

Теорема 3. Оптимальная оценка погрешности для метода (3) при условии $\alpha > 0$ в энергетической норме имеет вид (7) и получается при n_{opt} из (6).

Замечание 2. Из неравенства (7) вытекает, что оптимальная оценка погрешности не зависит от параметра α . Но n_{opt} зависит от α и, поскольку на α нет ограничений сверху ($\alpha > 0$), то за счёт выбора α можно получить $n_{opt} = 1$, т.е. оптимальная оценка погрешности будет достигаться уже на первом шаге итераций. Для этого достаточно взять $\alpha_{opt} = 2^{-5/2} 3^{-2} \delta^{-3} \|x\|^3$.

Рассмотрим вопрос о том, когда из сходимости в энергетической норме следует сходимость в обычной норме гильбертова пространства H . Очевидно, для этого достаточно, чтобы при некотором фиксированном ε ($0 < \varepsilon < \|A\|$) было $P_\varepsilon x = 0$, $P_\varepsilon x_{n,\delta} = 0$, где

$$P_\varepsilon = \int_0^\varepsilon \lambda dE_\lambda. \text{ Так как } x_{n,\delta} = A^{-1} \left[E - (E + \alpha A^2)^{-n} \right] y_\delta, \text{ то}$$

для выполнения последнего из указанных условий должно выполняться условие $P_\varepsilon y_\delta = 0$. Таким образом, если решение x и приближенная правая часть y_δ такова, что $P_\varepsilon x = 0$ и $P_\varepsilon y_\delta = 0$, то из сходимости $x_{n,\delta}$ к x в энергетической норме вытекает сходимость в исходной норме гильбертова пространства H и, следовательно, для сходимости в исходной норме пространства H не требуется искообразной представимости точного решения.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Bialy, H. Iterative Behandlung linearer Funktionsgleichungen / H. Bialy // Arch. Ration. Mech. and Anal. – 1959. – Vol. 4, № 2. – P. 166–176.
2. Савчук, В.Ф. Об одном неявном итеративном методе решения операторных уравнений / В. Ф. Савчук, О. В. Матысик // Доклады НАН Беларуси. – 2005. – Т. 49, № 4. – С. 38–42.
3. Матысик, О.В. Априорный выбор числа итераций в итерационной процедуре неявного типа решения линейных / О.В. Матысик, Н.А. Дерачиц // Вестник Брестского технического университета. – 2010. – № 5. – С. 68–71.
4. Вайникко, Г.М. Итерационные процедуры в некорректных задачах / Г.М. Вайникко, А.Ю. Веретенников. – М.: Наука, 1986. – 178 с.

Материал поступил в редакцию 19.02.11

MATYSIK O.V., DERACHIC N.A. Convergence the implicite iteration procedure of the decision incorrect problems in Hilbert space

In the Hilbert space for solving operator equations of type I with affirmative limited and self-conjugate operator the implicite iteration procedure is proposed. The case of non-uniqueness of solving operator equation is investigated. It is shown, that in this case the iteration method converges to the decision with the minimal norm. In energy norm of Hilbert space for the proposed method convergence is proved and apriori estimations of this method error have been received.

УДК 624.01

Джигило А.В., Жук В.В., Захаркевич И.Ф., Игнатюк В.И., Черноиван Н.В.

К РАСЧЕТУ ПАРАМЕТРОВ СНЕГОВОЙ НАГРУЗКИ, РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ПО КОСИНУСОИДАЛЬНОЙ ЗАВИСИМОСТИ, НА ПОКРЫТИЯ КРУГОВОГО ОЧЕРТАНИЯ

Введение. Рассматривается действие снеговой нагрузки на поверхности покрытий круговой цилиндрической формы, образованные, например, применением сегментных деревянных ферм (рис. 1), верхний пояс которых имеет круговое очертание.

Согласно СНиП [1], снеговая нагрузка на своды и близкие к ним по очертанию покрытия в одном из вариантов изменяется по зависимости:

$$q_x = q^* \cos 1,8\varphi_x, \tag{1}$$

где φ_x – угол наклона касательной к поверхности покрытия (рис. 1);

q^* – наибольшее значение нагрузки (при $x = \ell/2$). Данное распределение снеговой нагрузки (1) справедливо при $\varphi < 50^\circ$.

При расчете покрытий, несущими конструкциями которых являются фермы, возникает необходимость вычисления узловых сосредоточенных нагрузок. Для вычисления этих узловых сил нужно знать равнодействующие нагрузок между соседними узлами и точки их приложения.

