокопрочного бетона: Автореф. дисс. ... канд. тех. наук: 05.23.05/ Институт БелНИИС – Мн., 2002.
- Тур В.В. Направления развития цементного бетона в третьем тысячелетии. //Архитектура и строительство. – №5, №6. – Мн., 2003.
- Тур В.В. Экспериментально-теоретические основы предварительного напряжения конструкций при использовании напрягающего бетона. – Брест, 1998 – 270 с.
- Тур В.В., Кардунян Г.С. Опыт применения напрягающего бетона в Республике Беларусь/ Бетон и железобетон. – № 4, 2001 – с.19-21.
- Чмель Г. В. Модифицирование расширяющихся вяжущих веществ с целью управления собственными деформациями и прочностью бетонов: Автореф. дисс. ... канд. тех. наук: 05.23.05/ РГСУ – Ростов-на-Дону, 2004.
- Basma A.A., Abdel-Jawad Y. Probability Model for the Drying Shrinkage of Concrete. //ACI Materials Journal, 92, № 3, 1995 – pp. 246-251.
- Brengel K., J. de Vries. Mixture optimization of HPC in view of autogenous shrinkage. //Proc. 5<sup>th</sup> Int. Symp. on Utilization of High Strength/High Performance Concrete, Sandefjord (1999) – pp. 1041-1050.
- Bourdette B., Ringot E. Modelling of the Transition Zone Porosity. //Cem. and Concr. Res. -1995. – V25. – pp. 741-751.
- Ching S. Chang, Han Zhu. Microstructural Modeling for Elastic Moduli of Bonded Granules. //Journal of ingeneering Mech., 1999. – pp. 648-653.
- Eierle B., Schikora K. Computational Viscoelasticity of Aging Materials. //European Conference on Computational Mechanics, Germany, 1998.
- Garboczi E. J., Bentz D. P. Computer Modeling of Interfacial Transition Zone: Microstructure and Properties. //RILEM Report №20, Part 5, Chapter 20, 1999. – pp. 349-385.
- Garboczi E. J. Stress, Displacement, and Expansive Cracking Around a Single Spherical Aggregate Under Different Expansive Conditions. //Cement and Concrete Research, Vol. 27, №. 4,1997. – pp. 495-500.
- Garboczi E. J., Berryman J. G. Elastic Moduli of a Material Containing Composite Inclusions: Effective Medium Theory and Finite Element Computations. //Mechanics of Materials, 2001. – pp.455-470.
- Helmuth R. A., Turk D. H. Highw. Res. Board, Spec. Rep., 1966, 90. – pp. 135-144.
- Igarashi S., Bentur A., Kovlek K. Stress and creep relaxation induced in restrained autogenous shrinkage of high-strength pastes and concrete. //Advances in Concrete Research, vol. 11, N 4, 1999 – pp. 169-177.
- Jensen O.M. Influence of cement composition on autogenous deformation and change of relative humidity. Proc. Shrinkage 2000. //Int. RILEM Workshop on Shrinkage of Concrete, Paris (2000).
- Lianf Zhang, Mushen Su, Yanmon Wang. Development of the use of sulfo- and ferro-aluminate in China. //Advances of Concrete Research, 1999, vol. 11, № 01 – pp. 15-21.
- Lu B., Torquato S. Phys. Rev. A ,45, 1992. – pp. 5530-5544.
- Monteiro P.J.M., Mehta P.K. Concrete: Microstructure, Properties and Materials. – 2001.
- Nadeau J. C. A Multiscale Model for effective moduli of concrete incorporating ITZ water-cement ratio gradients, aggregate size distributions, and entrapped voids. // Cement and Concrete Research, Vol. 33,2003. – pp. 103-113.
- Neubauer C. M., Jennings H. M., Garboczi E. J. A Three-Phase Model of the Elastic and Shrinkage Properties of Mortar. // Adv. Cem. Res. 4, (1996). – pp. 6-20.
- Nielsen L. F. Composite Analysis of Concrete: Creep, Relaxation, and Eigenstrain/Stress. //HETEK Project, Report №112., 1997. – 54 p.

34. adocea A. Autogenous volume change of concrete at very early age. //Magazine of Concrete Research, vol. 50, N 2, 1990 – pp. 107–113.
35. Ramesh G., Sotelino E., and Chen W. Effect of Transition Zone on Elastic Stresses in Concrete Materials. //Journal of Materials in Civil Engineering, vol. 10, № 4., 1998. – pp. 275-282.
36. Scrivener K. L. and Gartner E. M. Microstructural Gradients in Cement Paste Around Aggregate Particles in Bonding in Cementitious Composites, 1988. – pp. 77-86.
37. Scrivener K. L., Bentur A., and Pratt P. L. Quantitative Characterization of the Transition Zone in HSC. //Adv. Cem. Res. 1, (1988). – pp. 230-237.
38. Timoshenko S. P., Goodier J. N. Theory of Elasticity. McGraw-Hill, New York, 1970.
39. Torquato S. Bulk Properties of Two-Phase Disordered Media. //J. Chem. Phys. –1984. – pp. 5079-5088.
40. Winslow D.N., Cohen M.D., Bentz D.P., Snyder K.A., and Garboczi E.J. Percolation and Pore Structure in Mortars and Concrete. //Cement and Concrete Research, Vol. 24,1994. – pp. 25-37.
41. Zhang L., Su M.Z. Properties and use of high-strength concrete with ferro-alluminate cement. //Concrete and Cement Products, China, 1994 – N 6.

