

Рисунок 2

$$M_{oi} = R_{qi} \frac{\ell}{2} + \frac{1}{2} q^* r^2 \int_{x_{i-1}}^{x_i} \cos 1,8t \sin 2t dt.$$

Преобразовывая подынтегральное произведение по формуле [3]

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)],$$

получим

$$M_{oi} = R_{qi} \frac{\ell}{2} + \frac{1}{4} q^* r^2 \int_{x_{i-1}}^{x_i} [\sin 3,8t + \sin 0,2t] dt =$$

$$= R_{qi} \frac{\ell}{2} - \frac{1}{4} q^* r^2 \left[\frac{1}{3,8} \cos 3,8t + \frac{1}{0,2} \cos 0,2t \right]_{x_{i-1}}^{x_i}$$

Учитывая, что $t = \arcsin\left(\frac{l}{2r} - \frac{x}{r}\right)$, после подстановки пределов интегрирования и несложных преобразований будем иметь

$$M_{oi} = R_{qi} \frac{\ell}{2} - \frac{q^* r^2}{15,2} \left\{ \cos \left[3,8 \arcsin \left(\frac{l}{2r} - \frac{x_i}{r} \right) \right] - \right. \\ \left. - \cos \left[3,8 \arcsin \left(\frac{l}{2r} - \frac{x_{i-1}}{r} \right) \right] \right\} - \\ - 1,25 q^* r^2 \left\{ \cos \left[0,2 \arcsin \left(\frac{l}{2r} - \frac{x_i}{r} \right) \right] - \right. \\ \left. - \cos \left[0,2 \arcsin \left(\frac{l}{2r} - \frac{x_{i-1}}{r} \right) \right] \right\}.$$

Момент нагрузки равен моменту равнодействующей R_{qi} (рис. 2. а)

$$M_{oi} = R_{qi} \cdot x_{ci},$$

откуда найдем положение точки приложения равнодействующей

$$x_{ci} = \frac{M_{oi}}{R_{qi}}.$$

Определение узловых сил. Теперь несложно определить и распределение равнодействующей между узловыми точками $i-1$ и i . Записав уравнения сумм моментов сил относительно этих узловых точек (рис. 2б), найдем:

$$F_i^{lew} = R_{qi} \frac{\Delta x_i - \Delta x_{ci}}{\Delta x_i} \quad F_i^{praw} = R_{qi} \frac{\Delta x_{ci}}{\Delta x_i}.$$

Узловые силы получим, учитывая воздействие нагрузки с обеих сторон от узлов

$$F_{i-1 yzl} = F_{i-1}^{praw} + F_i^{lew}; \quad F_{i yzl} = F_i^{praw} + F_{i+1}^{lew} \text{ и т.д.}$$

Заключение. Получены зависимости, которые позволяют преобразовать снеговую нагрузку, изменяющуюся по зависимости $q_x = q^* \cos 1,8\varphi_x$ и действующую на круговое покрытие, к системе сил в соответствии со структурой несущих конструкций покрытия.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Строительные нормы и правила. Нагрузки и воздействия: СНиП 2.01.07-85. – Введ. 01.01.1987. – М.: Госстрой СССР, 1987. – 36 с., с изменением № 1.
2. Бронштейн, И.Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев; под ред. Г.Г. Гроше и В. Циглера. – М.: Наука, 1981. – 720 с.

Материал поступил в редакцию 30.11.11

DJIGILO A.V., ZHUK V.V., ZAHARKEVICH I.F., IGNATIUK V.I., CHERNOIVAN N.V. To calculation of parametres of the proportioned on cosinusoidal association snow load operated on roof structures of a circle outline

Associations which allow to convert a snow load operating on a circle coating and varying on association $q_x = q^* \cos 1,8\varphi_x$, to system of forces according to configuration of roof structure are gained.

УДК 681.3: 634.04

Игнатюк В.И., Семенюк О.С.

ДЕФОРМИРОВАННЫЙ ВИД БЕСШАРНИРНЫХ КРУГОВЫХ АРОК, ЗАГРУЖЕННЫХ РАДИАЛЬНО НАПРАВЛЕННЫМИ РАВНОМЕРНО РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ НАГРУЗКАМИ

Введение. На цилиндрические покрытия, расчёт которых может быть сведён к расчёту арочных систем, ветровые нагрузки действуют в радиальных направлениях [1]. Поэтому расчёт арок на радиально направленные равномерно распределённые нагрузки представляет интерес и актуален. В работе [2] для бесшарнирных арок

кругового очертания получены выражения усилий (изгибающих моментов, поперечных и продольных сил) в сечениях при действии указанных нагрузок. Здесь определяется деформированный вид таких систем.

