

Расчет значений запаса надежности [2] при обработке прецизионных деталей по критерию ΔY - погрешности выходного параметра лимитирующего размера вдоль координаты Y , которая определяется как разность между текущим перемещением рабочего органа $Y_{тек}$ и запрограммированным $Y_{прог}$ показывает максимально допустимое значение $\Delta Y_{max} = 46$ мкм. Это соответствует IT7 исходя из класса точности станка и максимального перемещения вдоль координаты Y , равного 250 мм, и возможно при стабилизации теплового поля станка. Расчет производился без учета изменения погрешности позиционирования под влиянием тепловых повреждений в системе привода подачи стол-салазки станка, при частоте вращения шпинделя $n = 500; 1000; 2000$ мин⁻¹ (рис. 1). В этом случае коэффициент надежности [2] для данного параметра при частоте вращения равной 1000 мин⁻¹ $K_n = 1,43$ мкм, а вероятность безотказной работы по выходному параметру $P(t) \rightarrow 0$. За межлагодочный период запас надежности уменьшится до $K_n = 1,06$ мкм., а резерв многоцелевого станка по выходному параметру δ_T , который в начале межлагодочного периода составлял 20 мкм, снизится до 3 мкм.

Если же брать максимальный режим обработки, то при частоте вращения шпинделя $n = 2000$ мин⁻¹ и вылете инструмента по оси $Z=185$ мм время достижения точки максимальной температуры $[Q_{max}]$ по сравнению с предыдущим временем снизится более чем в два раза и для поддержания работоспособного состояния потребуется соответствующая компенсация.

Заключение. На основании изложенного можно сделать следующее заключение:

1. При эксплуатации многоцелевого станка с ЧПУ его параметрическая надежность может быть обеспечена за счет контроля выходного параметра ΔY и управления наиболее значимым для изменения ΔY технологическими факторами.
2. Варьируя составляющими величинами погрешности ΔY можно устанавливать степень влияния на параметрическую надежность и определять конструкторские пути ее увеличения.
3. Снижение тепловых деформаций позволяет создавать резерв точности по выходному параметру прецизионного станка для компенсации медленно протекающих процессов, в первую очередь износа.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Горбунов В.П., Григорьев В.Ф. Исследование влияния теплового режима на точность многоцелевого станка с ЧПУ // Новые технологии в машиностроении и вычислительной технике: труды X научно-техн. конф. профессорско-преподавательского состава, аспирантов и студентов. / Брест. политехн. ин-т. – Брест, БПИ, 1998. – Ч. I. – С. 12-17.
2. Горбунов В.П., Григорьев В.Ф. Оценка технологической надежности многоцелевого станка по параметру точности координатных перемещений. // Вестник Брестского государственного технического университета. – Брест, 2000. - № 4(4): Машиностроение, автоматизация, ЭВМ. – С. 8-11.
3. Надежность и диагностика технологических систем: Учебник. / В.А.Синопальников, С.Н.Григорьев. – М.: Высш. шк., 2005. – 343 с.
4. Точность и надежность станков с числовым программным управлением. /Под ред. А.С.Проникова. – М.: машиностроение, 1982. – 256 с.

Материал поступил в редакцию 02.10.08

HARBUNOU V., HRYHORIEU U., RUDIYOUK F. DIAGNOSING OF THERMAL DEFORMATIONS OF THE MULTI-PURPOSE MACHINE TOOL WITH CNC

Conditions of formation of an error of processing due to occurrence of thermal deformations are considered. The analysis of errors of form-building movements is given: trajectories of moving and coordinate adjusting movements. The system of operational diagnostics of thermal deformations on an example of the multi-purpose machine tool with CNC is offered to model MC 12-250.

The scheme of reception and processing of diagnostic signals шпиндельного unit of the machine tool is given. Parameters of a thermal field of a spindle, where a characteristic point, respective alterations of temperature to size of displacement of an axis of a spindle are certain. Experimental researches have shown change of the law of displacement of an axis of a spindle from size of a start ползуна the machine tool. Ways of indemnification of an error are offered.

Forecasting of change of target parameter allows to prevent inadmissible thermal deformations and to create a reserve of accuracy on target parameter of the multi-purpose machine tool.

УДК 519.64

Веремейчик А.И., Хвусевич В.М.