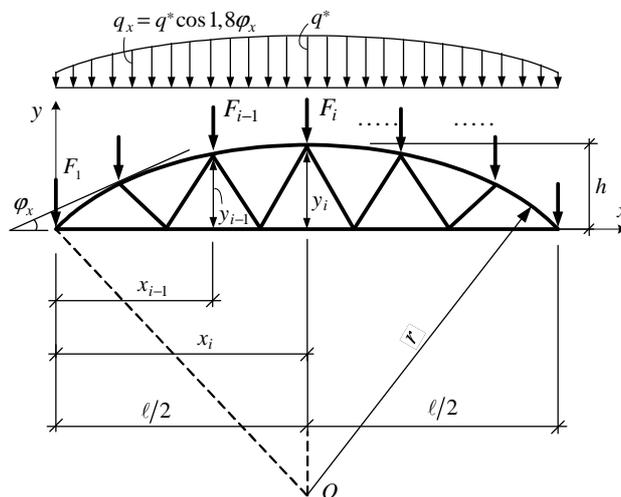


Рис. 1. Расчетная схема фермы

Джигило А.В., студент Брестского государственного технического университета.

Жук Василий Васильевич, к.т.н., доцент кафедры строительных конструкций Брестского государственного технического университета.

Захаркевич Иван Филиппович, к.т.н., доцент кафедры строительных конструкций Брестского государственного технического университета.

Игнатюк Валерий Иванович, к.т.н., доцент, зав. кафедрой строительной механики Брестского государственного технического университета.

Черноиван Николай Вячеславович, к.т.н., доцент кафедры сопротивления материалов и теоретической механики Брестского государственного технического университета.

Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

При расчете покрытий, несущими конструкциями которых являются фермы, возникает необходимость вычисления узловых сосредоточенных нагрузок. Для вычисления этих узловых сил нужно знать равнодействующие нагрузок между соседними узлами и точки их приложения.

Расчет равнодействующей нагрузки, действующей на произвольный участок. Угол наклона касательной к поверхности покрытия, изменяющегося по круговому закону, определяется зависимостью [2]

$$\varphi_x = \arccos \sqrt{1 - \left(\frac{\ell}{2r} - \frac{x}{r}\right)^2}, \quad (2)$$

где r – радиус соответствующей окружности, вычисляемый по выражению

$$r = \frac{\ell^2 + 4h^2}{8h}, \quad (3)$$

ℓ и h – пролет и высота покрытия (рис. 1).

С учетом (2) изменение снеговой нагрузки для кругового покрытия будет характеризоваться выражением

$$q_x = q^* \cos \left(1,8 \arccos \sqrt{1 - \left(\frac{\ell}{2r} - \frac{x}{r}\right)^2} \right). \quad (4)$$

Равнодействующая такой нагрузки на произвольном участке ($x_n \leq x \leq x_k$) определяется интегралом

$$R_q = \int_{x_n}^{x_k} q(x) dx = q^* \int_{x_n}^{x_k} \cos \left(1,8 \arccos \sqrt{1 - \left(\frac{\ell}{2r} - \frac{x}{r}\right)^2} \right) dx \quad (5)$$

Для удобства его вычисления введем замену

$$\frac{\ell}{2r} - \frac{x}{r} = \sin t,$$

в соответствии которой получим

$$x = \frac{\ell}{2} - r \sin t; \quad dx = -r \cos t dt.$$

В результате выражение для равнодействующей (5) получим в виде

$$\begin{aligned} R_q &= -q^* r \int_{x_n}^{x_k} \cos \left(1,8 \arccos \sqrt{1 - \sin^2 t} \right) \cos t dt = \\ &= -q^* r \int_{x_n}^{x_k} \cos [1,8 \arccos (\cos t)] \cos t dt = \\ &= -q^* r \int_{x_n}^{x_k} \cos 1,8t \cos t dt. \end{aligned}$$

Применяя для произведения косинусов двух углов формулу [2]

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos (\alpha + \beta) + \cos (\alpha - \beta)],$$

последнее выражение преобразуем к виду:

$$R_q = -\frac{1}{2} q^* r \int_{x_n}^{x_k} [\cos 2,8t + \cos 0,8t] dt.$$

Теперь интеграл легко вычисляется:

$$R_q = -\frac{1}{2} q^* r \left[\frac{1}{2,8} \sin 2,8t + \frac{1}{0,8} \sin 0,8t \right]_{x_n}^{x_k}.$$

Учитывая, что в соответствии с (5) $t = \arcsin \left(\frac{\ell}{2r} - \frac{x}{r} \right)$, по-