Семенюк Ольга Сергеевна, студентка Брестского государственного технического университета. Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

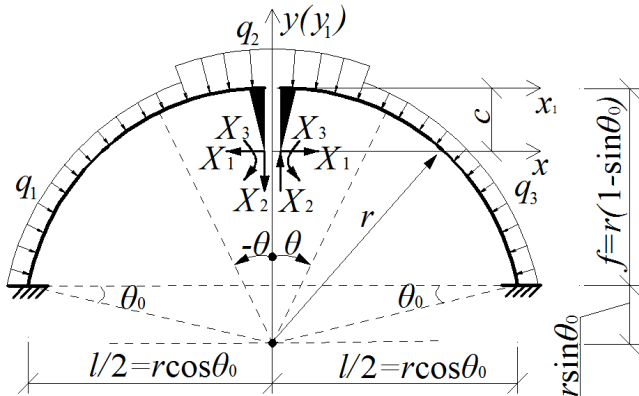


Рис. 1. Расчётная схема и основная система метода сил

Постановка задачи. Рассмотрим круговые арки постоянной жёсткости (рис. 1), нагруженные статическими радиально направленными равномерно распределёнными нагрузками.

Деформированный вид арок будет определён, если будут известны перемещения каждой из точек, лежащей на оси арки. Перемещения этих точек будут в общем случае происходить в произвольных направлениях, поэтому для их нахождения (и нахождения соответственно новых координат положения точек), необходимо определить отдельно составляющие этих перемещений на оси X и Y – Δ_x и Δ_y . Результирующее значение перемещения и его направление тогда можно будет найти по выражениям:

$$\Delta = \sqrt{(\Delta_x)^2 + (\Delta_y)^2}; \quad \text{tg}\varphi = \Delta_x / \Delta_y \quad (1)$$

Зависимости здесь удобнее получать в полярной системе координат (рис. 1). Соотношение между декартовой (x, y) и полярной (r, θ) системами координат имеет вид:

$$x = r \cdot \sin\theta; \quad y = c - r \cdot (1 - \cos\theta), \quad (2)$$

где $y_1 = -r(1 - \cos\theta)$; c – расстояние от верхней средней точки до упругого центра, определенное в [2].

Для определения перемещений будем использовать формулу Мора [3]:

$$\Delta_{\text{верт}} = \sum \int \frac{\bar{M}_i \cdot M ds}{EJ} + \sum \int \frac{\bar{Q}_i \cdot Q ds}{GA} + \sum \int \frac{\bar{N}_i \cdot N ds}{EA}, \quad (3)$$

где $\bar{M}_i, \bar{Q}_i, \bar{N}_i$ – выражения усилий в сечениях арки от действия единичной силы, приложенной в направлении (i -ом) искомого перемещения; M, Q, N – усилия в сечениях арки от внешней нагрузки, от действия которой определяются перемещения; EJ, GA, EA жёсткости сечений арки соответственно при изгибе, сдвиге и растяжении-сжатии; η – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения касательных напряжений по высоте сечений при изгибе.

Зависимости для усилий M, Q, N получены в работе [2] и имеют вид:

$$\begin{aligned} M^{\text{лев/прав}} &= \bar{M}_1 \cdot X_1 + \bar{M}_2 \cdot X_2 + \bar{M}_3 \cdot X_3 + M_p^{\text{лев/прав}}; \\ Q^{\text{лев/прав}} &= \bar{Q}_1 \cdot X_1 + \bar{Q}_2 \cdot X_2 + \bar{Q}_3 \cdot X_3 + Q_p^{\text{лев/прав}}; \\ N^{\text{лев/прав}} &= \bar{N}_1 \cdot X_1 + \bar{N}_2 \cdot X_2 + \bar{N}_3 \cdot X_3 + N_p^{\text{лев/прав}}; \end{aligned} \quad (4)$$

где $\bar{M}_1, \bar{Q}_1, \bar{N}_1; \bar{M}_2, \bar{Q}_2, \bar{N}_2; \bar{M}_3, \bar{Q}_3, \bar{N}_3$ – единичные усилия в основной системе метода сил от действия соответственно X_1, X_2, X_3 , равные:

$$\begin{aligned} \bar{M}_1 &= c - r(1 - \cos\theta); & \bar{Q}_1 &= \sin\theta; & \bar{N}_1 &= -\cos\theta; \\ \bar{M}_2 &= r \sin\theta; & \bar{Q}_2 &= -\cos\theta; & \bar{N}_2 &= -\sin\theta; \\ \bar{M}_3 &= 1; & \bar{Q}_3 &= 0; & \bar{N}_3 &= 0, \end{aligned} \quad (5)$$