МЕТОД ГРАНИЧНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕРМОУПРУГИХ ЗАДАЧАХ МЕХАНИКИ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Введение. Потребности современного машиностроения во многих случаях требуют исследования напряженно-деформированного состояния конструкций, которые подвергаются воздействию механических нагрузок и изменяющихся во времени температур. Вопрос о нестационарных тепловых воздействиях на конструктивные элементы актуален еще и потому, что механизмы эксплуатируются в условиях неравномерного нагрева, который вызывает значительные температурные напряжения и в сочетании с напряжениями, вызванными действием физической природы, часто становится причиной частичного или полного вывода конструкций из строя. Сложность форм применяемых конструкций и их отдельных элементов наряду со сложным характером упомянутых воздействий требуют разработки новых средств и методов расчета на прочность для получения данных об их поведении при эксплуатации еще на этапе проектирования. Все это требует развития исследований нестационарных задач термоупругости, связанных со строгим удовлетворением граничных условий по всей границе области при произвольном распределении в ней температуры.

1. Постановка задачи. Методика исследований. Решение задачи нестационарной термоупругости методом граничных интегральных уравнений (ГИУ) проводится в 2 этапа. На первом этапе рассматривается задача теплопроводности, которая заключается в решении дифференциального уравнения (ДУ) теплопроводности при соответствующих краевых условиях. Для несвязанных задач ДУ теплопроводности можно представить в виде:

$$\nabla^2 T = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (1)$$

где a - коэффициент температуропроводности.

Для решения задачи теплопроводности при соответствующих краевых условиях удобно использовать метод тепловых потенциалов. Решение разыскивается в виде потенциалов простого (2) или двойного слоя (3) [3], которые вне точек поверхности, по которой проводится интегрирование, являются решениями уравнения теплопроводности (1):

$$V(x, t) = \int_0^t \text{ad}\tau \left[\int_L T(x, t, y, \tau) v(y, \tau) \right] dl, \quad (2)$$

$$W(x, t) = \int_0^t \text{ad}\tau \left[\int_L \frac{\partial T}{\partial n} \mu(y, \tau) \right] dl. \quad (3)$$

В случае задания на поверхности тела граничных условий первого рода $F = F(y, t)$ получено интегральное уравнение для определения плотности теплового потенциала двойного слоя $\mu(y, \tau)$:

$$\pm \frac{1}{2} \mu(x, t) + \frac{4a}{\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{d\tau}{(\sqrt{2a(t-\tau)})^5} \int_L K(y, x, t-\tau) \mu(y, \tau) dl = F(y, t) \quad (4)$$

Ядро $K(y, x, t-\tau) = e^{\left(\frac{-r^2}{4a(t-\tau)}\right)} [cl_1(B) - bl_0(B)]$ интегрального уравнения представляет собой произведение показательной функции на функцию Бесселя первого рода. Знак "+" применяется при решении внешней задачи, знак "-" - для внутренней задачи.

Уравнение (4) является линейным интегральным уравнением второго рода в двумерном измерении L, t . Оно носит Фредгольмов характер по переменной L и имеет признак уравнения Вольтерра по переменной t . В результате решения этого уравнения будет найдена плотность μ потенциала двойного слоя, что даст возможность найти распределение температуры в любой точке рассматриваемой области L в данный момент времени путем подстановки данной плотности в выражение (3) потенциала двойного слоя. Необходимо отметить также, что ядро уравнения (4) имеет сингулярную особенность в точке $x = y, t = \tau$. Аналогично могут быть построены интегральные уравнения для задач с граничными условиями второго и третьего рода.

Из приведенных формул видно, что ядра интегральных уравнений имеют весьма сложный характер. Наличие двойных интегралов также значительно усложняет решение задачи. Поэтому применяется численное решение с использованием современных достижений ПЭВМ. Область интегрирования разбивается по времени t на n не обязательно равных между собой частей. Принимается также условие, что на каждом интервале (t_{j-1}, t_j) неизвестная плотность $\mu(y, \tau)$ является постоянной, т.е. можно считать, что $\mu(y, \tau)$ является кусочно-непрерывной функцией. С учетом сказанного, проводя разложение функций Бесселя и необходимые преобразования, можно получить следующее интегральное уравнение для решения внутренней задачи:

$$-\frac{1}{2} \mu(x, t) - \frac{1}{\pi} \int_L C_n \mu(x, \tilde{\tau}_n) dl = f, \quad (5)$$

