В результате исследования получены результаты, совпадающие с расчетными.

**Литература**

1. Карлащук, В.И. Электронная лаборатория на IBM PC. Лабораторный практикум на базе Electronics Workbench и MATLAB. – М.: СОЛОН-Пресс, 2004.- 800 с.

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О НАЗНАЧЕНИИ МЕТОДОМ РЫЧАГА

*Прожерин И.Г., БГТУ, Брест*

Задача о назначении и транспортная задача относятся к разделу математического программирования исследования операций. Они получили в настоящее время широкое распространение в теоретических обработках и практическом применении на транспорте и в промышленности.

Пусть задан двудольный граф $G$ с двумя долями $A$ и $B$, каждое ребро которого имеет какой-то вес. Тогда задача состоит в том, чтобы выбрать в нем максимальное паросочетание с минимальным суммарным весом входящих в него ребер.

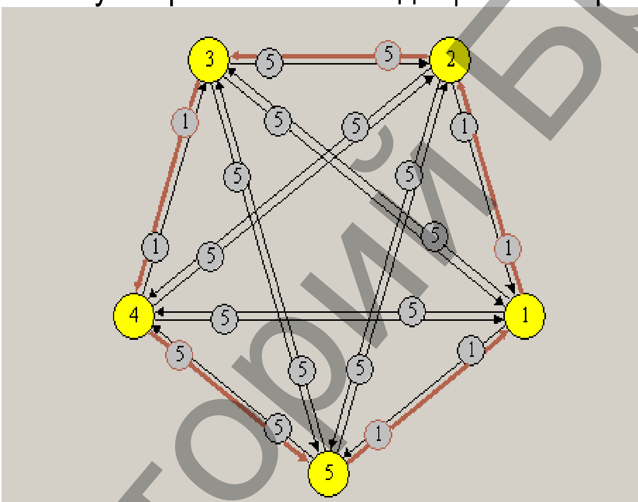

Рис.1. Граф для задачи о назначении

Идея «венгерского метода» была высказана венгерским математиком Эгервари и состоит в следующем. Достоинством венгерского метода является возможность оценивать близость результата каждой из итераций к оптимальному плану перевозок. Это позволяет контролировать процесс вычислений и прекратить его при достижении определенных точностных показателей. Данное свойство существенно для задач большой размерности.[1-3]

При составлении плана перевозок с помощью решения транспортной задачи линейного программирования большое значение имеет время, затраченное на её реализацию. Применение метода двойного предпочтения и метода потенциалов для решения транспортной задачи с 10-15 поставщиками и 15-20 потребителями требует 4-5 часов непрерывных вычислений. Это происходит потому, что существующие методы составления первоначального опорного плана позволяют получить план, далёкий от оптимального. Как показала практика, использование дельта-метода даёт возможность найти оптимальный план в 3-4 раза быстрее, причем, чем больше размеры таблицы, тем ощутимее разница во времени.[2-4]

Рассмотрим алгоритм рычага для решения задачи о назначении. Пусть дана матрица стоимостей работ.

Таблица 1. Матрица стоимостей

| Cij | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 5 | 3 | 7 | 2 | 1 |
| 2 | 4 | 2 | 1 | 8 | 7 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **3** | 1 | 1 | 4 | 1 | 4 |
| **4** | 7 | 7 | 5 | 8 | 4 |
| **5** | 4 | 2 | 4 | 6 | 1 |

Для построения начального базисного плана воспользуемся методом минимального элемента. Этот метод дает более близкое к оптимальному значению распределение назначений, поэтому число итераций решения можно существенно сократить.

Расставим значения начального базисного плана по значениям стоимостей указанных в табл.1., используя метод минимального элемента.

Таблица 2. Начальный базисный план

| **Xij** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| **1** | | | | | 1 |
| **2** | | | 2 | | |
| **3** | | 3 | | | |
| **4** | | | | 5 | |
| **5** | 4 | | | | |

Примечание: в табл.2 каждая заполненная клетка, содержащая число большее нуля, показывает порядок расстановки элементов по методу минимального элемента, но на самом деле необходимо подразумевать распределение одной работы, т.е. что

$$X_{ij} = \begin{cases} 1, \text{если в таблице значение больше } 0 \\ 0, \text{если в таблице значение пусто} \end{cases}.$$

После построения начального базисного плана видно, что в каждой строке и в каждом столбце будет находиться только лишь одна заполненная клетка.