$M_p^{\text{лев/прав}}, Q_p^{\text{лев/прав}}, N_p^{\text{лев/прав}}$ – усилия для левой и правой частей арки соответственно в основной системе метода сил от внешних нагрузок, определяемые выражениями:

$$\begin{aligned} M_p^{\text{прав}} &= \sum_{i=1}^{n_q^{\text{прав}}} q_i r^2 [\sin\theta(\sin\theta_i^k - \sin\theta_i^h) + \\ &+ \cos\theta(\cos\theta_i^k - \cos\theta_i^h)] + q_i r^2 (1 - \sin\theta \sin\theta_i^h - \cos\theta \cos\theta_i^h); \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} M_p^{\text{лев}} &= - \sum_{j=1}^{n_q^{\text{лев}}} q_j r^2 [\sin\theta(\sin\theta_j^k - \sin\theta_j^h) + \\ &+ \cos\theta(\cos\theta_j^k - \cos\theta_j^h)] + q_j r^2 (1 - \sin\theta \sin\theta_j^k - \cos\theta \cos\theta_j^k); \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} Q_p^{\text{прав}} &= - \sum_{i=1}^{n_q^{\text{прав}}} q_i r [\cos\theta(\sin\theta_i^k - \sin\theta_i^h) - \\ &- \sin\theta(\cos\theta_i^k - \cos\theta_i^h)] + q_i r (\cos\theta \sin\theta_i^h - \sin\theta \cos\theta_i^h); \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} Q_p^{\text{лев}} &= \sum_{j=1}^{n_q^{\text{лев}}} q_j r [\cos\theta(\sin\theta_j^k - \sin\theta_j^h) - \\ &- \sin\theta(\cos\theta_j^k - \cos\theta_j^h)] + q_j r (\cos\theta \sin\theta_j^k - \sin\theta \cos\theta_j^k); \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} N_p^{\text{прав}} &= - \sum_{i=1}^{n_q^{\text{прав}}} q_i r [\sin\theta(\sin\theta_i^k - \sin\theta_i^h) + \\ &+ \cos\theta(\cos\theta_i^k - \cos\theta_i^h)] - q_i r (1 - \sin\theta \sin\theta_i^h - \cos\theta \cos\theta_i^h); \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} N_p^{\text{лев}} &= - \sum_{j=1}^{n_q^{\text{лев}}} q_j r [\sin\theta(\sin\theta_j^k - \sin\theta_j^h) + \\ &+ \cos\theta(\cos\theta_j^k - \cos\theta_j^h)] + q_j r (1 - \cos\theta \cos\theta_j^k - \sin\theta \sin\theta_j^k). \end{aligned} \quad (11)$$

Неизвестные метода сил X_1, X_2, X_3 находятся из расчёта системы метода сил [3] и определены в работе [2].

Как известно, при определении перемещений в статически неопределимых системах необязательно все усилия в (5) определять в статически неопределимой системе. Одни из этих усилий ($\bar{M}_i, \bar{Q}_i, \bar{N}_i$ или M, Q, N) можно находить в любой статически определимой системе, полученной из заданной отбрасыванием "лишних связей" (в основной системе метода сил), чем и воспользуемся для упрощения расчёта. Усилия M, Q, N от внешних нагрузок в статически неопределимой системе уже известны. Поэтому в статически определимой системе будем находить усилия $\bar{M}_i, \bar{Q}_i, \bar{N}_i$ от действия единичных сил, приложенных в направлениях искомого перемещения. В качестве статически определимой системы используем основную систему метода сил, применяемую для расчёта усилий [2] и представленную на рис. 2.

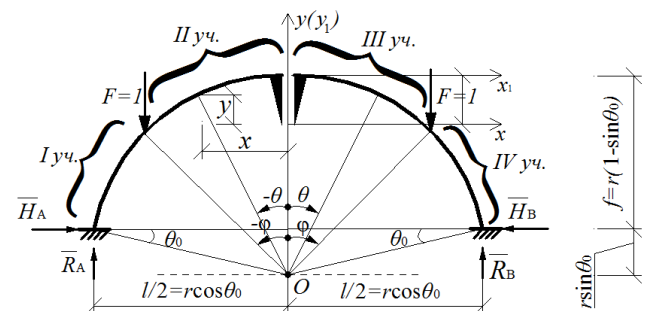


Рис. 2. Единичное состояние для определения вертикального перемещения

Определение вертикальных перемещений точек. Получим вначале выражения для вертикальных перемещений точек, лежащих на оси арки. Для этого в принятой статически определимой системе (рис. 1) приложим в точке, для которой будем определять перемещение, единичную вертикальную силу (рис. 2).

