- 11. ГОСТ 10180-90. Бетоны. Методы определения прочности по контрольным образцам. - Взамен ГОСТ 10180-78. Введ. 01.01.91 – М.: Из-во стандартов, 1990. – 45 с.
- 12. ГОСТ 18105-86* Бетоны. Правила контроля прочности. -Взамен ГОСТ 13015-75, ГОСТ 18105.0.... ГОСТ 18105.2-80. Введ. 01.01.87 – М.: Из-во стандартов, 1990. – 20 с.

УДК 691.327 + 539.2

Дереченник С.С., Разумейчик В.С., Тур В.В.

ЗАКОНОМЕРНОСТИ ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ НЕУПОРЯДОЧЕННОСТИ В ПЛОСКИХ СЕЧЕНИЯХ И ОБЪЕМАХ ДИСПЕРСНЫХ СИСТЕМ

Ввеление

Дисперсные системы – это микрогетерогенные системы, состоящие из двух или более фаз. При этом одна из фаз образует непрерывную дисперсионную среду, в объеме которой распределены частицы дисперсной фазы (фаз) с размерами в диапазоне от долей до десятков микрометров [1]. Ввиду специфичности физико-химических свойств, а также широкого распространения в природных явлениях и процессах и применения в техногенной деятельности человека, дисперсные системы являются чрезвычайно важным объектом исследований. Многие виды таких систем служат стартовой основой для получения дисперсных (композитных) материалов, таких, как бетоны, наполненные резины и пластики, керамические и металлокерамические материалы, твердые ракетные топлива и т.п. Несмотря на резкое различие перечисленных материалов по свойствам и области применения, общие и фундаментальные для всех дисперсных систем признаки - гетерогенность и дисперсность - позволяют обозначить общие подходы к их исследованию. Так, например, выявление особенностей топологического беспорядка дисперсных частиц в непрерывной среде позволяет закономерно связать их затем с пространственными (фазовыми) структурами, возникающими при коагуляции частиц в твердеющем материале, а, следовательно, и с его физическими свойствами.

Эффективным аппаратурным средством исследования твердотельных гетерогенных структур, в том числе и композитных материалов, является растровая электронная микроскопия их поверхностей и срезов (шлифов, сечений) [2]. Получаемые при этом изображения дают возможность с высокой разнообразные точностью определять структурнотопологические характеристики материала: фазовый состав, наличие и тип кристаллизационных структур, форму частиц, распределение их по размерам и взаимное расположение. Подобные аппаратурные средства, позволяющие непосредственно и столь же точно исследовать аналогичные характеристики в объеме твердого тела, к сожалению, еще не созданы. Названные же характеристики, отнесенные к объему и к плоскому срезу исследуемой системы, будут, несомненно, отличаться друг от друга, причем весьма сложным образом. Более того, некоторые исследователи утверждают, что такой объемный структурный параметр системы, как гранулометрический состав (распределение по размерам) дисперсных частиц, невозможно восстановить по распределению размера сечений частиц и их расположению в плоском сечении [3].

Нами, на примере цементных паст, исследованы некоторые структурно-топологические особенности дисперсных систем во взаимосвязи их объемных характеристик с соответствующими характеристиками плоского сечения. При этом

- 13. ГОСТ 24452-80 Бетоны. Методы определения призменной прочности, модуля упругости и коэффициента Пуассона. Введ. 01.01.82 – М.: Из-во стандартов, 1984. – 20 с. 14. Б.М. Владимирский, А.Б. Горстко, Я.М. Ерусалимский Ма-
- тематика. Общий курс. СПб.: Издательство «Лань», 2002. – 960 с. – (Учебник для вузов. Специальная литература).
- 15. СНиП 2.03.01-84^{*}. Бетонные и железобетонные конструкции /Госстрой СССР. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1989. – 80 с.

показано, что, в приближении дисперсных частиц твердыми

сферами, по крайней мере, некоторые из объемных характеристик – водоцементное отношение и распределение частиц по размерам – надежно восстанавливаются на основе информации, получаемой по плоским срезам системы.

Постановка задачи

Исследуемой дисперсной системой является золь природных минералов – цементная паста, состоящей из частиц дисперсной фазы – цементного порошка (зерен различного размера), равномерно распределенных в дисперсионной среде – воде.

Важнейшими структурно-топологическими (равно и технологическими) «объемными» характеристиками такой системы являются:

- V1) гранулометрический состав зерен (распределение их по размерам):
- V2) водоцементное отношение (массы дисперсионной среды и массы дисперсной фазы).