лучим выражение для равнодействующей снеговой нагрузки на произвольном участке в виде:

$$\begin{aligned} R_q &= -\frac{1}{2} q^* r \left\{ \frac{1}{2,8} \sin \left[2,8 \arcsin \left(\frac{\ell}{2r} - \frac{x}{r} \right) \right] + \right. \\ &+ 1,25 \sin \left[0,8 \arcsin \left(\frac{\ell}{2r} - \frac{x}{r} \right) \right] \Big|_{x_n}^{x_k} = \\ &= -\frac{1}{2} q^* r \left\{ \frac{1}{2,8} \sin \left[2,8 \arcsin \left(\frac{\ell}{2r} - \frac{x_k}{r} \right) \right] - \right. \\ &- \frac{1}{2,8} \sin \left[2,8 \arcsin \left(\frac{\ell}{2r} - \frac{x_n}{r} \right) \right] + \\ &+ 1,25 \sin \left[0,8 \arcsin \left(\frac{\ell}{2r} - \frac{x_k}{r} \right) \right] - \\ &\left. - 1,25 \sin \left[0,8 \arcsin \left(\frac{\ell}{2r} - \frac{x_n}{r} \right) \right] \right\}. \quad (6) \end{aligned}$$

Полную равнодействующую снеговой нагрузки рассматриваемого вида на всем участке ее действия (от 0 до ℓ) получим, приравняв $x_k = 0$, а $x_n = \ell$:

$$R_{q^i} = q^* r \left[\frac{1}{2,8} \sin \left(2,8 \arcsin \frac{\ell}{2r} \right) + 1,25 \sin \left(0,8 \arcsin \frac{\ell}{2r} \right) \right].$$

Величину равнодействующей нагрузки на i -ю панель фермы, представленной на рис. 1, между узлами $i-1$ и i (рис. 2), получим по выражению (6), подставив вместо x_n и x_k ординаты соответствующих узлов x_{i-1} и x_i :

$$\begin{aligned} R_{q^i} &= -\frac{1}{2} q^* r \left\{ \frac{1}{2,8} \sin \left[2,8 \arcsin \left(\frac{\ell}{2r} - \frac{x_i}{r} \right) \right] - \right. \\ &- \frac{1}{2,8} \sin \left[2,8 \arcsin \left(\frac{\ell}{2r} - \frac{x_{i-1}}{r} \right) \right] + \\ &\left. + 1,25 \sin \left[0,8 \arcsin \left(\frac{\ell}{2r} - \frac{x_i}{r} \right) \right] - 1,25 \sin \left[0,8 \arcsin \left(\frac{\ell}{2r} - \frac{x_{i-1}}{r} \right) \right] \right\}. \quad (7) \end{aligned}$$

Определение положения равнодействующей. Для определения точки приложения равнодействующей вычислим момент нагрузки на участке относительно начала координат O (рис. 2).

$$M_{oi} = \int_{x_{i-1}}^{x_i} x dR_q = \int_{x_{i-1}}^{x_i} q x dx = q^* \int_{x_{i-1}}^{x_i} x \cos \left(1,8 \arccos \sqrt{1 - \left(\frac{\ell}{2r} - \frac{x}{r}\right)^2} \right) dx$$

Вводя замену (5), получим

$$\begin{aligned} M_{oi} &= -q^* r \int_{x_{i-1}}^{x_i} \left(\frac{\ell}{2} - r \sin t \right) \cos (1,8t) \cos t dt = \\ &= \left[-q^* r \int_{x_{i-1}}^{x_i} \cos (1,8t) \cos t dt \right] \cdot \frac{\ell}{2} + q^* r^2 \int_{x_{i-1}}^{x_i} \cos 1,8t \sin t \cos t dt. \end{aligned}$$

Учитывая, что выражение в квадратных скобках представляет собой равнодействующую нагрузки на участке – R_{q^i} (6), а произведение $\sin t \cdot \cos t = 0,5 \sin 2t$, получим

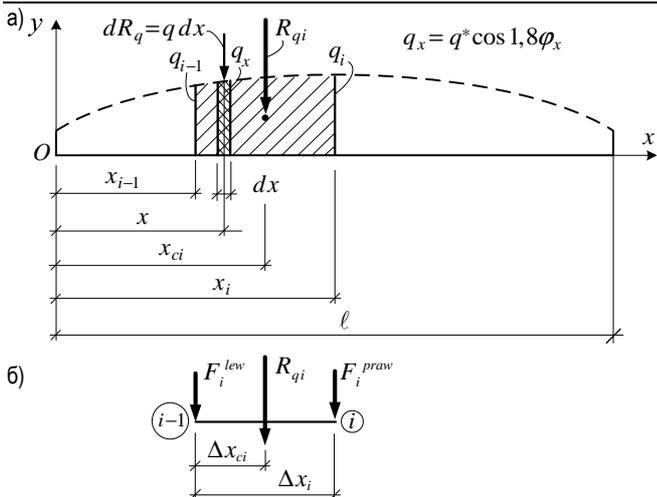


Рисунок 2

$$M_{oi} = R_{qi} \frac{\ell}{2} + \frac{1}{2} q^* r^2 \int_{x_{i-1}}^{x_i} \cos 1,8t \sin 2t dt.$$