Алгоритм рычага имеет следующий вид:

1. находим заполненную клетку с максимальным значением коэффициента стоимости $c_{ij}$, как правило, это последний поставленный элемент;

2. начинаем перемещать найденную заполненную клетку с координатами $(i, j)$ вниз или вверх по столбцу $j$ на строку, отличную от $i$, где значение коэффициента стоимости $c_{i1j}$ меньше, чем первоначальное;

3. соответственно значение заполненной клетки в строке $i1$ со стоимостью $c_{i1j1}$ перемещаем на строку $i$ с коэффициентом $c_{ij1}$, как показано в табл.3

Таблица 3.

| **Xij** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| **1** | | | | 5 | |
| **2** | | | 2 | | |
| **3** | | 3 | | | |
| **4** | | | | | 1 |
| **5** | 4 | | | | |

4. Пересчитываем значение целевой функции с учетом изменения базисного плана, если значение целевой функции уменьшилось, то переходим к следующему столбцу,

иначе перемещаем на другую строку, пока не пройдем с текущим элементом $(i, j)$ все строки в столбце $j$.

5. Решение задачи заканчивается, если нет лучших вариантов для перемещения, иначе переходим к п.2.

Легко заметить, что алгоритм можно выполнять не только сначала по столбцам, а потом по строкам, но и наоборот.

В общем случае при полном переборе всех возможных вариантов может быть $(n!)^2$.

**Доказательство**. Имеется $n$ элементов плана, конкретный элемент может занять $n^2$ возможных положений. Воспользуемся известным правилом комбинаторики – правилом произведения. Поэтому

$$\underbrace{n^2(n-1)^2(n-2)^2(n-3)^2...1}_{\text{n множителей}} = (n(n-1)(n-2)(n-3)...1)(n(n-1)(n-2)(n-3)...1) = (n!)^2. \quad (1)$$

Для оценки алгоритмов используем такие критерии: трудоемкость и объем памяти, характеристики которых представлены в табл.4.

Таблица 4 Сравнительный анализ алгоритмов решения задачи о назначении

| **Наименование алгоритма** | **Трудоёмкость** | **Память** |
|---|---|---|
| Венгерский алгоритм | $\sim (n/2)^3$ | $\sim n^2$ |
| Дельта-метод | $\sim (n^2/4)$ | $\sim n^2$ |
| Метод потенциалов | $\sim (n^2+2n)$ | $\sim n^2$ |
| Алгоритм рычага | $\sim ((n^2-n)/4)$ | $\sim n^2$ |

При оценке алгоритмов по взаимоисключающим критериям очевидным является то, что проигрывая в одном, можно выиграть в другом и наоборот.

**Литература**

1. Новиков Ф. А., Дискретная математика для программистов. - СПб.: Питер, 2000.–304 с.:ил.
2. Кристофидес Н., "Теория графов. Алгоритмический подход". - М.: Мир, 1978.
3. Пападимитриу Х., Стайглиц К. Комбинаторная оптимизация. Алгоритмы и сложность. - М.: Мир, 1985.
4. Гэри М., Джонсон Д., "Вычислительные машины и труднорешаемые задачи" :пер. с англ. – М.:Мир, 1982. – 416 с; ил.

## НОВЫЙ МЕТОД ОПТИМИЗАЦИИ РАСХОДОВ НА УСЛУГИ МОБИЛЬНОЙ СВЯЗИ

*Родич М. Б., БГЭУ, Минск*

На данный момент три оператора сотовой связи, работающие в стандартах GSM и cdma2000, предлагают в общей сложности 22 тарифных плана (ТП). Разобраться в том, какой из них (или их комбинация) самый выгодный, нелегко. Поэтому предпринимаются попытки помочь потребителю определиться с оптимальным для него тарифным планом. Однако всем им присущ анализ только частного случая: просчитываются расходы по каждому тарифному плану и выбирается тот, на котором расходы минимальны.

Впервые предлагается решение данной задачи в общем случае. Графическая модель дает представление об изменении оптимального плана при изменении исходных параметров. При этом самих исходных параметров вводить не нужно, так как модель наглядно ото-