Химический состав дисперсной фазы не будет, в данном исследовании, иметь существенного значения, так как обычно гранулометрические распределения каждой из фазовых составляющих полагают идентичными.

Аналогично, в качестве основных «плоских» характеристик системы (определяемых в ее плоском сечении), примем:

- S1) распределение сечений зерен по размеру;
- S2) отношение площадей, занимаемым в сечении дисперсионной средой (эпоксидным заполнителем, заменяющим воду в натурном эксперименте) и сечениями зерен.

Сформулируем прямую задачу исследования, как определение характеристик S1 и S2 по заданным V1 и V2, а обратную задачу – соответственно, как определение (восстановление) характеристик V1 и V2 по известным S1 и S2.

Для решения поставленных задач использовано приближение дисперсных частиц твердыми сферами, которое широко применяется в исследованиях композитных материалов, в том числе – для имитационного (компьютерного) моделирования их структуры. Вполне оправдан также и статистический подход, поскольку число дисперсных частиц в единице объема системы весьма велико (концентрация, по порядку величины, может превышать 10¹⁴ м⁻³), а их начальное (до начала процессов коагуляции) расположение в дисперсионной среде можно считать равномерным и статистически независимым друг от друга. Полагая также, что свойства дисперсной системы (и образующегося из нее композитного материала) изотропны, справедливо применение эргодической гипотезы. В этом случае все сечения системы достаточно большой площади статистически идентичны, поэтому структурно-

Дереченник Станислав Станиславович, кандидат технических наук, доцент, зав. кафедрой «ЭВМ и системы» Брестского государственного технического университета, e-mail: chief.cm@bstu.by.

Разумейчик Вита Станиславовна, аспирант кафедры «ЭВМ и системы» Брестского государственного технического университета.

Тур Виктор Владимирович, доктор технических наук, проректор по научной работе, зав. кафедрой «Технология бетона и строительных материалов» Брестского государственного технического университета. Беларусь, БГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

топологические характеристики корректно определяются по любому из них.

Решение прямой задачи

Пусть задано $f(\mathbf{R})$ – процентное (вероятностное) распределение дисперсных частиц в объемной фазе по их размеру – радиусу \mathbf{R} , который лежит в ограниченном диапазоне $[\mathbf{R}_{\min}; \mathbf{R}_{\max}]$. Зададимся также водоцементным отношением \mathbf{w}/\mathbf{c} и плотностями $\boldsymbol{\rho}_w$ и $\boldsymbol{\rho}_c$ – воды и цементного зерна, соответственно. Для того чтобы найти концентрацию N_V дисперсных частиц (их общее число в единичном объеме), определим общий объем V_C всех дисперсных частиц путем умножения числа N_V частиц радиуса \mathbf{R} на объем такой частицы, с последующим интегрированием по диапазону размеров:

$$V_{C} = \int_{\boldsymbol{R}_{\min}}^{\boldsymbol{K}_{\max}} f(\boldsymbol{R}) N_{V} \cdot \frac{4}{3} \pi \boldsymbol{R}^{3} \cdot \boldsymbol{dR}.$$
 (1)

Учитывая, что

$$\boldsymbol{w}/\boldsymbol{c} = \frac{\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{w}} \left(1 - \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{C}}\right)}{\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{c}} \cdot \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{C}}},\tag{2}$$

получим:

$$N_{V} = \left[\frac{4}{3}\pi \left(\frac{w}{c}\frac{\rho_{c}}{\rho_{w}} + 1\right)_{R_{\min}}^{R_{\max}} R^{3}f(R) \cdot dR\right]^{-1}.$$
 (3)

Очевидно, что в произвольное плоское сечение попадет лишь небольшая доля частиц, и почти всегда плоскость сечения будет проходить мимо их геометрических центров. Радиус r сечения частицы – функция ее размера R и расстояния x от центра до секущей плоскости, определяемая как $r = \sqrt{R^2 - x^2}$, при этом r и x находятся в диапазоне [0; R].

Найдем число $n(r, \Delta r)$ сечений, радиус которых лежит в диапазоне $[r - \Delta r; r]$. Такие сечения могут получаться только от частиц радиуса $R \ge r$, попадающих в тонкие слои $[x; x + \Delta x]$ по обе стороны плоскости сечения. Варьируя x по r, легко показать, что

$$\Delta \boldsymbol{x} = \boldsymbol{r} \cdot \Delta \boldsymbol{r} / \sqrt{\boldsymbol{R}^2 - \boldsymbol{r}^2} , \qquad (4)$$