$$\text{где } f = F(y, t) + \frac{1}{\pi} \int_L \left[\sum_{j=1}^{n-1} \mu(P, \tilde{\tau}_j) C_j \right] dl,$$

$$C_j = \{ [FM(x) + f_1 Q_1(x)] - [FF(x) - f_2 Q_2(x)] \} A_0 r.$$

Для численной реализации нестационарной задачи теплопроводности на ЭВМ необходимо неоднократно решить интегральное уравнение (5), т.к. с течением времени его правая часть будет меняться. Ось времени разбивается на n шагов, поэтому решение уравнения (5) осуществляется n раз. Точность будет зависеть от частоты данного разбиения, которая в свою очередь зависит от времени исследуемого процесса нагрева (охлаждения). Приближенное решение уравнения и вычисление температур и фиктивных массовых сил основывается на замене интегралов конечными суммами. В результате такой замены вместо уравнения (5) получаем систему линейных алгебраических уравнений. Контур интегрирования L

представляется в виде ломаной линии, состоящей из большого числа N прямолинейных отрезков $\Delta l_k, k = 1, 2, 3, \dots, N$.

Функции C_n зависят от координат точек x и y и времени τ . При интегрировании точка x пробегает весь контур L , переходя через точку y , а время τ пробегает отрезок $t_{n-1} \leq \tau \leq t_n = t$. В том случае, когда x проходит через y и $\tau \rightarrow t_n = t$, функции C_n имеют [2] сингулярную особенность сложного типа, что требует применения к интегралам от указанных функций формул механических квадратур с учетом этой особенности.

Для решения поставленной задачи интеграл в (5) заменяется конечной суммой. Интеграл по длине отрезка представляется как

$$\text{произведение } C_n^0 \mu_n^0 \Delta l_k^0, \text{ где } C_n^0 = \frac{1}{\Delta l_k^0} \int_{\Delta l_k^0} C_n dl - \text{среднее значение}$$

интеграла по длине Δl_k^0 . Разбивая длину участка на 10 равных частей, определяется значение C_n^0 в центре каждого из участков и

$$\text{по формуле прямоугольников } C_n^0 = 0,1 \sum_{j=1}^{10} (C_n)_j.$$

После решения системы алгебраических уравнений порядка N получаем дискретный ряд значений искомой функции μ в точках контура L в момент $\tilde{\tau}_j (t_{j-1} \leq \tilde{\tau}_j \leq t_j)$. Для решения задачи в момент $\tilde{\tau}_{j+1} (t_j \leq \tilde{\tau}_{j+1} \leq t_{j+1})$ необходимо вычислить новое значение функции f в (5). Получаем новый дискретный ряд значений функции μ для данного момента времени, и процесс повторяется. Имея значения μ для N точек контура L , можно определить температуру или составляющие ее градиента в любой внутренней точке области, заменяя интегралы конечными суммами.

После определения температурного поля на втором этапе определяется соответствующее ему напряженно-деформированное состояние. Необходимо найти решение дифференциальных уравнений равновесия [4]:

$$\Delta u_i + \frac{1}{1-2\nu} \text{grad div } u_i = \frac{2(1+\nu)}{1-2\nu} \alpha \text{grad}(T - T_0), \quad (6)$$

при соответствующих граничных условиях.

С помощью теории потенциала дифференциальные уравнения в частных производных заменяются интегральными уравнениями типа Фредгольма 2-го рода, которые удобны для численной реализации. Краевая задача в виде (6) сводится к задаче изотермической теории упругости.

Решение (6) разыскивается в виде, предложенном Гудьером:

$$u_i = u_i^0 + u_i^T, \quad (7)$$

где u_i^0 - решение однородного дифференциального уравнения, а u_i^T - частное решение уравнения (6), которое разыскивается в виде градиента некоторой бигармонической функции

$$u_i^T = \text{grad} W. \quad (8)$$

Функция W удовлетворяет уравнению (6) в виде:

$$\Delta W = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha (T - T_0). \quad (9)$$

Для определения напряжений можно использовать формулу:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^0 + \sigma_{ij}^T, \quad (10)$$

где σ_{ij}^0 соответствует $u_{ij}^0, \sigma_{ij}^T = \frac{E}{1+\nu} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x_i \partial x_j} - \Delta W \delta_{ij} \right)$ - температурные добавки напряжений.