Выражения для усилий от действия этой силы будут иметь вид:

1. Для левой полуарки:

а) на участке I (от опоры А до точки приложения силы $F=1$):

$$\begin{aligned} \bar{M}_i^I &= -(R_A \cdot (r \cos \theta_0 + x) - M_A) = \\ &= -(r \cos \theta_0 + r \sin \theta - r \cos \theta_0 - r \sin \varphi) = \\ &= -r(\sin \theta - \sin \varphi); \\ \bar{Q}_i^I &= +R_A \cdot \cos(-\theta) = \cos \theta; \\ \bar{N}_i^I &= -R_A \cdot \sin(-\theta) = \sin \theta, \end{aligned} \quad (12)$$

где опорные реакции найдены из уравнений равновесия арки:

$$M_A = r \cdot (\cos \theta_0 + \sin \varphi), \quad R_A = 1, \quad H_A = 1. \quad (13)$$

б) на участке II (от точки приложения силы $F=1$ до опоры В):

$$\bar{M}_i^{II} = 0; \quad \bar{Q}_i^{II} = 0; \quad \bar{N}_i^{II} = 0. \quad (14)$$

Подставив выражения усилий от единичной силы (12), (13) и от внешних нагрузок (7), (9), (11) в формулу (3), выполнив интегрирование по участкам и просуммировав его результаты, получим выражение для определения вертикального перемещения рассматриваемой точки (сечения) левой полуарки, которое представим в виде:

$$\Delta_y^{лев} = (\Delta_{yX_1}^{(M)} + \Delta_{yX_1}^{(Q)} + \Delta_{yX_1}^{(N)}) \cdot X_1 + \quad (15)$$

$$+ (\Delta_{yX_2}^{(M)} + \Delta_{yX_2}^{(Q)} + \Delta_{yX_2}^{(N)}) \cdot X_2 +$$

$$+ (\Delta_{yX_3}^{(M)} + \Delta_{yX_3}^{(Q)} + \Delta_{yX_3}^{(N)}) \cdot X_3 + \Delta_{yp}^{(M)лев} + \Delta_{yp}^{(Q)лев} + \Delta_{yp}^{(N)лев},$$

где $\Delta_{yX_1}^{(M)}, \Delta_{yX_1}^{(Q)}, \Delta_{yX_1}^{(N)}; \Delta_{yX_2}^{(M)}, \Delta_{yX_2}^{(Q)}, \Delta_{yX_2}^{(N)}; \Delta_{yX_3}^{(M)}, \Delta_{yX_3}^{(Q)}, \Delta_{yX_3}^{(N)}$ – перемещения искомой точки в вертикальном направлении (по оси y) в основной системе метода сил от действия единичных значений неизвестных метода сил соответственно X_1, X_2, X_3 , определяемые выражениями:

$$\begin{aligned} \Delta_{yX_1}^{(M)} &= -\frac{r^3}{EJ} \left[\frac{\cos \theta_0}{2} \cdot (\cos \varphi + \sin \theta_0 + \sin \varphi \cdot \varphi + \sin \varphi \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \theta_0 \right)) - \right. \\ &\left. - \frac{1}{4} \cos 2\varphi - \frac{1}{4} \cos 2\theta_0 - \sin^2 \varphi - \sin \varphi \cdot \cos \theta_0 \right]; \quad (16) \end{aligned}$$

$$\Delta_{yX_1}^{(Q)} = \eta \frac{r}{GA} \cdot \frac{1}{2} (\sin^2 \varphi - \cos^2 \theta_0);$$

$$\Delta_{yX_1}^{(N)} = \frac{r}{EA} \cdot \frac{1}{2} \cdot (\cos^2 \theta_0 - \sin^2 \varphi);$$

$$\begin{aligned} \Delta_{yX_2}^{(M)} &= -\frac{r^3}{EJ} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} + \varphi - \theta_0 \right) - \frac{1}{4} \sin 2\varphi - \right. \\ &\left. - \frac{1}{4} \sin 2\theta_0 + \sin \varphi \cos \varphi + \sin \varphi \sin \theta_0 \right]; \end{aligned}$$

$$\Delta_{yX_2}^{(Q)} = -\eta \frac{r}{GA} \cdot \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} + \varphi - \theta_0 \right) + \frac{1}{4} (\sin 2\varphi + \sin 2\theta_0) \right]; \quad (17)$$

$$\Delta_{yX_2}^{(N)} = -\frac{r}{EA} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} + \varphi - \theta_0 \right) - \frac{1}{4} (\sin 2\varphi + \sin 2\theta_0) \right];$$

$$\Delta_{yX_3}^{(M)} = -\frac{r^3}{EJ} \cdot \left[-\cos \varphi + \sin \theta_0 - \sin \varphi \cdot \left(\frac{\pi}{2} + \varphi - \theta_0 \right) \right]; \quad (18)$$

$$\Delta_{yX_3}^{(Q)} = 0; \quad \Delta_{yX_3}^{(N)} = 0,$$

$\Delta_{yp}^{(M)лев}, \Delta_{yp}^{(Q)лев}, \Delta_{yp}^{(N)лев}$ – перемещения рассматриваемой точки в вертикальном направлении (по оси y) в основной системе метода сил от действия внешних нагрузок, определяемые выражениями:

$$\Delta_{yp}^{(M)лев} = \frac{r^4}{EJ} \sum_{j_1=1}^{n_q^{лев}} q_{j_1} \cdot \left\{ \sin \theta_{j_1}^K - \sin \theta_{j_1}^H \right\} \cdot \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} + \varphi - \theta_0 \right) - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{4} \sin^2 \varphi - \frac{1}{4} \sin 2\theta_0 + \sin \varphi \cos \varphi - \sin \varphi \sin \theta_0 \right] +$$

$$+ (\cos \theta_{j_1}^K - \cos \theta_{j_1}^H) \cdot \left[\frac{1}{2} \sin^2 \varphi - \frac{1}{2} \cos^2 \theta_0 - \sin^2 \varphi - \sin \varphi \cdot \right.$$

$$\left. \times \cos \theta_0 \right] + \frac{r^4}{EJ} \sum_{j_2=1}^{n_q^{лев}} q_{j_2} \cdot \left\{ \sin \varphi (\theta_{j_2}^K - \theta_{j_2}^H) + \cos \theta_{j_2}^K - \right.$$

$$\left. - \cos \theta_{j_2}^H + \sin \varphi \cdot \sin \theta_{j_2}^K \cdot (\cos \theta_{j_2}^K - \cos \theta_{j_2}^H) + \right.$$

$$\left. + \sin \theta_{j_2}^K \cdot \left(\frac{1}{2} (\theta_{j_2}^K - \theta_{j_2}^H) - \frac{1}{4} \sin 2\theta_{j_2}^K + \frac{1}{2} \sin 2\theta_{j_2}^H \right) - \right.$$

$$\left. \sin \varphi \cdot \cos \theta_{j_2}^K - (\sin \theta_{j_2}^K - \sin \theta_{j_2}^H) + \cos \theta_{j_2}^K \cdot \left(\frac{1}{2} \sin^2 \theta_{j_2}^K - \right. \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2} \sin^2 \theta_{j_2}^H \right) + (\sin \theta_{j_2}^K - \sin \theta_{j_2}^H) \cdot \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} + \theta_{j_2}^H - \theta_0 \right) - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{4} \sin 2\theta_{j_2}^H - \frac{1}{4} \sin 2\theta_0 + \sin \varphi \cdot (\cos \theta_{j_2}^H - \sin \theta_0) \right] +$$

$$+ (\cos \theta_{j_2}^K - \cos \theta_{j_2}^H) \cdot \left[\frac{1}{2} \sin^2 \theta_{j_2}^H - \frac{1}{2} \cos^2 \theta_0 - \right.$$

$$\left. - \sin \varphi \cdot (\sin \theta_{j_2}^H + \cos \theta_0) \right] + \frac{r^4}{EJ} q_m \cdot \left\{ \sin \varphi \cdot (\varphi - \theta_{j_3}^H) + \right.$$

$$\left. + \cos \varphi - \cos \theta_{j_3}^H + \sin \varphi \cdot \sin \theta_{j_3}^K \cdot (\cos \varphi - \cos \theta_{j_3}^H) + \right.$$

$$\left. + \sin \theta_{j_3}^K \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot (\varphi - \theta_{j_3}^H) - \frac{1}{4} \sin 2\varphi + \frac{1}{4} \sin 2\theta_{j_3}^H \right) - \right.$$

$$\left. - \sin \varphi \cos \theta_{j_3}^K \cdot (\sin \varphi - \sin \theta_{j_3}^H) + \cos \theta_{j_3}^K \cdot \left(\frac{1}{2} \sin^2 \varphi - \right. \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2} \sin^2 \theta_{j_3}^H \right) + (\sin \theta_{j_3}^K - \sin \theta_{j_3}^H) \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\pi}{2} + \theta_{j_3}^H - \theta_0 \right) - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{4} \sin 2\theta_{j_3}^H - \frac{1}{4} \sin 2\theta_0 + \sin \varphi \cdot (\cos \theta_{j_3}^H - \sin \theta_0) \right] +$$

$$+ (\cos \theta_{j_3}^K - \cos \theta_{j_3}^H) \cdot \left[\frac{1}{2} \sin^2 \theta_{j_3}^H - \frac{1}{2} \cos^2 \theta_0 - \right.$$