а, из соображений геометрической вероятности, число $n(\mathbf{R}; \mathbf{r}, \Delta \mathbf{r})$ искомых сечений, получаемых от частиц радиуса \mathbf{R} , определяем как произведение количества всех частиц такого радиуса $n(\mathbf{R}) = f(\mathbf{R}) \cdot N_v$ на долю $2\Delta \mathbf{x}$ от единичного объема:

$$\boldsymbol{n}(\boldsymbol{R};\boldsymbol{r},\Delta\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{N}_{\boldsymbol{V}} \cdot 2\boldsymbol{f}(\boldsymbol{R}) \cdot \boldsymbol{r} \cdot \Delta\boldsymbol{r} / \sqrt{\boldsymbol{R}^2 - \boldsymbol{r}^2} .$$
(5)

Интегрируя по всему диапазону $r \leq R \leq R_{\max}$, замечаем, что, с другой стороны:

$$\int_{r}^{n_{\max}} n(\boldsymbol{R}; \boldsymbol{r}, \Delta \boldsymbol{r}) \cdot d\boldsymbol{R} = n(\boldsymbol{r}, \Delta \boldsymbol{r}) = N_{S} \cdot \boldsymbol{g}(\boldsymbol{r}) \cdot \Delta \boldsymbol{r}, \quad (6)$$

где g(r) – вероятностная функция распределения сечений по их размеру (радиусу),

 $N_{\rm S}$ – общее количество сечений в единице площади.

Величина N_s может быть найдена, если абстрагироваться от конкретных размеров сечений. Число частиц радиуса \boldsymbol{R} , которые вообще пересекаются плоскостью, определится, как и в (5), некоторой долей от их общего числа $\boldsymbol{n}(\boldsymbol{R})$. Так как здесь $\pm \Delta \boldsymbol{x} = \pm \boldsymbol{R}$, то величина этой доли составит $2\boldsymbol{R}$. Интегрируя затем по диапазону возможных размеров частиц, получаем:

$$N_{S} = \int_{R_{\min}}^{R_{\max}} 2\mathbf{R} \cdot N_{V} \cdot f(\mathbf{R}) d\mathbf{R} =$$

$$= 2N_{V} \int_{R_{\min}}^{R_{\max}} \mathbf{R} \cdot f(\mathbf{R}) d\mathbf{R} = 2N_{V} \cdot \mathbf{M}\mathbf{R} = 2N_{V} \cdot \overline{\mathbf{R}},$$
(7)

где R = MR – средний размер частиц, определяемый как математическое ожидание функции распределения f(R).

Из (5) - (7) окончательно определим искомую функцию

$$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{r} \cdot \left(1/\overline{\boldsymbol{R}}\right) \cdot \lim_{\boldsymbol{X} \to \boldsymbol{r} + 0} \int_{\boldsymbol{X}}^{\boldsymbol{K}_{\text{max}}} \left(\boldsymbol{R}^2 - \boldsymbol{r}^2\right)^{-1/2} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{R}) \, \boldsymbol{dR} \quad (8)$$

Несобственный интеграл в данном выражении (подынтегральная функция неограниченно возрастает в окрестности нижнего предела интегрирования) легко вычислим аналитически, если

 $f(\mathbf{R})$ принадлежит к определенным классам функций, в частности – является полиномом невысокого порядка.

Суммарная площадь всех сечений

$$S_{C} = \pi \cdot N_{S} \int_{0}^{R_{\text{max}}} r^{2} g(r) \cdot dr, \qquad (9)$$

а соотношение площадей, занимаемых дисперсионной средой и сечениями дисперсных частиц («плоский аналог» водоцементного отношения)

$$(w/c)^* = (1 - S_C)/S_C$$
. (10)
Таким образом, задаваясь гранулометрическим составом

дисперсной фракции $f(\mathbf{R})$ и водоцементным (массовым) отношением w/c, можно вычислить не только объемную концентрацию частиц в дисперсной системе N_v , но также и соответствующие характеристики плоского сечения системы: N_s – количество сечений в единице площади и $g(\mathbf{r})$ – их распределение по размеру. Коэффициенты заполнения площади (суммарная площадь сечений S_c) и объема (суммарный объем частиц V_c) не должны отличаться друг от друга (это отмечается многими исследователями, а также доказано нами аналитически для целого ряда распределений). Поэтому отношение $(w/c)^*$ площадей, занимаемых в сечении рассматриваемыми фазами дисперсионной системы, легко находится путем умножения массового водоцементного отношения на соотношение удельных плотностей этих фаз.

На рис. 1 приведены примеры, рассчитанные с помощью (8) для некоторых исходных функций, иллюстрирующие качественное соотношение распределений $f(\mathbf{R})$ и $g(\mathbf{r})$.