УДК 624.012.36:072.22

**Кондратчик А.А., Зубрицкий Н.Н.**

## УЧЁТ НАГЕЛЬНОГО ЭФФЕКТА ПРИ РАСЧЕТЕ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ БЕЗ ПОПЕРЕЧНОГО АРМИРОВАНИЯ ПО УПРОЩЁННОЙ ВЕРСИИ МСФТ

Нормами СНБ 5.03.01-02 рекомендовано для железобетонных элементов, работающих на срез при выполнении условия

$$V_{sd} \leq V_{Rd,ct} \quad (1)$$

не устанавливать поперечную арматуру или устанавливать её исходя из конструктивных требований. В формуле (1):

$V_{sd}$  - расчётная поперечная сила в рассматриваемом сечении, вызванная действием внешней нагрузки;

$V_{Rd,ct}$  - расчётная поперечная сила, воспринимаемая железобетонным элементом без поперечного армирования.

Анализируя результаты многочисленных экспериментов проведённых отечественными и зарубежными авторами [2-8], работу железобетонного элемента под нагрузкой можно разделить на три этапа:

- 1 – работа элемента без трещин;
- 2 – работа элемента с нормальными трещинами;
- 3 – работа элемента с нормальными и наклонными трещинами, одна из которых может стать критической. Однако вопрос, какую нагрузку считать критической, требует уточнения; одни [16] предлагают принять за основу нагрузку появления критической наклонной трещины, другие [1] – нагрузку при достижении предельного состояния, третьи [15] – оба значения.

Исследователи [14] сходятся во мнении, что сопротивление внешней перерезывающей силе  $V_{sd}$  складывается из: сопротивления бетона сжатой зоны над вершиной наклонной трещины; вклада сил зацепления по берегам наклонной трещины; сопротивления продольной арматуры в направлении перпендикулярной её оси.

Именно о роли последнего фактора среди учёных нет единого мнения. Существует три точки зрения в отношении вклада продольной арматуры в восприятие поперечной силы. Первая [2, 4] – 40-50% сопротивления  $V_{sd}$  приходится на продольную рабочую арматуру. Вторая [3, 8] – нагель, т.е. арматура воспринимает часть  $V_{sd}$ , но его роль в формировании общего сопротивления железобетонного элемента по наклонному сечению незначительна и в расчётах его работой можно пренебречь. Третья точка зрения – как такового нагельного эффекта не существует. Все эти точки зрения имеют своё право на существование, так как в зависимости от характеристик элемента и схемы нагружения меняется и роль арматуры в восприятии перерезывающей силы и её вклад в

общее сопротивление  $V_{sd}$ .

Многие ученые пытались численно оценить нагельный эффект, что нашло отражение в формулах, предложенных ими.

Krefeld и Thurston [2]:

$$H_{cr} = b\sqrt{f_{cc}} \left[ 1.30 \left( 1 + \frac{180\rho}{\sqrt{f_{cc}}} \right) c + d \right] \frac{1}{\sqrt{(x_1/d)}}, \quad (2)$$

где:  $\rho$  – процент армирования;  $c$  – защитный слой;  $b$  – ширина сечения элемента;  $d$  – рабочая высота;  $x_1$  – расстояние от опоры до сечения пересечения магистральной наклонной трещиной продольной арматуры;  $f_{cc}$  – прочность бетона на сжатие.

Taylor [3]:

$$H_{cr} = 9.1 + 0.0001 \left[ \sum (c_s + c_i) \right]^2 f_{ct}, \quad (3)$$

где  $c_s$  – защитный слой в направлении перпендикулярно боковой поверхности элемента;  $c_i$  – расстояние между стержнями продольной арматуры;  $f_{ct}$  – прочность бетона на растяжение.

Baumann и Rusch [4]:

$$H_{cr} = 1.64 b_n d_b \sqrt[3]{f_{cc}}, \quad (4)$$

где  $b_n$  – ширина сечения элемента;  $d_b$  – диаметр арматуры.

Houde и Mirza [5]:

$$H_{cr} = 37 b_n \sqrt[3]{f_{cc}}. \quad (5)$$

Jimenez, Gergely и White [6]:

$$H_{cr} = \frac{b_n d_b}{n_b} \left( 3.25 + \frac{3.79 c_m}{b_n / n_b^2 + d_b} \right), \quad (6)$$

где  $n_b$  – количество стержней арматуры в одном уровне;  $c_m$  – минимальный из защитных слоёв (боковой или нижний).

Paschen и Schonhoff [7]

$$\frac{1}{\sin \left[ 0.91 (c_{\perp} / c_{\parallel}) \right]} \frac{H_{cr}}{f_{cc}^{2/3}} = 190 + 0.23 c_{\parallel}^2, \quad (7)$$

где  $c_{\perp}$  – защитный слой в направлении перпендикулярном направлению действия нагрузки;  $c_{\parallel}$  – защитный слой в направлении, параллельном направлению действия нагрузки.

*Зубрицкий Николай Николаевич, ассистент каф. начертательной геометрии и инженерной графики Брестского государственного технического университета.*

*Беларусь, БГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.*