для матрицы управляемости K это минимальное возмущение, которое может превратить ранг в неполный. Значит, можно говорить о том, что чем больше значение $\mu(A, B)$, тем более система управляема.

Если система (1) управляема, то при незначительных изменениях элементов системы она останется полностью управляемой. С другой стороны, если система (1) не является полностью управляемой, то всегда можно незначительно изменить ее элементы так, чтобы она стала управляемой [2].

В работе реализованы алгоритмы нахождения максимального значения μ^0, достаточного для управляемости системы (2), в среде MATLAB, т. к. именно в этой среде лучше работать с матрицами.

Литература

1. Афанасьев, Калмановский, Носов. Математическая теория конструирования систем управления – М.:Высш. шк.,1998. – 574с.
2. Ли Э.Б., Маркус Л. Основы теории оптимального управления / перевод с англ. Л. Л. Леонтьевой изд. - М.:Наука., 1972. - 576с.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ПЛЯСКИ ПРОВОДОВ ВОЗДУШНЫХ ЛЭП

Климкович П. И., Дерюгина Е. А., БНТУ, Минск

Пляска – низкочастотный вид колебаний проводов, характеризующихся значительными амплитудами. Наиболее опасными являются однополуволновые пляски проводов, при которых амплитуды их колебаний и тяжения максимальны. Расчетной моделью провода является абсолютно гибкая, упругая, сопротивляющаяся кручению нить. Для проводов ЛЭП, имеющих относительную стрелу провеса менее 5 %, изменением тяжения вдоль пролета можно пренебречь [1]. Фактором, обусловливающим возбуждение и поддержание пляски проводов, является асимметричный гололедный осадок на них. Основные уравнения движения и кручения проводов с асимметричным гололедным осадком, могут быть получены с использованием принципа Даламбера [2]:

$$\frac{\partial^2 y_c}{\partial t^2} + \frac{\delta}{\rho}\cdot\frac{\partial y_c}{\partial t} - h\sin\theta_G\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2} - h\cos\theta_G\left(\frac{\partial\theta}{\partial t}\right)^2 = \frac{1}{\rho}\left(T\frac{\partial^2 y_c}{\partial s^2} + P_y\right);$$

$$\frac{\partial^2 z_c}{\partial t^2} + \frac{\delta}{\rho}\cdot\frac{\partial z_c}{\partial t} + h\cos\theta_G\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2} - h\sin\theta_G\left(\frac{\partial\theta}{\partial t}\right)^2 = \frac{1}{\rho}\left(T\frac{\partial^2 z_c}{\partial s^2} + P_z\right); \qquad (1)$$

$$\left(I_c + \rho h^2\right)\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2} + \rho h\left[\cos\theta_G\frac{\partial^2 z_c}{\partial t^2} - \sin\theta_G\frac{\partial^2 y_c}{\partial t^2}\right] + f_c\frac{\partial\theta}{\partial t} = GJ\frac{\partial^2\theta}{\partial s^2} + M_a + M_\rho,$$

где y_c, z_c – проекции радиуса-вектора положения оси жесткости провода; θ – угол кручения провода; δ – коэффициент демпфирования колебаний; ρ – масса единицы длины провода после растяжения; $h[h_y, h_z]$ – эксцентриситет провода; $\theta_G = \theta_0 + \theta$ (θ_0 – начальный угол оледенения провода); $\overline{P}$ – интенсивность внешней нагрузки на единицу длины провода; M_a – аэродинамический момент (АДМ) на единицу длины провода; T – модуль тяжения провода; I_c – момент инерции кручения провода, покрытого гололедом; f_c – коэффициент трения кручения провода; GJ – крутильная жесткость провода.

Система дифференциальных уравнений (ДУ) (1) пригодна для расчета поперечных и крутильных колебаний проводов при их произвольном пространственном расположении. Она описывает динамику гибкого провода с неравномерным крыловидным осадком при воздействии внешних распределенных сил и моментов. При пляске проводов изменения аэродинамических сил (АДС) и АДМ обусловлены изменением угла атаки. АДС и АДМ определяются в функции скорости V_r [2]. При построении математической модели используются аэродинамические характеристики (АДХ), полученные опытным путем для различных сечений проводов и характерных форм гололедного осадка [3, 4].

Математическая модель пляски проводов включает уравнения динамики проводов, поддерживающих гирлянд изоляторов в промежуточном и натяжных (анкерном) пролетах. При совместном решении уравнений математической модели краевые условия для проводов определяются из уравнения движения установленных по концам пролета гирлянд. Для нахождения начального положения провода используются уравнения статики, полученные из уравнений их динамики исключением производных по времени. Для численного решения системы ДУ второго порядка в частных производных гиперболического типа с переменными коэффициентами (1) используются разности. При этом система ДУ заменяется системой конечно-разностных уравнений:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\left(\hat{y}_i - 2y_i + \check{y}_i\right)}{\tau^2} - k_{yi}\frac{\left(\hat{\theta}_i - 2\theta_i + \check{\theta}_i\right)}{\tau^2} = D_{yi};\\
&\frac{\left(\hat{z}_i - 2z_i + \check{z}_i\right)}{\tau^2} + k_{zi}\frac{\left(\hat{\theta}_i - 2\theta_i + \check{\theta}_i\right)}{\tau^2} = D_{zi};\\
&\frac{\left(\hat{x}_i - 2x_i + \check{x}_i\right)}{\tau^2} = D_{xi};\\
&\frac{\left(\hat{\theta}_i - 2\theta_i + \check{\theta}_i\right)}{\tau^2} - \frac{k_{yi}\rho_0}{I_c}\frac{\left(\hat{y}_i - 2y_i + \check{y}_i\right)}{\tau^2} + \frac{k_{zi}\rho_0}{I_c}\frac{\left(\hat{z}_i - 2z_i + \check{z}_i\right)}{\tau^2} = D_\theta,
\end{aligned}
\qquad (2)
$$