Как и следовало ожидать, распределение размеров сечений, по сравнению с исходной функцией распределения размеров частиц, расширяется влево (до нулевого размера). В связи с этим, такие параметры распределения, как мода и математическое ожидание, также могут смещаться влево (что и утверждается в [2]). Однако если в исходном распределении превалируют частицы малых размеров (пример 1b), оба



Рис. 1. Соотношение функции *f* распределения размера *R* исходного набора дисперсных частиц (непрерывная линия) и функции *g* распределения размера *r* их плоских сечений (точечная линия): a, b, c, d – примеры для различных исходных распределений; размеры *R*, *r* – в условных единицах; функции масштабированы как плотность вероятности.

параметра сместятся уже вправо – что вполне объяснимо, поскольку малые частицы сравнительно чаще вовсе не попадают в секущую плоскость.

Все представленные примеры распределений g(r) рассчитаны аналитически – для чего понадобилось использование функций типа натурального логарифма и гиперболического арккосинуса (разумеется, со сложными аргументами). Они демонстрируют возможность удобной численной обработки любых эмпирических исходных распределений, задаваемых в виде гистограмм (пример 1*a*) или полигонов частот (примеры 1*c*, 1*d*).

Решение обратной задачи

Приведенные выше соотношения, полученные при решении прямой задачи, очевидно необходимы, но недостаточны для решения обратной задачи. Дополнительно, поэтому, предлагается алгоритм, иллюстрированный рисунком 2, который заключается в последовательном удалении, из исходного набора, частиц определенного размера (начиная с больших частиц) и анализе влияния этого действия на распределение размера сечений.

Разбиваем исходный набор частиц на группы 1 и 2 («больших» и «меньших»), произвольным образом выбрав \mathbf{R}_1 . Конечно же, «меньшие» частицы никак не влияют на функцию распределения $\mathbf{g}(\mathbf{r})$ в интервале $\mathbf{r}_1 \leq \mathbf{r} \leq \mathbf{r}_{\max}$ ($\mathbf{r}_1 = \mathbf{R}_1$), потому функция $\mathbf{g}_1(\mathbf{r})$, представляющая собой парциальный вклад «бо́льших» частиц в исходную функцию $\mathbf{g}(\mathbf{r})$, совпадает с ней на данном интервале. Полагая, что распределение $\mathbf{f}(\mathbf{R})$ в пределах $(\mathbf{r}_1;\mathbf{r}_{\max}]$ известно, с помощью (8) можно найти $\mathbf{g}_1(\mathbf{r})$, а затем и $\mathbf{g}_2(\mathbf{r}) = \mathbf{g}(\mathbf{r}) - \mathbf{g}_1(\mathbf{r})$ во всем диапазоне размеров. Вы-

числяя $\boldsymbol{g}_1(\boldsymbol{r}_1) = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{r}_1)$, легко убедиться, что соотношение объемной N_V и «плоской» N_S концентраций, определяемое (7), не изменится, если эти величины вычислять для парциальной группы частиц. Поскольку для всех значений $\boldsymbol{r} \geq \boldsymbol{r}_1$ будет выполнено условие $\boldsymbol{g}_2(\boldsymbol{r}) = 0$, все приведенные рассуждения будут справедливы и в отношении некоторой новой группы частиц, если ее определить условием $\boldsymbol{R}_2 \leq \boldsymbol{R} \leq \boldsymbol{R}_1$ и удалять затем из группы «меньших» частиц, оставшихся после первого этапа процедуры.

Далее, если для удаляемых частиц задавать достаточно узкие интервалы размера $\varepsilon = R_j - R_{j+1}$, где $j = \overline{0, J-1}$, а $J = R_{\text{max}}/\varepsilon$, то функцию f(R) в пределах такого интервала можно приближать константой, что позволит не только вычислить интеграл в выражении (8), но и найти эту константу. Так, если на первом этапе принять, что $f_1(R) \simeq C_1 = const$ в интервале $R_1 < R \le R_{\text{max}}$, и $f_1(R) = 0$ вне него, то $g_1(r_1) = g(r_1) =$ $= (R_1/\overline{R}) \cdot \lim_{X \to R_1+0} \int_{0}^{R_{\text{max}}} C_1(R^2 - r^2)^{-1/2} dR = (11)$

$$= (C_1 R_1 / \overline{R}) Arch(R_{\max} / R_1),$$

$$C_1 = (\overline{R} / R_1) \cdot g(r_1) / Arch(R_{\max} / R_1), \quad (12)$$

Выполняя очередные итерации аналогичным образом, можно приближенно вычислить все отсчеты C_j искомого распределения.



