

Теорема. Пусть входная последовательность $\{x_t\}$ удовлетворяет условиям 1), 2), тогда условные вероятности биграмм $p_{y^0, y^1}^{t, t+1}(k)$ (1) определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} p_{1,0}^{t, t+1}(k) &= p_1^t(k) - p_{1,1}^{t, t+1}(k), & p_{0,1}^{t, t+1}(k) &= p_1^{t+1}(k) - p_{1,1}^{t, t+1}(k), \\ p_{0,0}^{t, t+1}(k) &= 1 - p_1^t(k) - p_1^{t+1}(k) + p_{1,1}^{t, t+1}(k), \end{aligned} \quad (3)$$

где $p_{1,1}^{t, t+1}(k)$, $p_1^t(k)$, $p_1^{t+1}(k)$ определяются с помощью формулы (2).

В случае, когда $p_t = p$, $t \geq 1$, из (3) следуют результаты, полученные в работе [2].

Литература

1. Севастьянов Б.А. Условное распределение выхода автоматов без памяти при заданных характеристиках входа // Дискрет. матем., 1994, т.6, в.1, с.34-39.
2. Севастьянов Б.А. Исследование вероятностной зависимости выхода автомата от некоторых характеристик входа // В сб.: Труды по дискретной математике, 2002, т.5, с.219-226.

РАЗРЕЗАНИЕ ГРАФА ФОРМИРОВАНИЕМ ЛОКАЛЬНЫХ МАКСИМУМОВ

Шандриков А.С., Витебский государственный политехнический техникум, Витебск

На этапе конструкторского проектирования радиоэлектронных средств (РЭС) решаются вопросы, связанные с компоновкой элементов логической схемы в модули, модулей в ячейки, ячеек в панели и т. д. Эти задачи в общем случае тесно связаны между собой, и их правильное решение позволяет значительно сократить трудоемкость данного этапа в системах автоматизированного проектирования (САПР).

Компоновка принципиальной электрической схемы РЭС на конструктивно законченные части представляет собой распределение элементов низшего конструктивного уровня в высший в соответствии с выбранным критерием. Основным для компоновки является критерий электромагнитотепловой совместимости элементов низшего уровня, что накладывает определённые технологические ограничения на процесс компоновки [1]. На обозначенную таким образом область допустимых разбиений схемы формулируются другие критерии, основным из которых является минимум соединений между устройствами, так как внешние соединения между частями схем являются одним из важнейших факторов, определяющих надёжность РЭС. Выполнение этого критерия обеспечивает минимизацию взаимных наводок, упрощение конструкции, повышение надёжности и т. д.

Для построения формальной математической модели с целью решения задач компоновки используют граф вида $G = (X, U)$. Множество вершин X графа G интерпретирует радиоэлектронные компоненты (РЭК), а множество рёбер U – связи между ними в соответствии с принципиальной электрической схемой. Это позволяет свести процесс компоновки к разрезанию графа G на требуемое количество кусков с заданным количеством вершин в каждом из них.

Известные алгоритмы разрезания графов можно условно разбить на пять групп [2]:

- 1) алгоритмы, использующие методы целочисленного программирования;
- 2) последовательные алгоритмы;
- 3) итерационные алгоритмы;
- 4) смешанные алгоритмы.

Алгоритмы первой группы позволяют получить точное решение задачи, однако для современных РЭС реальной сложности фактически не могут быть реализованы на ЭВМ. В последнее время наибольшее распространение получили приближенные алгоритмы компоновки – последовательные, итерационные, смешанные, позволяющие получить приемлемые с практической точки зрения результаты. Среди них наименьшей трудоёмкостью и минимальными затратами характеризуются последовательные алгоритмы. Основным недостатком последовательных алгоритмов является неспособность находить глобальный минимум количества внешних связей (за исключением алгоритма [3]). Объясняется это тем, что для автоматизации компоновки граф представляют матрицей смежности и формирование кусков осуществляется жёстко в заданном порядке. Из-за этого результат разрезания графа находится в прямой зависимости от начального чередования строк и столбцов матрицы смежности, выбора начальной вершины формируемого куска и выбора последующих вершин с равными оценочными характеристиками и др.

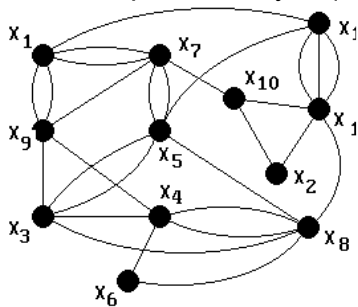


Рис. 1

В данной работе рассматривается последовательный метод разрезания графа, основанный на формировании локальных максимумов. Практическую реализацию данного метода рассмотрим на примере. На рис. 1 представлен граф $G = (X, U)$, который требуется разрезать на три куска G_1, G_2 и G_3 , содержащих 3, 4 и 5 вершин соответственно.