Преобразовывая подынтегральное произведение по формуле [3]

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)],$$

получим

$$M_{oi} = R_{qi} \frac{\ell}{2} + \frac{1}{4} q^* r^2 \int_{x_{i-1}}^{x_i} [\sin 3,8t + \sin 0,2t] dt =$$

$$= R_{qi} \frac{\ell}{2} - \frac{1}{4} q^* r^2 \left[\frac{1}{3,8} \cos 3,8t + \frac{1}{0,2} \cos 0,2t \right]_{x_{i-1}}^{x_i}.$$

Учитывая, что $t = \arcsin\left(\frac{l}{2r} - \frac{x}{r}\right)$, после подстановки пределов интегрирования и несложных преобразований будем иметь

$$M_{oi} = R_{qi} \frac{\ell}{2} - \frac{q^* r^2}{15,2} \left\{ \cos \left[3,8 \arcsin \left(\frac{l}{2r} - \frac{x_i}{r} \right) \right] - \right. \\ \left. - \cos \left[3,8 \arcsin \left(\frac{l}{2r} - \frac{x_{i-1}}{r} \right) \right] \right\} - \\ - 1,25 q^* r^2 \left\{ \cos \left[0,2 \arcsin \left(\frac{l}{2r} - \frac{x_i}{r} \right) \right] - \right. \\ \left. - \cos \left[0,2 \arcsin \left(\frac{l}{2r} - \frac{x_{i-1}}{r} \right) \right] \right\}.$$

Момент нагрузки равен моменту равнодействующей R_{qi} (рис. 2. а)

$$M_{oi} = R_{qi} \cdot x_{ci},$$

откуда найдем положение точки приложения равнодействующей

$$x_{ci} = \frac{M_{oi}}{R_{qi}}.$$

Определение узловых сил. Теперь несложно определить и распределение равнодействующей между узловыми точками $i-1$ и i . Записав уравнения сумм моментов сил относительно этих узловых точек (рис. 2б), найдем:

$$F_i^{lew} = R_{qi} \frac{\Delta x_i - \Delta x_{ci}}{\Delta x_i} \quad F_i^{praw} = R_{qi} \frac{\Delta x_{ci}}{\Delta x_i}.$$

Узловые силы получим, учитывая воздействие нагрузки с обеих сторон от узлов

$$F_{i-1 yzl} = F_{i-1}^{praw} + F_i^{lew}; \quad F_{i yzl} = F_i^{praw} + F_{i+1}^{lew} \text{ и т.д.}$$

Заключение. Получены зависимости, которые позволяют преобразовать снеговую нагрузку, изменяющуюся по зависимости $q_x = q^* \cos 1,8\varphi_x$ и действующую на круговое покрытие, к системе сил в соответствии со структурой несущих конструкций покрытия.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Строительные нормы и правила. Нагрузки и воздействия: СНиП 2.01.07-85. – Введ. 01.01.1987. – М.: Госстрой СССР, 1987. – 36 с., с изменением № 1.
2. Бронштейн, И.Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев; под ред. Г.Г. Гроше и В. Циглера. – М.: Наука, 1981. – 720 с.

Материал поступил в редакцию 30.11.11

DJIGILO A.V., ZHUK V.V., ZAHARKEVICH I.F., IGNATIUK V.I., CHERNOIVAN N.V. To calculation of parametres of the proportioned on cosinusoidal association snow load operated on roof structures of a circle outline

Associations which allow to convert a snow load operating on a circle coating and varying on association $q_x = q^* \cos 1,8\varphi_x$, to system of forces according to configuration of roof structure are gained.

УДК 681.3: 634.04

Игнатюк В.И., Семенюк О.С.

ДЕФОРМИРОВАННЫЙ ВИД БЕСШАРНИРНЫХ КРУГОВЫХ АРОК, ЗАГРУЖЕННЫХ РАДИАЛЬНО НАПРАВЛЕННЫМИ РАВНОМЕРНО РАСПРЕДЕЛЁННЫМИ НАГРУЗКАМИ

Введение. На цилиндрические покрытия, расчёт которых может быть сведён к расчёту арочных систем, ветровые нагрузки действуют в радиальных направлениях [1]. Поэтому расчёт арок на радиально направленные равномерно распределённые нагрузки представляет интерес и актуален. В работе [2] для бесшарнирных арок

кругового очертания получены выражения усилий (изгибающих моментов, поперечных и продольных сил) в сечениях при действии указанных нагрузок. Здесь определяется деформированный вид таких систем.

Семенюк Ольга Сергеевна, студентка Брестского государственного технического университета. Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.