Рис. 2. Изменение распределения размера сечений при удалении из исходного набора группы частиц: 0 – исходная функция (распределение размера сечений полного набора); 1 – распределение размера частиц группы 1 (бо́льших); 2 – распределение размера частиц группы 2 (меньших).

Представив искомое распределение его приближением $f^{*}(\mathbf{R}) \approx f(\mathbf{R})$ вида

$$\boldsymbol{f}^{*}(\boldsymbol{R}) = \sum_{j=1}^{J} \boldsymbol{C}_{j} \cdot \left[\boldsymbol{U}_{+}(\boldsymbol{R}_{j}) - \boldsymbol{U}_{+}(\boldsymbol{R}_{j-1}) \right], \quad (13)$$

где R_j и R_{j-1} - границы интервала, в котором функция принимает значение C_j (причем $R_0 = R_{max}$, а $R_J = r_{min} = 0$); $U_+(\bullet)$ - ступенчатая ассиметричная единичная функция, сформулируем найденную рекуррентную процедуру

$$C_{j} = \frac{g(R_{j}) \cdot R}{R_{j} \cdot \operatorname{Arch}(R_{j-1}/R_{j})} - \frac{R_{j} \cdot \sum_{m=1}^{j-1} C_{m} \ln \left[\left(R_{m-1} + \sqrt{R_{m-1}^{2} - R_{j}^{2}} \right) / \left(R_{m} + \sqrt{R_{m}^{2} - R_{j}^{2}} \right) \right]}{R_{j} \cdot \operatorname{Arch}(R_{j-1}/R_{j})}$$
(14)

Здесь $C_0 \equiv 0$, а m < j, поэтому в случае j = 1 сумма в числителе не подсчитывается.

Поскольку до установления распределения $f(\mathbf{R})$ величина $\overline{\mathbf{R}} = \mathbf{M}\mathbf{R}$ неизвестна, то ее можно принять любой (например, равной \mathbf{R}_0) и вычислять искомую функцию с точностью до постоянного (масштабного) множителя $\mathbf{k} = \mathbf{R}_0 / \overline{\mathbf{R}}$, значение которого может быть найдено затем из условия нормировки вероятностных распределений:

Строительство и архитектура

$$\int_{0}^{R} \mathbf{k} \cdot \mathbf{f}^{*}(\mathbf{R}) d\mathbf{R} = \varepsilon \cdot \sum_{j=1}^{J} \mathbf{k} C_{j} = \mathbf{k}. \quad (15)$$

Точность ступенчатого приближения распределения $f^*(\mathbf{R}) \approx f(\mathbf{R})$ полностью определяется выбором ширины интервала $\varepsilon = \mathbf{R}_{j+1} - \mathbf{R}_j$, и может ограничиваться лишь конечной разрядностью представления чисел и вычислений. Некоторые из отсчетов C_j могут принять значение, близкое или равное нулю (в частности, это характерно при $j \rightarrow J$, т.е. $\mathbf{R} \rightarrow 0$, – и в таком случае вычисления логично прекратить). Отрицательные же значения C_j в середине размерного диапазона дисперсных частиц не имеют ни физического, ни математического смысла, поэтому их устойчивое появление будет, скорее всего (если исключены ошибки в вычислениях), свидетельствовать о некорректности исходного распределения сечений, как физически невозможного ни в одной из реальных систем.

Конечно, полагая $\varepsilon \to 0$, из (14) можно получить и интегральное уравнение соответствующего вида, но это представляется нецелесообразным по двум причинам. Во-первых, такое уравнение будет аналитически точно разрешимым лишь для весьма ограниченного класса функций (вряд ли типичных для реальных дисперсных систем). Численные же процедуры решения принципиально не отличаются от описанной выше и имеют сходные проблемы точности. Во-вторых, исходные данные задачи, получаемые экспериментально, представляются, как правило, также в виде ступенчатой функции (гистограммы распределения), простая аналитическая аппроксимация которой не всегда возможна.