Решение данной задачи осуществляется в следующей последовательности.

1. Построить матрицу смежности и определить локальную степень каждой вершины. Значения локальных степеней вершин графа приведены в дополнительном столбце $\rho(x_i)$ матрицы смежности

$$R = \begin{array}{c|cccccccccccc|c} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 & x_8 & x_9 & x_{10} & x_{11} & x_{12} & \rho(x_i) \\ \hline x_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 5 \\ x_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ x_3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ x_4 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ x_5 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 6 \\ x_6 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ x_7 & 2 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 6 \\ x_8 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 6 \\ x_9 & 2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ x_{10} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ x_{11} & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 5 \\ x_{12} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 3 & 0 & 6 \end{array} \quad (1)$$

2. Выбрать вершину x_i с максимальной локальной степенью и построить множество Γ_{x_i} , содержащее вершину x_i и все смежные ей вершины. Если вершин, удовлетворяющих указанному критерию несколько, то множества $\Gamma_{x_i}, \Gamma_{x_j}, \dots, \Gamma_{x_k}$ строятся для каждой из них. В матрице смежности (1) максимальное значение $\rho(x_i) = 6$ имеют вершины x_5, x_7, x_8 , и x_{12} .

3. Построить множества $\Gamma_{x_5}, \Gamma_{x_7}, \Gamma_{x_8}$, и $\Gamma_{x_{12}}$:

$$\Gamma_{X_5} = \{X_5, X_3, X_7, X_8, X_{11}\}; \Gamma_{X_7} = \{X_7, X_1, X_5, X_9, X_{10}\}; \Gamma_{X_8} = \{X_8, X_3, X_4, X_5, X_6, X_{12}\}; \\ \Gamma_{X_{12}} = \{X_{12}, X_2, X_8, X_{10}, X_{11}\}.$$

4. Определить мощность каждого полученного множества и проверить условие $|\Gamma_{X_i}| = n_k$, где n_k – количество вершин, заданное для одного из формируемых кусков. Данному условию соответствуют множества Γ_{X_5} , Γ_{X_7} и $\Gamma_{X_{12}}$, содержащие по пять вершин, что соответствует количеству, заданному для куска G_3 . Для выявления локального максимума в кусок G_3 следует назначить множество с максимальным количеством внутренних связей. Этому условию удовлетворяет множество Γ_{X_7} и, следовательно, кусок $G_3 = (X_3, U_3)$ считается сформированным: $X_3 = \{X_1, X_5, X_7, X_9, X_{10}\}$.

5. Удалить из матрицы смежности (1) строки и столбцы, соответствующие вершинам, вошедшим в сформированный кусок G_3 . Получим:

$R_1 =$		X_2	X_3	X_4	X_6	X_8	X_{11}	X_{12}	$\rho(X_i)$	
	X_2	0	0	0	0	0	0	1	1	
	X_3	0	0	1	0	1	0	0	2	
	X_4	0	1	0	1	2	0	0	4	
	X_6	0	0	1	0	1	0	0	2	(2)
	X_8	0	1	2	1	0	0	1	5	
	X_{11}	0	0	0	0	0	0	3	3	
	X_{12}	1	0	0	0	1	3	0	5	

6. Две вершины – x_8 и x_{12} – имеют максимальную локальную степень. Построить множества Γ_{X_8} и $\Gamma_{X_{12}}$:

$$\Gamma_{X_8} = \{X_8, X_3, X_4, X_6, X_{12}\}; \quad \Gamma_{X_{12}} = \{X_{12}, X_2, X_8, X_{11}\}.$$

7. Множества Γ_{X_8} и $\Gamma_{X_{12}}$ оказались пересекающимися: $S = \Gamma_{X_8} \cap \Gamma_{X_{12}} = \{X_8, X_{12}\}$. В сложившейся ситуации применительно к рассматриваемому примеру следует из множества Γ_{X_8} удалить вершину x_8 , а из множества $\Gamma_{X_{12}}$ – вершину x_{12} , либо наоборот, из множества Γ_{X_8} удалить вершину x_{12} , а из множества $\Gamma_{X_{12}}$ – вершину x_8 . При удалении из множества Γ_{X_8} вершины x_8 количество внутренних связей будет равно 1, а при удалении вершины x_{12} – 5. При удалении из множества $\Gamma_{X_{12}}$ вершины x_8 количество внутренних связей будет равно 4, а при удалении вершины x_{12} – 1. Проведённый анализ показал, что для формирования локальных максимумов необходимо удалить из множества $\Gamma_{X_{12}}$ вершину x_8 . В результате получим: $X_2 = \{X_3, X_4, X_6, X_8\}$, $X_3 = \{X_2, X_{11}, X_{12}\}$. Графическая иллюстрация полученного разрезания представлена на рис. 2.

