УДК 631.2+519.95:577.6(330.115)

Волчек А.А., Шведовский П.В.

К ПРОБЛЕМАМ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ РАЗВИТИЯ И ЛОКАЛИЗАЦИИ ЭКОЛОГИЧЕСКИХ ПОСЛЕДСТВИЙ

Сегодня бесспорно является факт, что проблемы моделирования динамики развития и локализации экологических последствий по любому компоненту Природной Среды, при ее преобразовании, тесно связаны с задачами теории управления.

При этом структура и порядок «дерева последствий» не имеет никакого значения.

Имеется множество подходов к решению данной проблемы [1,2,3], но принцип их один: отыскание тождественности моделей распространения и локализации.

Бесспорно, что в качестве феноменологической модели необходимо принимать схему развития (распространения) последствий на плоскости, характеризующуюся следующими свойствами:

- для любого момента времени t, $0 \le t < \infty$ на плоскости существует некоторое множество точек распространения X_t, являющихся расширяющимися по времени, т.е. для любых t_1, t_2, $0 \le t_1 < t_2$ выполняется условие $X_{t1} \subset X_{t2}$;
- каждая точка x' множества X_{t+dt} формируется переносом из некоторой точки x множества X_t, причем: для любого $x \in X_t$ известны все $x' \in X_{t+dt}$, формируемые переносом из x; $\rho\left(x, x'\right) \underset{dt \to 0}{\to} 0$, где $\rho\left(x, x'\right)$ – эвклидово расстояние между точками плоскости; x' является точкой множества X_{t+dt}, если она сформирована переносом хотя бы из одной точки $x \in X_t$.

Отсюда достаточно задать множество X_{t0} в некоторый фиксированный момент времени t_0 и закон перехода распространения из каждой точки плоскости в другие точки, чтобы определить множество X_t, $t > t_0$. Наиболее простым является переход с нормальной скоростью переноса, описываемый уравнениями в частных производных, т.е. из каждой точки контура $\overline{x}_i$ по внешней к $\overline{x}_t$ нормали n со скоростью $V_n(x,\varphi)$, где φ – полярный угол вектора n.

Уравнение имеет вид –

$$\frac{\partial z}{\partial t} + V_n(x,\varphi)\left|\, grad\, z\,\right| = 0\,. \tag{1}$$

Однако для природных процессов очень характерны взаимопроникновения, что и определяет малодостоверность описания динамики развития экологических процессов уравнениями в частных производных.

Более достоверным является описание экологических процессов осуществимо через элементарные источники, предполагающие, что если в момент t распространение достигло впервые точки x, то в момент $(t+dt)$ оно достигает из точки x всех точек $x' \in V(x, dt)$, где $V(x, dt)$ – некоторая окрестность точки x. При этом контур $\overline{X}_t$ формируется построением огибающей к множествам $V(x, dt)$, взятым во всех окрестностях $x \in \overline{X}_t$.

Учитывая непрерывность распространения по плоскости и используя модель времени перехода $T(x, y) = \inf\limits_{L \in L(x,y)} T_L(x, y)$, где $L(x,y)$ – множество гладких кривых, соединяющих точки переноса x и y, при заданном начальном множестве X_0 имеем – $T(y) = \inf\limits_{x \in x_0} T(x, y)$.

Выразить функцию $T(y)$ в явно виде довольно сложно, поэтому целесообразно для ее нахождения использовать численные алгоритмы.

На сегодня нет недостатка в выборе численных алгоритмов для описания процесса динамики развития экологических последствий практически по любому компоненту среды [4,5].

Наиболее же существенными являются проблемы локализации процессов распространения (X_t). В целом эту задачу можно сформулировать следующим образом: найти $\min\limits_{L \in [L]} F(L)$ при параметрах $[X_t]$, C_0, $W(x)$, где F – числовой критерий заданных на множестве локализованных кривых $[L]$; $C_0 = \overline{x}(0)$; $\overline{x}(t) = \omega(x)$; $\omega(x) \in W(x)$ (рисунок 1).

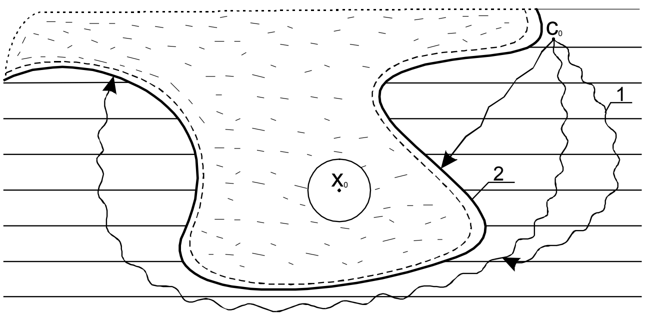

Рисунок 1 – Схема общей взаимосвязи процессов распространения и локализации: 1 – граница распространения; 2 – локализационные кривые.

В общем случае для процесса локализационного управления необходимо задаваться следующими параметрами: n – число локализованных кривых; C_0, …, C_{n-1} – начальные точки локализационных кривых с соответствующими начальными моментами локализации τ_1, …, τ_n; $W_1(x)$, …, $W_n(x)$ – максимально допустимые скорости движения по соответствующим локализационным кривым.

