СПОСОБ УСТАНОВЛЕНИЯ ИЗОМОРФИЗМА ГРАФОВ

Теленкевич Р. С., БГТУ, Брест

Многие практические задачи приводят к необходимости распознавания изоморфизма и изоморфного вложения сложных структур, которые могут быть заданы в форме матриц или графов. С содержательной точки зрения изоморфизм структур означает тождественность их функционирования, что приводит в ряде случаев к возможности замены одной структуры другой, ей изоморфной.

Пусть G=(X, F) и H=(Y, P) – два произвольных графа. Два графа называются изоморфными, если множества X и Y эквивалентны и для любых $x \in X$ и $y \in Y$, которые поставлены во взаимно однозначное соответствие, выполняется Fx эквивалентно Py.

Легко видеть, что для распознавания изоморфизма графов G и H, которые имеют n вершин, требуется в общем случае совершить n! попарных сравнений, а для распознавания изоморфного вложения графа G, имеющего m вершин, в граф H, который содержит n вершин (m<n), необходимо произвести C_n^m m! сравнений. Из приведенных оценок видно, что уже при относительно небольшом количестве элементов в графах (около 100) решение задачи об изоморфизме методом полного перебора весьма сложно даже с современными вычислительными машинами.

В настоящей работе приводится алгоритм нахождения изоморфизма графов, основанный на выделении класса графов, имеющих различные мощности (степени полузахода) вершин, для которого оценка n! завышена. Заметим, что указанный алгоритм распознавания изоморфизма графов удобен для реализации на ЭВМ.

Алгоритм распознавания изоморфизма двух графов G и H:

1. Подсчитываем количество вершин каждого графа. При равенстве переходим к п. 2, а при неравенстве - к п. 5.
2. Подсчитываем количество дуг каждого графа. При равенстве переходим к 3., а при неравенстве - к п. 5.
3. Записываем графы в матричной форме. Сравниваем матрицы (метод сравнения графов приведен ниже). Если матрицы равны, то переходим к п. 4, если не равны, то переходим к п. 5.
4. Графы изоморфны.
5. Графы не изоморфны.

Рассмотрим работу алгоритма на примере.

Пусть даны два неориентированных графа G (рис 1) и H (рис 2). Докажем, что они изоморфны. Составим матрицы инциденций:

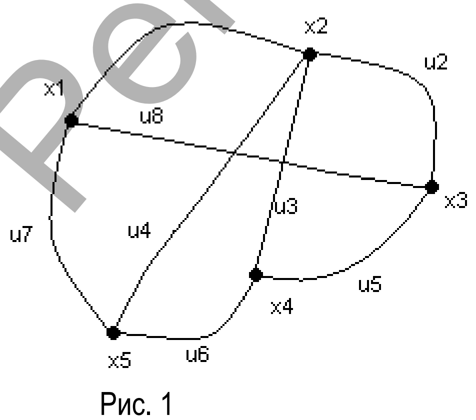

Рис. 1

Табл. 1

	x1	X2	x3	x4	x5
u1	1	1	0	0	0
u2	0	1	1	0	0
u3	0	1	0	1	0
u4	0	1	0	0	1
u5	0	0	1	1	0
u6	0	0	0	1	1
u7	1	0	0	0	1
u8	1	0	1	0	0

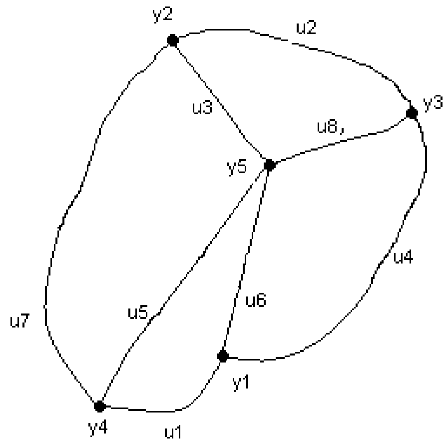

Рис. 2

Табл. 2

	y1	y2	y3	y4	y5
u1	1	0	0	1	0
u2	0	1	1	0	0
u3	0	1	0	0	1
u4	1	0	1	0	0
u5	0	0	0	1	1
u6	1	0	0	0	1
u7	0	1	0	1	0
u8	0	0	1	0	1

Преобразуем матрицы так, чтобы можно было сказать, равны ли они (заметим, что строки и столбцы матрицы можно переставлять, матрицы от этого не изменят своего смысла). Отсортируем слева направо столбцы по убыванию мощности вершин. Если мощность вершин совпадает, поступим следующим образом: будем сравнивать столбцы сверху вниз по строкам. Если элементы равны, опускаемся на одну строку вниз, если не равны, левее ставится тот столбец, элемент в котором больше (например в табл. 1 из двух конкурирующих столбцов x1 и x2 левее станет x2). После этого аналогично преобразуем строки матриц. В таблицах 3 и 4 представлены матрицы после преобразования, их эквивалентность очевидна.

	x2	x1	x3	x4	x5
u1	1	1	0	0	0
u2	1	0	1	0	0
u3	1	0	0	1	0
u4	1	0	0	0	1
u8	0	1	1	0	0
u7	0	1	0	0	1
u5	0	0	1	1	0
u6	0	0	0	1	1

Табл.4

	y5	y1	y4	y2	y3
u6	1	1	0	0	0
u5	1	0	1	0	0
u3	1	0	0	1	0
u8	1	0	0	0	1
u1	0	1	1	0	0
u4	0	1	0	0	1
u7	0	0	1	1	0
u2	0	0	0	1	1

Табл. 5

Преобразованные матрицы дают также возможность найти однозначные соответствия множества вершин X и множества вершин Y.

Таким образом, данный алгоритм позволяет за 2(M+N) операций установить изоморфизм графов, где M - число вершин, N – число дуг.

Литература

1. А. Н. Мелихов Ориентированные графы и конечные автоматы. - М., «Наука», 1971.

ОПЕРАТОРНЫЙ МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ СТРУНЫ ПРИ ПОМОЩИ СТЕПЕННЫХ РЯДОВ

Филиппович М. М., Густова Г. В., БНТУ, Минск

Рассмотрим задачу о колебании струны, которому удовлетворяет дифференциальное уравнение в частных производных

$$u_{tt} - C^2 u_{xx} = 0 \qquad (1)$$