Вестник Брестского государственного технического университета. 2005. №2

габлица 1. Распределение по размерам зерен порошка и их сечений в плоском срезе дисперсной системы (паста Портландцемента										цемента 115
Диапазон диаметров, <i>мкм</i>	менее 2	2 - 4	4 – 6	6 – 8	8 – 10	10 - 12	12 – 14	14 – 16	16 – 18	18 - 20
Массовая доля зерен	-	0,162	0,136	0,125	0,075	0,095	0,064	0,056	0,053	0,044
Количественная доля зерен	-	0,7659	0,1484	0,0507	0,0144	0,0100	0,0041	0,0023	0,0015	0,0009
Количественная доля сечений в плоском срезе	0,1937	0,5170	0,1518	0,0634	0,0274	0,0181	0,0095	0,0062	0,0042	0,0029
Диапазон диаметров, <i>мкм</i>	20 - 22	22 – 24	24 – 26	26-28	28 - 30	30 - 32	32 - 34	34 - 36	36 - 38	более 38
Диапазон диаметров, <i>мкм</i> Массовая доля зерен	20 – 22 0,041	22 – 24 0,036	24 - 26 0,036	26- 28 0,021	28 – 30 0,015	30 – 32 0,015	32 – 34 0,012	34 – 36 0,003	36 – 38 0,010	более 38 -
Диапазон диаметров, <i>мкм</i> Массовая доля зерен Количественная доля зерен	20 - 22 0,041 0,00063	22 – 24 0,036 0,00042	24 – 26 0,036 0,00033	26- 28 0,021 0,00015	28 - 30 0,015 0,00009	30 - 32 0,015 0,00007	32 - 34 0,012 0,00005	34 - 36 0,003 0,00001	36 – 38 0,010 0,00003	более 38 -

Определив величину \overline{R} , легко связать объемную концентрацию дисперсных частиц с концентрацией их плоских сечений: $N_V = N_S / (2\overline{R})$. Концентрация N_S и соотношение $(w/c)^*$ находятся непосредственно в процессе цифровой обработки изображения плоского среза, полученного электронной микроскопией. Связь между ними определена выра-

тронной микроскопией. Связь между ними определена выражениями (9) и (10), которые можно использовать для проверки корректности экспериментальных данных, а также – если непосредственно задана лишь одна из этих характеристик – для вычисления другой.

Исследование структурно-топологических характеристик цементных паст

Верификация найденных соотношений прямой и обратной задач выполнялась с использованием некоторых результатов экспериментальных исследований цементных паст.

Приведенный в [2] гранулометрический состав зерен порошка портландцемента 115 (характеристика V1) задан таблично в виде массовой доли зерен в диапазоне диаметров 2...38 мкм с интервалами шириной 2 мкм. Из массовых (они же объемные) долей, путем пересчета через объем зерен данного размера (приближаемых сферами), были получены количественные доли частиц. Соответствующие числовые данные представлены в таблице 1, а на рисунке 3 сплошной линией построена гистограмма относительных частот эмпирического распределения $f(\mathbf{R})$.

Поскольку заданное распределение нельзя аппроксимировать подходящей несложной функцией, решение задачи (характеристика S1 – пунктирная линия на рис. 3) найдено путем применения процедуры (8) к каждому столбцу гистограммы с последующим суммированием рассчитанных составляющих (см. также пример на рис. 1*a*). В связи с большим (3-4 порядка) размахом относительных частот, приведен также (см. рис. 3*b*) увеличенный фрагмент полных распределений для среднего участка размерного диапазона.

Корректность вычислений проверялась путем определения площади под полученной кривой, которая оказалась равной единице с точностью лучше 10⁻³. Расчет площади по каждому отдельному интервалу размера позволил также дополнить таблицу 1 строкой полезных сравнительных данных.

Распределение размера сечений, ожидаемым образом, лишь в общих чертах повторяет исходное распределение размера зерен. Наглядно обращают на себя внимание также следующие особенности:

- максимум функции распределения размера сечений, по сравнению с исходным, значительно уменьшился (примерно с 0,77 до 0,59), а его мода сместилась влево (однако, математическое ожидание радиуса сечения составило 1,94 мкм, что несколько превышает средний радиус зерна, равный 1,90 мкм);
- распределение размера сечений распространилось влево вплоть до значений r→0, а в области средних и больших размеров оно имеет большую, чем распределение размеров зерен, частоту;
- рассчитанное распределение теряет гладкость на границах размерных интервалов, в особенности при резком изменении частот гистограммы, что обусловлено исключительно конечной точностью используемых эмпирических данных. Использова соступоновия (1) (2) (7) (0) и (10) вля типии

Используя соотношения (1)-(3), (7), (9) и (10), для типичных значений водоцементного массового отношения (характеристика V2) определены: количественные (без учета размера) концентрации зерен в объеме и сечений в плоскости шлифа, а также соотношение площадей, занимаемых в сечении дисперсионной средой и сечениями зерен (характеристика

S2). Для сравнительного анализа рассчитано также $(w/c)_V$

– объемное соотношение фаз воды и цементного порошка (средняя удельная плотность которого принята равной 3,2 г / см 3), полученные данные сведены в таблицу 2.