$$\left. - \sin \varphi \cdot (\sin \theta_{j_3}^H + \cos \theta_0) \right];$$

$$\Delta_{yp}^{(Q)_{леес}} = \eta \frac{r^2}{GA} \sum_{j_1=1}^{n_q^{np}} q_{j_1} \cdot \left[(\sin \theta_{j_1}^K - \sin \theta_{j_1}^H) \times \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} + \varphi - \theta_0 \right) + \frac{1}{4} \sin 2\varphi + \frac{1}{4} \sin 2\theta_0 \right) - (\cos \theta_{j_1}^K - \cos \theta_{j_1}^H) \cdot \left(\frac{1}{2} \sin^2 \varphi - \frac{1}{2} \cos^2 \theta_0 \right) \right] + \eta \frac{r^2}{GA} \sum_{j_2=1}^{n_q^{леес}} q_{j_2} \left\{ \sin \theta_{j_2}^K \left(\frac{1}{2} (\theta_{j_2}^K - \theta_{j_2}^H) + \frac{1}{4} \sin 2\theta_{j_2}^K - \frac{1}{4} \sin 2\theta_{j_2}^H \right) - \cos \theta_{j_2}^K \times \left(\frac{1}{2} \sin^2 \theta_{j_2}^K - \frac{1}{2} \sin^2 \theta_{j_2}^H \right) + (\sin \theta_{j_2}^K - \sin \theta_{j_2}^H) \times \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} + \theta_{j_2}^H - \theta_0 \right) + \frac{1}{4} \sin 2\theta_{j_2}^H + \frac{1}{4} \sin 2\theta_0 \right) - (\cos \theta_{j_2}^K - \cos \theta_{j_2}^H) \cdot \left(\frac{1}{2} \sin^2 \theta_{j_2}^H - \frac{1}{2} \cos^2 \theta_0 \right) \right\} + \eta \frac{r^2}{GA} q_m \left\{ \sin \theta_{j_3}^K \times \left(\frac{1}{2} (\varphi - \theta_{j_3}^H) + \frac{1}{4} \sin 2\varphi - \frac{1}{4} \sin 2\theta_{j_3}^H \right) - \cos \theta_{j_3}^K \left(\frac{1}{2} \sin^2 \varphi - \frac{1}{2} \sin^2 \theta_{j_3}^H \right) + (\sin \theta_{j_3}^K - \sin \theta_{j_3}^H) \cdot \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} + \theta_{j_3}^H - \theta_0 \right) + \frac{1}{4} \sin 2\theta_{j_3}^H + \frac{1}{4} \sin 2\theta_0 \right) + (\cos \theta_{j_3}^K - \cos \theta_{j_3}^H) \times \left(\frac{1}{2} \sin^2 \theta_{j_3}^H - \frac{1}{2} \cos^2 \theta_0 \right) \right\};$$

$$\Delta_{yp}^{(N)_{леес}} = -\frac{r^2}{EA} \sum_{j_1=1}^{n_q^{леес}} q_{j_1} \cdot \left[(\sin \theta_{j_1}^K - \sin \theta_{j_1}^H) \times \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} + \varphi - \theta_0 \right) - \left(\frac{1}{4} \sin 2\varphi - \frac{1}{4} \sin 2\theta_0 \right) + (\cos \theta_{j_1}^K - \cos \theta_{j_1}^H) \cdot \left(\frac{1}{2} \sin^2 \varphi - \frac{1}{2} \cos^2 \theta_0 \right) \right] + \frac{r^2}{EA} \sum_{j_2=1}^{n_q^{леес}} q_{j_2} \left\{ -\cos \theta_{j_2}^K + \cos \theta_{j_2}^H - \cos \theta_{j_2}^K \cdot \left(\frac{1}{2} \sin^2 \theta_{j_2}^K - \frac{1}{2} \sin^2 \theta_{j_2}^H \right) - \sin \theta_{j_2}^K \times \left(\frac{1}{2} (\theta_{j_2}^K - \theta_{j_2}^H) - \frac{1}{4} \sin 2\theta_{j_2}^K + \frac{1}{4} \sin 2\theta_{j_2}^H \right) - (\sin \theta_{j_2}^K - \sin \theta_{j_2}^H) \cdot \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} + \theta_{j_2}^H - \theta_0 \right) - \frac{1}{4} \sin 2\theta_{j_2}^H - \frac{1}{4} \sin 2\theta_0 \right) - (\cos \theta_{j_2}^K - \cos \theta_{j_2}^H) \cdot \left(\frac{1}{2} \sin^2 \theta_{j_2}^H - \frac{1}{2} \cos^2 \theta_0 \right) \right\} + \frac{r^2}{EA} q_m \left\{ -\cos \varphi + \cos \theta_{j_3}^H - \cos \theta_{j_3}^K \cdot \left(\frac{1}{2} \sin^2 \varphi - \right. \right.$$

$$\left. -\frac{1}{2} \sin^2 \theta_{j_3}^H \right) - \sin \theta_{j_3}^H \cdot \left(\frac{1}{2} (\varphi - \theta_{j_3}^H) - \frac{1}{4} \sin 2\varphi + \frac{1}{4} \sin 2\theta_{j_3}^H \right) - \frac{r^2}{EA} q_m \left\{ -\cos \varphi + \cos \theta_{j_3}^H - \cos \theta_{j_3}^K \cdot \left(\frac{1}{2} \sin^2 \varphi - \frac{1}{2} \sin^2 \theta_{j_3}^H \right) - \sin \theta_{j_3}^H \cdot \left(\frac{1}{2} (\varphi - \theta_{j_3}^H) - \frac{1}{4} \sin 2\varphi + \frac{1}{4} \sin 2\theta_{j_3}^H \right) - (\sin \theta_{j_3}^K - \sin \theta_{j_3}^H) \cdot \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} + \theta_{j_3}^H - \theta_0 \right) - \frac{1}{4} \sin 2\theta_{j_3}^H - \frac{1}{4} \sin 2\theta_0 \right) - (\cos \theta_{j_3}^K - \cos \theta_{j_3}^H) \cdot \left(\frac{1}{2} \sin^2 \theta_{j_3}^H - \frac{1}{2} \cos^2 \theta_0 \right) \right\}.$$