где

$$k_{yi} = h\sin\theta_i;\; k_{zi} = h\cos\theta_i;$$

$$D_{xi} = \left(\lambda_i^2 + b_i^2 x_{\dot{S}i}^2\right)x_{\bar{S}Si} + b_i^2 x_{\dot{S}i} y_{\dot{S}i} y_{\bar{S}Si} + b_i^2 x_{\dot{S}i} z_{\dot{S}i} z_{\bar{S}Si} - d\cdot x_{\dot{t}i} + F_{xi}^*;$$

$$D_{yi} = b_i^2 x_{\dot{S}i} y_{\dot{S}i} x_{\bar{S}Si} + b_i^2 y_{\dot{S}i} z_{\dot{S}i} y_{\bar{S}Si} + \left(\lambda_i^2 + b_i^2 z_{\dot{S}i}^2\right)z_{\bar{S}Si} - d\cdot y_{\dot{t}i} + F_{yi}^* + k_{yi}\theta_{\dot{t}i}^2;$$

$$D_{zi} = b_i^2 x_{\dot{S}i} z_{\dot{S}i} x_{\bar{S}Si} + b_i^2 y_{\dot{S}i} z_{\dot{S}i} y_{\bar{S}Si} + \left(\lambda_i^2 + b_i^2 z_{\dot{S}i}^2\right)z_{\bar{S}Si} - d\cdot z_{\dot{t}i} + F_{zi}^* + k_{zi}\theta_{\dot{t}i}^2;$$

$$D_{\theta} = c^2 \theta_{\overline{S}Si} + \frac{1}{I_c}\left(M_{ai} - M_{\rho} - f_T \dot{\theta}_{ti}\right);$$

$\overline{F}_i^*$ – вектор суммарного усилия на единицу массы провода в *i*-ом узле.

Схема (2) явная и позволяет выразить $\hat{\overline{R}}_i$ и $\hat{\theta}_i$ через $\overline{R}_i$ и $\check{\overline{R}}_i$, θ_i и $\check{\theta}_i$ с двух предыдущих слоев. Поэтому, начиная со второго слоя, разностное решение вычисляется по указанной схеме. Решение на первом слое определяется по начальным данным с использованием разложения $\overline{R}_i$ и θ_i в ряд Тейлора [1].

Вычислительный эксперимент проводился по разработанной компьютерной программе (КП), в которой реализован численный метод расчета пляски проводов на основе уравнений (1). Она позволяет найти амплитуды колебаний проводов при пляске, максимальные и минимальные тяжения, а также определить характер процесса: развитие автоколебаний или их затухание. Достоверность расчетов по КП подтверждена сравнением их с опытными данными [5]. Таким образом, математическая модель и КП могут быть применены для оценки динамических характеристик пляски проводов воздушных ЛЭП.

Литература

1. Сергей И. И., Стрелюк М. И. Динамика проводов электроустановок энергосистем при коротких замыканиях: Теория и вычислительный эксперимент. – Минск: ВУЗ-ЮНИТИ, 1999. – 252 с.
2. Стрелюк М. И., Сергей И. И. Расчет пляски расщепленных проводов с большим числом составляющих // Повышение эффективности сетей 110–1150 кВ: Сб. ст. / Науч.-исслед. ин-т по передаче электр. энергии постоян. током высокого напряжения (НИИПТ). – Ленинград: Энергоатомиздат, Ленингр. отд-ние, 1990. – С. 113–126.
3. Kazuo Goto, Toihiro Koike. A Numerical Calculation Method for Galloping and Prevention of it // Trans IEE. Japan. – 1977. – B97, № 7. – P. 405–412.
4. Masary Yamaoka. A Numerical Calculation Method for Galloping Oscillation of a Bundle Conductor Transmission Line // Trans. IEE Japan. – 1979. – B99, № 9. – P. 569–576.
5. The Simulation Method of Galloping of Overhead Transmission Line. – Technical Laboratory of the Hokkaido Electric Power Co. Ltd. – Joint Meeting of UNIPEDE, CORECH – Galloping, 1983, Kyoto, Japan.

ВОЗДЕЙСТВИЕ СОСРЕДОТОЧЕННОЙ НАГРУЗКИ НА ВЯЗКОУПРУГОЕ ПОЛУПРОСТРАНСТВО ПРИ ДВИЖЕНИИ ПО ЕГО ПОВЕРХНОСТИ

Кузнецова А.А., БНТУ, Минск

Рассматривается движение с постоянной скоростью нормальной нагрузки по вязкоупругой балке, лежащей на вязкоупругом полупространстве. По балке, лежащей на вязкоупругом полупространстве, движется сосредоточенная нагрузка интенсивности *P* с постоянной скоростью *c*.

Дифференциальное уравнение изгиба балки, лежащей на упругом основании, записывается, как известно, следующим образом:

$$B\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = p(x,t), \qquad (1)$$