Заметим, что величина $(w/c)^*$, определяемая в срезе, полностью идентична величине объемного (не учитывающего плотности фаз) соотношения $(w/c)_V$. Так как мы имеем и аналитическое доказательство такого равенства, это совпадение дополнительно подтверждает как достоверность предложенного метода решения прямой задачи, так и корректность

выполненных расчетов. Ввиду недоступности аналогичных по надежности эмпирических данных о распределениях размеров сечений в плоских шлифах цементных паст, в качестве исходных данных обратной задачи, с целью проверки достоверности метода ее решения, были приняты указанные выше результаты решения прямой задачи. Применение процедуры (14) непосредственно к характеристике S1 (расчетной кривой на рис. 3) позволило вычислить характеристику V1 – распределение размеров зерен, представленное на рисунке 4.

Нетрудно убедиться, что процедура восстановления корректна, а некоторые отличия полученной зависимости от первоначальной гистограммы (соответствующей таблице 1) обусловлены двумя факторами:



Рис. 3. Распределение размеров зерен порошка портландцемента 115 (гистограмма, полученная по экспериментальным данным [3]), а также их сечений в плоском шлифе (кривая, получаемая в результате расчета): а – распределение в полном диапазоне размеров (условного радиуса); b – увеличенный фрагмент на среднемучастке размерного диапазона.

Вестник Брестского государственного технического университета. 2005. №2

dbi (lideid 110	ды (паста портландцемент 115)									
Водоцементно	Водоцементное отношение		нтрация	Соотношение плошалей, занимаемых						
массовое	объемное	зерен, м ⁻³	сечений, M^{-2}	в срезе средой (водой) и сечениями						
(w/c)	$(w/c)_V$	N_{V}	N _s	(w/c)*						
0,30	0,96	6,8773 E+15	2,6193 E+10	0,9600						
0,35	1,12	6,3583 E+15	2,4216 E+10	1,1200						
0,40	1,28	5,9121 E+15	2,2517 E+10	1,2800						
0,45	1,44	5,5244 E+15	2,1040 E+10	1,4400						

Таблица 2. Взаимосвязь водоцементных характеристик и параметров концентрации в объеме и плоском срезе дисперсной среды (паста Портландцемент 115)



Рис. 4. Распределение размеров зерен, восстановленное с помощью обратной процедуры (сплошная линия) – в сравнении с первоначальным распределением (пунктирная линия); зависимости приведены для диапазона меньших размеров.

- выбранной при расчетах шириной интервала размера $\varepsilon = \mathbf{R}_{j+1} \mathbf{R}_j = 0,1$ мкм, что и предопределило аналогичную погрешность по оси абсцисс;
- резким изменением относительной частоты распределений в области размера 2 мкм, что повлияло на отклонение от «ступеньки» гистограммы в интервале 1-2 мкм (впрочем, оно невелико, а в середине интервала отсутствует; преобразование же вычисленной кривой к виду гистограммы вообще даст результат, практически идентичный первоначальному распределению).

Расчеты водоцементного отношения (характеристики V2), и концентраций N_S , N_V здесь не приводятся по причине их очевидной избыточности, так как соответствие распределений является, конечно, более мощным критерием достоверности предложенной методики.

Выводы

Установлены закономерности взаимосвязи важнейших структурно-топологических характеристик дисперсных си-

стем, представленных статистическими моделями в сферическом приближении дисперсных частиц – распределения частиц по размерам и соотношение объемов (масс) дисперсионной среды и частиц – с аналогичными характеристиками, определяемыми путем анализа плоских сечений таких систем.

Закономерности прямой связи объемных и плоскостных характеристик сформулированы в виде уравнений, содержащих функционалы (вычисляемые интегралы) от распределения размера дисперсных частиц.

Закономерности обратной связи плоскостных и объемных характеристик сформулированы в виде соотношения типа интегрального уравнения, содержащих известное распределение размера сечений частиц и неизвестное распределение размера самих частиц, которое допускает аппроксимацию его рекуррентными уравнениями.

Коэффициент заполнения плоского среза дисперсной системы сечениями частиц в точности равен объемному коэффициенту заполнения системы дисперсными частицами (очевидно, аналогичное утверждение справедливо и в отношении порового пространства). Разработаны эффективные вычислительные процедуры для расчета распределения размера сечений в плоском срезе системы по заданному (объемному) гранулометрическому составу дисперсных частиц и, наоборот, объемного распределения – по известному «плоскому». Исходные данные могут задаваться как в аналитической форме, так и в виде статистических эмпирических результатов – гистограмм и полигонов частот.

Достоверность установленных закономерностей и корректность вычислительных процедур подтверждена на примере цементных паст с известными эмпирическими характеристиками, заимствованными из надежных источников.