Окончательно выражения для температурных добавок перемещений и напряжений можно представить в виде:

$$u_i^T(x) = \frac{\alpha(1+\nu)}{8\pi(1-\nu)} \oint_L \left\{ \frac{dT(y)}{dn_y} r\beta_i(2\ln r - 1) - \right. \quad (11)$$

$$\left. - T(y) [2\beta_i \cos \varphi + n_i(y)(2\ln r - 1)] \right\} dl_y,$$

$$\sigma_{ij}^T = \frac{E\alpha}{4\pi(1-\nu)} \int_L \left\{ \frac{dT(y)}{dn_y} [\delta_{ij}(1+2\ln r) - 2\beta_i\beta_j] + \right. \quad (12)$$

$$\left. + T(y) \left[n_i(y)\beta_j + n_j(y)\beta_i - 2\beta_i\beta_j \cos \varphi - \delta_{ij} \cos \varphi \right] \right\} dl_y.$$

Система сингулярных интегральных уравнений относительно плотности $\mu_i(y, \tau)$ при граничных условиях первого рода имеет вид:

$$\mu_i(x, t) + \frac{1}{2\pi(1-\nu)} \int_L \left\{ \mu_i(y, \tau) \cos \psi [(1-2\nu) + 2\beta_i^2] + \right. \quad (13)$$

$\left. + \mu_i(y, \tau) \{ (1-2\nu) \cdot [n_j(x)\beta_i - n_i(x)\beta_j] + 2\beta_i\beta_j \cos \psi \} \right\} \frac{dl_y}{r(x, y)} = p_{np},$

где $p_{np} = p_i^0 + p_i^T$ - приведенная нагрузка, равна сумме температурной поверхностной нагрузки и механической нагрузки.

Решение полученных интегральных уравнений проводится численно. С помощью метода механических квадратур. Интегралы вычисляются при помощи квадратурных формул Гаусса.

В результате замены интегралов в (13) конечными суммами получается алгебраическая система уравнений:

$$X + QY = p, \quad (14)$$

где X и Y - столбцы неизвестных плотностей, p - столбец свободных членов. Матрица Q с элементами Q_{ij} имеет квази-второй порядок.

По найденным значениям плотностей могут быть определены все компоненты тензора напряжений и деформаций в произвольной точке рассматриваемой области.

Порядок решения задачи следующий. Основными исходными данными задачи, помимо уравнений (1) и (6) с соответствующими краевыми условиями, являются: количество точек разбиения границы области, количество шагов по времени, коэффициенты линейного теплового расширения, теплопроводности, Пуассона, размеры массивов плотностей, координаты точек границы области. На 1-м этапе решается уравнение (5), в результате решения которого находится распределение температуры в любой точке области в произвольный момент времени. Далее определяются температурные добавки перемещений u_i^T , напряжений σ_{ij}^T и фиктивная температурная нагрузка p_i^T . На 2-м этапе решается система (13) относительно плотности потенциала μ , после чего определяются перемещения и напряжения по формулам (7) и (10) соответственно. Разработанный алгоритм реализован на ПЭВМ.

2. Тестовый пример. В качестве примера изучается плоское напряженно-деформированное состояние стальной прямоугольной пластинки с круглым отверстием. На контуре модели прикладывалась температурная нагрузка, которая действовала на протяжении 1 с. Затем приложенная нагрузка снималась, и пластинка в течение 300 с находилась при комнатной температуре. При исследовании напряженно-деформированного состояния ставились следующие граничные условия: на внутреннем и внешнем контурах пластинки отсутствуют поверхностные силы, две внешние грани, а также нижняя и верхняя плоскости теплоизолированы, на двух других гранях происходит теплообмен с воздухом. Пластинка закреплена по нижней грани. В качестве исходных данных задавались также температуры на не тепло-

изолированных гранях (на наружной грани $T_H = 250$ °С, на внутренней $T_B = 50$ °С), характеристики материала (коэффициент теплопроводности $\lambda = 60,5 \frac{Вт}{м \cdot ^\circ C}$, коэффициенты температурно-

го расширения: на наружной грани $\alpha_H = 15 \frac{Вт}{м^2 \cdot ^\circ C}$, на внутренней

грани $\alpha_B = 30 \frac{Вт}{м^2 \cdot ^\circ C}$, модуль упругости $E=210$ МПа, коэффици-

ент Пуассона $\nu = 0,3$), а также интервал времени нагружения (от 0 до 300 с). Симметрия рассматриваемой области позволяет ввести в рассмотрение $\frac{1}{4}$ часть пластинки (рис. 1), которая аппроксимировалась граничными элементами.