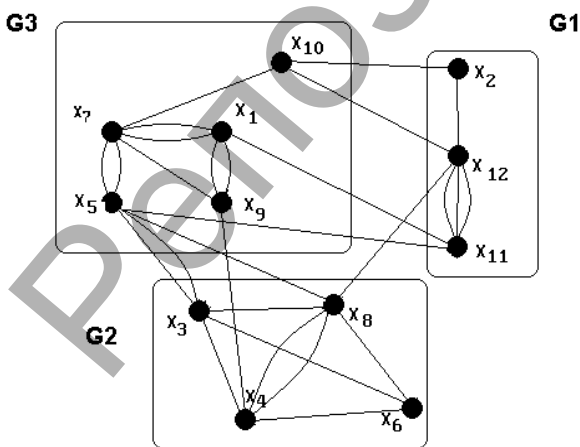


Рис. 2

Количество внешних связей равно 9. Для сравнения: при разрезании данного графа традиционным последовательным методом количество внешних связей составило 13. Формирование локальных максимумов в сочетании с промежуточными анализами хорошо поддаётся алгоритмизации, что обеспечивает автоматизацию процесса компоновки РЭС за

счёт использования электронно-вычислительных средств.

Литература

1. Методы разбиения схем РЭА на конструктивно законченные части/К.К. Морозов, А.Н. Мелихов, Л.С. Бернштейн и др.; Под ред. К.К. Морозова. – М.: Сов. радио, 1978. С. 30-40.
2. Мелихов А.Н., Бернштейн Л.С., Курейчик В.М. Применение графов для проектирования дискретных устройств. – М.: Наука, 1974. – С. 60-65.
3. Шандриков А.С. Последовательный алгоритм разрезания графа с оптимизацией результата//Современные проблемы математики и вычислительной техники: материалы III республиканской научной конференции молодых ученых и студентов, 26-28 ноября 2003. – Брест: УО «БГТУ». – 2003. С. 283-286.

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ МTD-МОДЕЛИ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Ярмола А.Н., БГУ, Минск

1. Введение. В математической статистике часто приходится иметь дело с дискретными данными, поэтому актуальной является проблема разработки и исследования вероятностных моделей, которые позволяют адекватно описывать дискретные наблюдения, в частности, моделей дискретных временных рядов (ДВР). Модели дискретных временных рядов используются в генетике [1], экономике [2], защите информации [3] и других приложениях. Одной из удобных моделей является модель цепи Маркова с дискретным временем. Однако, поскольку число параметров цепи Маркова с ростом ее порядка растет экспоненциально, то использование на практике цепей Маркова высокого порядка становится малоэффективным. Для преодоления этого недостатка был разработан и исследован ряд “малопараметрических” моделей дискретных временных рядов с “длинной памятью” [4-8]. Большинство работ, в которых рассматриваются “малопараметрические” модели ДВР, посвящены в основном практическому применению этих моделей. В данном докладе для одной из таких широко применяемых моделей – МTD-модели [2,4,8] – исследуются вероятностные свойства, а также предлагается метод статистического оценивания параметров.

2. Вероятностные свойства МTD-модели. Пусть $\{x_t \in A: t \in \mathbf{N}\}$ – однородная цепь Маркова (ОЦМ) s -ого порядка, $1 \leq s < +\infty$, с пространством состояний $A = \{0, \dots, N-1\}$. Предложенная А. Рафтери [4] МTD-модель, задает специальный вид матрицы вероятностей переходов P :

$$P = P(\lambda, Q), \quad p_{i_0, \dots, i_s} = \sum_{j=0}^{s-1} \lambda_j q_{i_j i_s}, \quad (1)$$

где $i_0, \dots, i_s \in A$, $Q = (q_{ik})$ – некоторая стохастическая $(N \times N)$ -матрица; $\lambda = (\lambda_0, \dots, \lambda_{s-1})$ – некоторый s -вектор вероятностей, $\lambda_0 > 0$, $\lambda_j \geq 0$, $j = 1, \dots, s-1$, $\lambda_0 + \dots + \lambda_{s-1} = 1$. Важным обобщением МTD-модели является МTDg-модель, в которой для каждого из s прошлых моментов времени используется “своя” матрица вероятностей переходов [8]:

$$p_{i_0, \dots, i_s} = \sum_{j=0}^{s-1} \lambda_j q_{i_j i_s}^{(j)}, \quad (2)$$

где $Q^{(j)} = (q_{ik}^{(j)})$ – стохастическая $(N \times N)$ -матрица, соответствующая лагу j .

Лемма 1. Если $(N \times N)$ -матрица $Q^{(0)}$ – эргодическая, то ОЦМ МTDg-модели эргодическая.