Предложенная методика может непосредственно использоваться для определения (восстановления) объемных структурно-топологических характеристик различных дисперсных систем на основе данных, получаемых методами растровой электронной или оптической микроскопии плоских шлифов твердотельных образцов дисперсной системы.

УДК 539.319

Кофанов В.А., Никитин В.И.

ОЦЕНКА ТЕМПЕРАТУРНО-ВЛАЖНОСТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ДВУХСЛОЙНОЙ ОГРАЖДАЮЩЕЙ КОНСТРУКЦИИ ЭКСПЛУАТИРУЕМОЙ В КЛИМАТИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ ГОРОДА БРЕСТА

введение

Очень часто наружные стены зданий выполнены с использованием цементосодержащих защитно-отделочных покрытий. В результате сложного взаимодействия этих покрытий с окружающей средой и материалом защищаемой конструкции они довольно быстро теряют способность выполнять свои функции и разрушаются с наружной поверхности или отслаиваются по ослабленным зонам.

Считается [1, 2 и др.], что для обеспечения длительной совместной работы стыкуемых материалов конструкции в заданных условиях эксплуатации они должны быть близкими по своим свойствам. Однако при этом достаточно сложно ответить на вопрос о том, в какой мере и какие свойства соединяемых материалов должны совпадать.

Деградация капиллярно-пористых материалов ограждающих конструкций тесно связана с их температурновлажностным и напряженно деформированным состояниями, которые формируются в толще конструкции при нестационарных процессах переноса тепла и влаги. Поэтому долговечность совместной работы соединяемых материалов слоистой конструкции при заданных условиях эксплуатации, в основном, будут определятся соотношением показателей, отражающих их теплотехнические, физико-механические и капиллярные свойства, а также толщиной слоев.

В данной работе расчетным путем с помощью разработанных нами моделей [3, 4], выполнена оценка влияния отмеченных факторов на температурно-влажностное и напряженнодеформированное состояние выбранной двухслойной ограждающей конструкции, эксплуатируемой в климатических условиях г. Бреста. В указанные модели были введены дополнительные зависимости, учитывающие влияние атмосферных осадков.

ОСОБЕННОСТИ УЧЕТА ВЛИЯНИЯ АТМОСФЕРНЫХ ОСАДКОВ

Для учета влияния атмосферных осадков на влагосодержание материалов ограждающих конструкций необходимо располагать данными о количестве жидкой влаги, попадающей на поверхность ограждения во время дождя. Количество жидкой влаги, попадающей на эту поверхность, зависит от Результаты настоящего исследования, кроме того, имеют важнейшее значение для обеспечения адекватности двухмерных представлений при имитационном моделировании кинетики физико-химических и структурных превращений в сложных объектах с неупорядоченной топологией, в том числе – в дисперсных системах и композитных материалах.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- Н.Б. Урьев. Структурированные дисперсные системы // Соросовский образовательный журнал.- 1998, № 6.- С. 42-47.
- Bentz D.P. Three-dimension computer-simulation of Portlandcement hydration and microstructure development // Journal of the American Ceramic Society. - 1997, Vol. 80, No 1. - P. 5-21.
- Scrivener K.L. Backscattered electron imaging of cementitious microstructures: understanding and quantification // Cement & Concrete Composites. - 2004, Vol. 26. - P.935-945.

интенсивности дождевого потока на эту поверхность, который в свою очередь зависит от различных факторов, среди которых следует отметить скорость ветра и положение поверхности ограждения относительно поверхности земли.

Интенсивность дождевого потока на вертикальную поверхность материала g_{wv} будем определять по формуле:

$$g_{wv} = \kappa \cdot g_{wh}, \qquad (1)$$

где g_{wh} – интенсивность дождевого потока на горизонтальную поверхность материала, кг/(м²·с);

 κ – переходной коэффициент, учитывающий соотношение между g_{wv} и g_{wh} и принимающий значение от 0 до 1. По данным работы [5] значение этого коэффициента для г. Бреста равно 0,6.





Количество жидкой влаги, поглощаемой через наружную поверхность, определяется с использованием коэффициента сорбции воды А кг/(м²·c^{0.5}) [6], который вычисляется по экспериментальным данным одномерного капиллярного впитывания воды сухими образцами материала. Типичное графическое

Кофанов Валерий Анатольевич, аспирант кафедры строительной механики Брестского государственного технического университета.

Никитин Вадим Иванович, доктор технических наук, профессор Политехники Белостоцкой (Республика Польша) и Брестского государственного технического университета.

Беларусь, БГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.