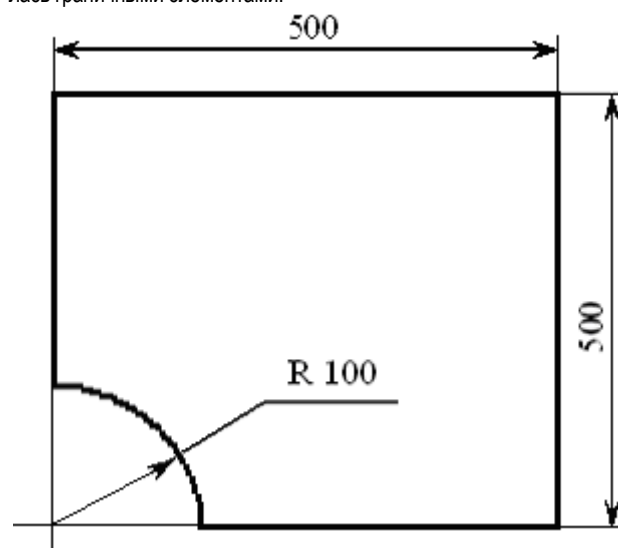


Рис. 1. Расчетная модель, мм

Проведена численная реализация построенных интегральных уравнений [5] задачи нестационарной термоупругости с помощью ПЭВМ. Построены графики распределения температуры по контуру пластинки для различных моментов времени. Типичное изменение температуры от времени на внешней грани приведено на рис. 2.

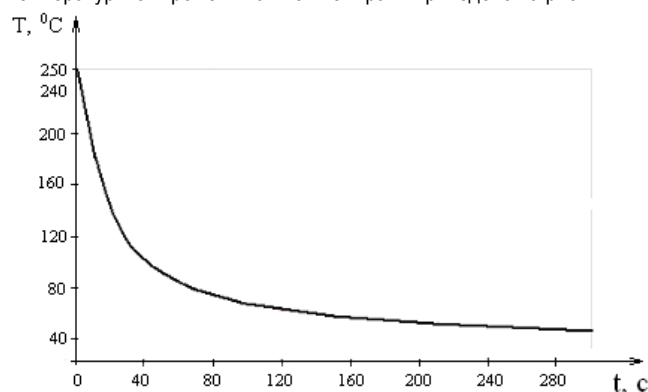


Рис. 2. График изменения температуры от времени на внешней грани

Кроме того, получены графики распределения компонентов напряжения и перемещения на контуре пластинки, из которых следует, что максимальные значения напряжений возникают на окружности. Наибольшие значения компоненты перемещений достигают на границе пластинки. Графики изменения температуры, напряжений и перемещений от времени позволяют исследовать характер изменения напряженно-деформированного состояния в процессе температурного воздействия. Кроме того, проведено исследование

изменения во времени температуры и напряжений в произвольной точке окружности в зависимости от размеров пластинки, из которых можно сделать вывод, что напряжения и температуры в произвольной точке внутреннего контура растут при уменьшении размеров пластинки.

Результаты определения перемещений, напряжений и температурных полей сравнивались с результатами расчетов, полученных с помощью программного комплекса ANSYS Workbench, построенного на базе метода конечных элементов. Результаты сравнения температурных полей методами граничных интегральных уравнений и конечных элементов приведены в таблице 1.

Таблица 1. Значения температур на внутреннем контуре пластинки

Время, с	10	20	30	40	50	100	155	200	300
Результаты МГИУ	31	27,6	25,3	25	24	23,5	22,9	22,2	22
Результаты МКЭ	30,4	26,2	25	24,5	24	23,2	22,8	22,7	22,5

Заключение. Разработан алгоритм решения несвязанных нестационарных задач термоупругости методом граничных интегральных уравнений. Достоверность формул и точность алгоритма подтверждается решением ряда тестовых задач. Рассмотрены случаи, решение которых можно провести аналитическими методами. Результаты сравнивались с результатами [4] и решениями, полученными с помощью программного комплекса ANSYS. Точность численного решения высока для внутренних точек и удовлетворительна

для точек, примыкающих к границе области. Получены зависимости изменения температуры и напряжений как функции времени и координат. Основными преимуществами применяемого метода по сравнению с другими существующими является необходимость дискретизации только границы области, при этом сохраняется высокая точность решения при уменьшении затрат машинного времени. Небольшие затраты машинного времени для решения поставленной задачи методом ГИУ подтверждают эффективность метода по сравнению с другими численными методами.