Равномерно распределённые нагрузки q_j в выражениях (19)–(21) в зависимости от положения относительно сечения, для которого ищется перемещение, разделены на три группы: q_{j_1} – нагрузки, расположенные полностью справа от этой точки; q_{j_2} – нагрузки, расположенные слева от приложения единичной силы; q_m – нагрузки, на участке действия которых располагается указанная точка (сечение).

Аналогичным способом были получены выражения для определения вертикальных перемещений левой полуарки, а также горизонтальных перемещений обеих частей арки от действия внешних нагрузок.

Апробация результатов. На основе полученных зависимостей составлена MathCad- программа, с использованием которой выполнены расчёты конкретных арок. На рис. 5 и 6 представлен один из примеров расчёта. Расчёт арки на рис. 5 также был выполнен методом конечных элементов в программе SCAD. Сравнение результатов расчёта показало их хорошее совпадение, что подтверждает эффективность разработанной методики, полученной в замкнутом виде.

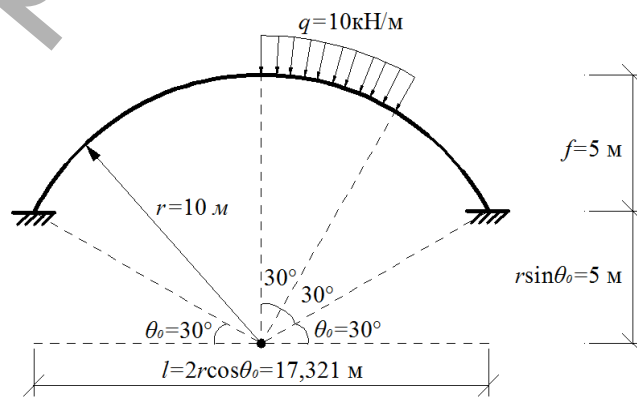
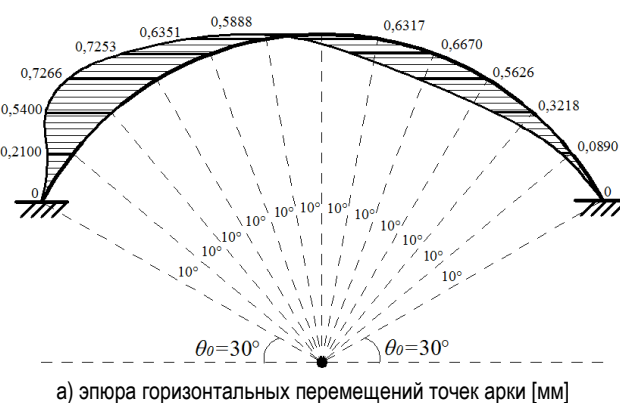
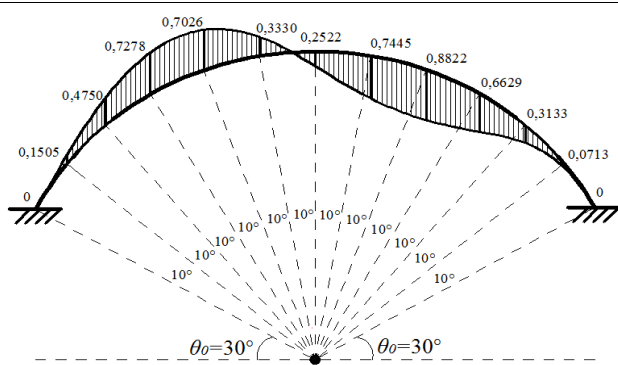


Рис. 3. Расчётная схема арки



а) эпюра горизонтальных перемещений точек арки [мм]



б) эпюра вертикальных перемещений точек арки [мм]

Рис. 4. Эпюры перемещений точек арки

Заключение. Разработана методика расчёта бесшарнирных арок постоянной жёсткости кругового очертания при статическом

действии радиально направленных равномерно распределённых ветровых нагрузок. Методика реализована в программе, составленной в среде MathCad.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Нагрузки и воздействия: СНиП 2.01.07–85 / Госстрой СССР. – М.: Введ. с 01. 01. 1987. – Госстрой СССР, 1987. – 36 с., с изменением №1.
2. Игнатюк, В.И. К определению усилий в бесшарнирных круговых арках, нагруженных радиально действующими равномерно распределёнными нагрузками / В.И. Игнатюк, О.С. Семенюк // Вестник БрГТУ. – 2010. – № 5: Физика, математика, информатика. – С. 53–58.
3. Борисевич, А.А. Строительная механика: учебное пособие / А.А. Борисевич, Е.М. Сидорович, В.И. Игнатюк. – Мн.: БНТУ, 2009. – 756 с.

