Т.к. НОД(t,s) = d и НОД($\frac{t}{d}, \frac{p^n-1}{s}$)= 1, из лемм **1**, **2** получим, что полином $y^t - \gamma^{s\cdot m}$ имеет корень в поле GF(p^n) порядка $\frac{p^n-1}{s}$, т.е. $y^t - \gamma^{s\cdot m} = (y-\iota)\cdot g(y) = (x^r-\iota)\cdot g(x^r)$. Тогда $f(x^T) = \prod_{i=0}^{n-1}(x^T - \alpha^{p^i}) = \prod_{i=0}^{n-1}(x^r - \iota^{p^i})\cdot\ g_i(x^r)\ =\ h(x^r)\cdot g(x^r)$, где h(x) — неприводимый полином степени n.

Рассмотрим случай, когда $\alpha \in -4GF(p^n)^4$ и T кратно 4. Пусть $\alpha = -4\beta^4$, T=4t, тогда $x^T - \alpha = x^{4t} - \alpha = [y = x^t] =\ y^4 + 4\beta^4 = (y^2 + 2\beta y + 2\beta^2)\cdot\ (y^2 +\ +(p-2)\cdot\beta + 2\beta^2)$ — приводим над GF(p^n), и следовательно, полином f(x^T) — приводим над F_p.

Из лемм **1**,**2**,**3** следует справедливость следующей теоремы:

Теорема 1. *Пусть f(x) — неприводимый полином над полем F_p степени n, $ordf(x) = \frac{p^n-1}{s}$. Полином f($x^T$) является неприводимым над полем F_p тогда и только тогда, когда все простые делители числа T делят число $\frac{p^n-1}{s}$, не делят число s, и $p^n \equiv 1(mod4)$, если T кратно 4.*

Литература

1. Лидл Р., Нидеррайтер Г. Конечные поля, т.1, М.: Мир, 1988.
2. Валуева Т.А. О приводимости одного класса полиномов, Информационные системы и технологии — IST'2002, 2ч., стр.15-16.
3. Ленг С. Алгебра, М.: Мир, 1967.
4. Chen Song-Liang Some trinomials over finite prime fields, J. Jinzhou Norm. Coll. Natur. Sci. Ed., 2002, №1, p. 65-66.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В МУЛЬТИВЕЙВЛЕТНОМ И ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОМ БАЗИСАХ

Герасимчик И.В., Дейцева А.Г., ГрГУ, Гродно

В данной работе рассмотрено интегральное уравнение Фредгольма второго рода

$$y(x) - \int_0^1 K(x,s)y(s)ds = f(x), \tag{1}$$

где $K(x,s) \in L_2[0;1]^2$, $f(x) \in L_2[0;1]$, $x \in [0;1]$ –известные функции, $y(x)$, $x \in [0;1]$ – неизвестная функция.

Пусть $\{b_1(x), b_2(x), \ldots\}$ – ортонормированный базис в $L_2[0;1]$. Тогда для функций из уравнения (1) справедливы следующие разложения

$$K(x,s) = \sum_{i=1}^{\infty}\sum_{j=1}^{\infty} K_{ij} b_i(x) b_j(s), \tag{2}$$

где

$$K_{ij} = \int_0^1 \int_0^1 K(x,s) b_i(x) b_j(x) dx ds;$$

$$y(x) = \sum_{i=1}^{\infty} y_i b_i(x), \qquad (3)$$

где

$$y_i = \int_0^1 y(x) b_i(x) dx;$$

$$f(x) = \sum_{i=1}^{\infty} f_i b_i(x), \qquad (4)$$

где

$$f_i = \int_0^1 f(x) b_i(x) dx,$$

$i, j = 1, 2, \ldots$.

Рассмотрим конечное число базисных функций $\{b_1(x), b_2(x), \ldots, b_n(x)\}$, тогда, используя разложения (2)–(4), получим следующую систему алгебраических уравнений, аппроксимирующую уравнение (1)

$$y_i - \sum_{j=1}^{n} K_{ij} y_j = f_i,$$

$i = 1, \ldots, n$.

В качестве ортонормированного базиса $\{b_1(x), b_2(x), \ldots\}$ пространства $L_2[0;1]$ в работе использовались тригонометрическая система [1] и мульти-вейвлеты порядка $k = 2$. В [2] приведен алгоритм построения мультивейвлетов, и доказано, что мульти-вейвлетный базис является ортонормированным.

Таким образом, решение уравнения (1) осуществляется путем разложения входящих в него функций по тригонометрическому и мультивейвлетному базисам. Предложенные методы реализованы с помощью пакета Maple при $n = 16$ на примере решения некоторых интегральных уравнений Фредгольма второго рода.

Установлено, что решение, полученное с помощью мультивейвлетного базиса является более точным, чем в случае использования тригонометрического. Кроме того, решение уравнения (1), ядро $K(x,s)$, $x, s \in [0;1]$ которого обладает логарифмической особенностью, в мультивейвлетном базисе осуществляется в 2 раза быстрее по сравнению с тригонометрическим базисом.

Литература

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – 7-е изд. – М.: Физматлит, 2004.– 572 с.
2. Alpert B. A class of bases in L_2 for the sparse representation of integral operators // SIAM J. Math. Anal. – 1993. – vol.1. – №1. – P. 246-262.