В дальнейшем предполагается развить разработанное решение на исследование пространственных тел, нагруженных механическими усилиями и нестационарными температурными воздействиями.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Лыков, А.В. Теория теплопроводности / А.В. Лыков. - М.: Высшая школа, 1967 г. - 599 с.
2. Мюнтц, Г.М. Интегральные уравнения / Г.М. Мюнтц. - М.: ГТТИ, 1934.
3. Тихонов, А.Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. - М.: Наука, 1966 г. - 735 с.
4. Коваленко, А.Д. Основы термоупругости / А.Д. Коваленко. - Киев: Наукова думка, 1970. - 239 с.
5. Веремейчик, А.И. Граничные интегральные уравнения двумерных нестационарных краевых задач несвязанной термоупругости // Актуальные проблемы динамики и прочности в теоретической механике: сб. научн. трудов / Белорус. нац. техн. ун-т; редкол.: Ю.В. Василевич [и др.]. - Минск: УП "Технопринт", 2001. - С. 99-103.

Материал поступил в редакцию 22.09.08

VEREMEJCHIK A.I., HVISEVICH V.M. METHOD OF THE BOUNDARY INTEGRATED EQUATIONS IN NESTATIONAR THERMOELASTIC PROBLEMS OF MECHANICS OF A HARD BODY

Features of realisation of the method of the boundary integrated equations for the decision of untied non-stationary problems of thermoelasticity of homogeneous isotropic bodies are considered. On - harmonous algorithm of the decision of a task in view its numerical realisation on IBM also is spent. For an estimation of accuracy of the developed algorithm the decision of test problems is passed.

УДК621.91.002

Медведев О.А., Ковальчук П.Н

ОБОСНОВАНИЕ ВЫБОРА ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ОСНАСТКИ ДЛЯ ДОСТИЖЕНИЯ ТОЧНОСТИ СБОРКИ МАШИН МЕТОДОМ РЕГУЛИРОВАНИЯ НЕПОДВИЖНЫХ КОМПЕНСАТОРОВ

Введение и задачи исследования. Метод регулирования широко используется для достижения высокой точности замыкающих звеньев длинных конструкторских сборочных размерных цепей машин в серийном и массовом производстве при экономически выгодных допусках составляющих звеньев и основан на быстром целенаправленном изменении величины одного из составляющих звеньев - компенсатора.

В случае использования неподвижного компенсатора, изменение его размера осуществляется ступенчато, путём выбора и установки в изделие при окончательной сборке одного компенсатора определённого размера из заранее изготовленного комплекта или установкой определённого числа одинаковых тонких компенсаторов.

Неподвижные компенсаторы применяются в случае, если конструктивно невозможно применить более сложный, громоздкий и дорогой подвижный компенсатор.

Использование неподвижных компенсаторов основано на известном положении о том, что, используя компенсатор определённого размера, можно компенсировать за счет допуска замыкающего

звена лишь часть суммарного допуска составляющих звеньев, равную (в идеальном случае) допуску замыкающего звена. Увеличив компенсатор на величину допуска замыкающего звена, можно компенсировать еще такую же часть, примыкающую к первой, и так далее. В идеале ступень компенсации (разность размеров соседних компенсаторов в комплекте) равна допуску замыкающего звена, а число компенсаторов равно отношению суммарного допуска составляющих звеньев к допуску замыкающего звена. В действительности ступень компенсации должна быть меньше из-за наличия погрешностей изготовления компенсаторов и погрешности определения требуемого размера компенсатора.

Размер требуемого в конкретном изделии компенсатора, как правило, определяется в результате предварительной сборки изделия (без компенсатора и с эталоном на месте замыкающего звена) и измерения местоположения компенсатора. При окончательной сборке используют компенсатор из комплекта, с размером, ближайшим к измеренному значению. Требуемое количество одинаковых тонких компенсаторов определяется делением найденного при измерении

Медведев Олег Анатольевич, к.т.н., доцент кафедры технологии машиностроения Брестского государственного технического университета.

Ковальчук Павел Николаевич, магистрант кафедры технологии машиностроения Брестского государственного технического университета.

Беларусь, БрГТУ, 224023, г. Брест, ул. Московская, 267.