Материал поступил в редакцию 30.11.11

IGNATIUK V.I., SIEMIENIUK O.S. Defining efforts in fixed-end circular archs loading radially acting evenly distributing loads

Problem of defining efforts in fixed-end archs of constant hardness of circular outline in static action of radially directed evenly distributing wind loads is solved. Dependences are got with help of method of strength in a frame of reference. Approbation of results is done. Methods are realized in the program composed in MathCad.

УДК 621.315

Паращук В.В., Русаков К.И.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В УСЛОВИЯХ СТРИМЕРНОГО РАЗРЯДА В ПОЛУПРОВОДНИКАХ И ОПТИМИЗАЦИЯ ХАРАКТЕРИСТИК СТРИМЕРНОГО ЛАЗЕРА

Введение. Открытие стримерных разрядов в полупроводниках, сопровождающихся интенсивным лазерным эффектом (1973 г., США), стимулировало, с одной стороны, дальнейшее развитие физики пробойных и предпробойных явлений в сильных полях в твердых телах и, с другой стороны, способствовало возникновению нового научного направления – физики стримерного разряда в полупроводниках и физики стримерных лазеров (ПСЛ). Примечательно, что по характеру возбуждения ПСЛ являются ближайшим аналогом инжекционных лазеров, поскольку в одном случае накачка осуществляется в сильном электрическом поле в чистом виде, в другом – существенно током, что представляет интерес для сравнения их характеристик, выявления особенностей и общих закономерностей физических процессов.

Соответствующие исследования стали интенсивно развиваться как в Республике Беларусь (Институт физики НАН Беларуси, Брестский технический университет), так и за рубежом: в России (ФИАН) и ряде других научных учреждений СНГ, Японии (Осакий университет), Канаде (Ванкуверский университет). В настоящее время одной из тенденций в физике и технике полупроводниковых приборов является создание перспективных транзисторов, интегральных микросхем (оптоэлектронных систем) и новой элементной базы оптоакустоэлектроники на основе использования прямозонных материалов с большой шириной запрещенной зоны, в особенности типа GaN. В указанных соединениях роль излучательных, в том числе нелинейных оптических, процессов велика, и проявляются они наиболее ярко, поэтому вопросы о протекающих в сильных электрических полях явлениях и взаимодействии оптических и электрических полей в данных средах актуальны.

В этой связи представляется необходимым исследование соответствующих процессов при стримерном разряде в широкозонных

полупроводниках, что связано с необычностью свойств и сложностью данного явления, возможностью получения новой информации о строении вещества и перспективой широких практических применений. Однако дальнейшее развитие исследований по физике и технике полупроводниковых стримерных лазеров (ПСЛ) тормозилось отсутствием однозначного понимания основных процессов, происходящих при неполном электрическом пробое как в полупроводниках в частности, так и в твердых телах вообще. Не существовало единого теоретического подхода, позволяющего удовлетворительно объяснить всю совокупность наблюдавшихся свойств стримерного разряда. Кроме этого, практическое использование имевшихся аналогов стримерного лазера и стримерных технологий сдерживалось рядом причин: низким значением средней мощности и относительно невысокой импульсной мощностью при комнатной температуре, значительной нестабильностью пространственно-временных характеристик, связанной с крупномасштабным ветвлением разрядов, деградацией приэлектродной области, существенной в случае предельных режимов, применением относительно высоких рабочих напряжений. Необходимость решения отмеченных задач обуславливает актуальность темы исследований.

Цель настоящей работы – выяснение роли излучательных, в том числе нелинейных оптических процессов в развитии стримерного разряда, установление закономерностей воздействия разряда на активную среду как сложного явления – в условиях интенсивного излучения и сильного электрического поля и поиск новых методов существенного повышения ресурса и мощности (КПД) лазера при предельных режимах, включая пакетно-импульсный.

1. Динамика электрон-фотонной системы в сильных электрических полях. Стримерный разряд (СР) в полупроводниках рассматривается как разновидность неразрушающего электрического

Паращук Валентин Владимирович, ведущий научный сотрудник Института физики им. Б.И. Степанова НАН Беларуси.

Беларусь, 220072, г. Минск, пр. Независимости, 68, e-mail: v_shchuka@rambler.ru.

Русаков Константин Иванович, профессор кафедры физики Брестского государственного технического университета.

Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.