При этом, в целом, локализационное управление вполне определимо критериями минимального числа локализационных кривых (n), наименьшего времени локализации (τ) и наименьшей площади локализованного процесса ($Д_L$).

На рисунке 2 приведена схема оптимальных решений по данным критериям.

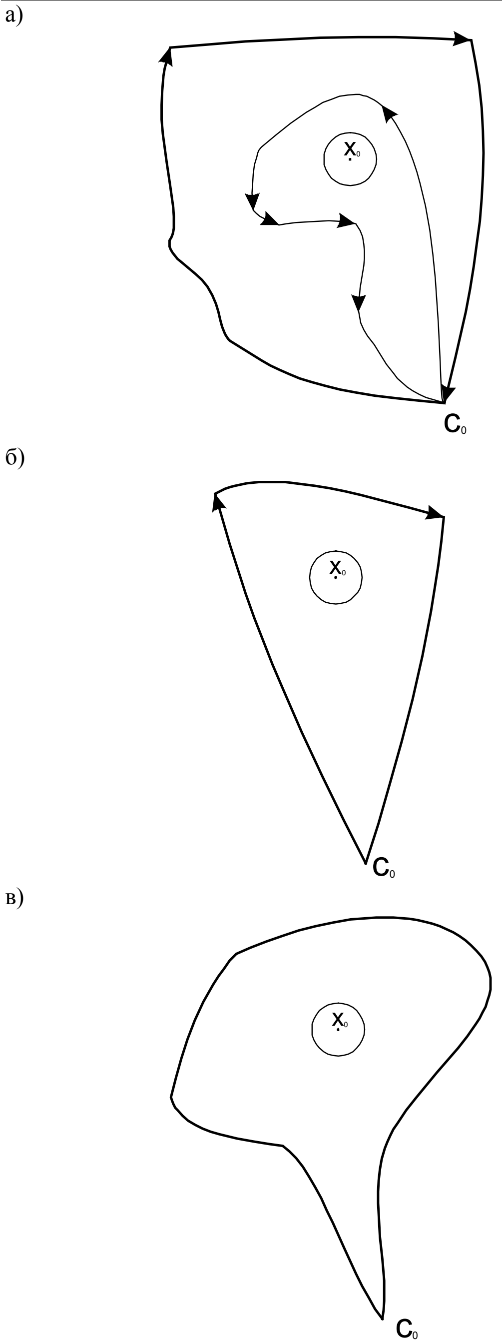

Рисунок 2 – Схема оптимальных решений локализованного управления: а – по критерию минимального числа локализационных кривых; б – по критерию наименьшего времени локализации; в – по критерию наименьшей площади локализованного процесса.

Некоторый интерес представляет и локализационное управление в условиях частичной неопределенности локализуемых процессов из-за изменений процесса распространения.

Учитывая, что для практических целей процесс распространения достаточно точно может быть определен задачей окружения равномерно расширяющейся окружности (рисунок 3), имеем при $\varphi > \varphi_1$:

$$\left.\begin{aligned} &\rho_1 = \frac{\rho_0}{\sqrt{1+\omega^2}};\ \sin\varphi = \frac{\omega}{\sqrt{1+\omega^2}};\ tg\alpha = \frac{1}{\omega};\\ &\rho(\varphi) = a \cdot \ell^{\gamma \cdot \varphi};\ \gamma = \frac{1}{\sqrt{\omega^2 - 1}};\ a = \frac{\rho_1}{\ell^{\gamma \cdot \varphi_1}};\ \tau^k = \tau_1 + \frac{\rho_1}{4}. \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

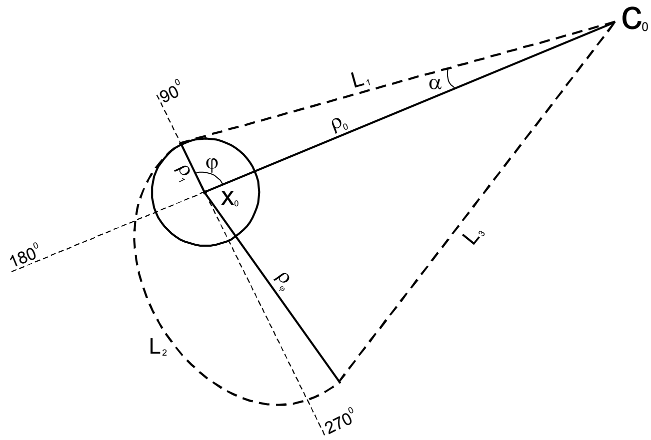

Рисунок 3 – Расчетная схема процесса распространения по методу окружения равномерно расширяющейся окружности.

Оптимальное решение требует выполнения следующего неравенства $\rho(2\pi) \le \rho_0$, здесь ω – скорость локализации; ρ_0 – начальные границы локализационной зоны; τ_1 и $\tau_к$ – время активного распространения и конечной локализации процесса; φ – полярная координата; ℓ – длина контура процесса.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Баженов В.В. Задачи управления локализацией процессов распространения на плоскости. – Изв. АН СССР. Техническая кибернетика, 1980, №3, с.64-72.
2. Кротов В.Ф., Гурман В.И. Методы и задачи оптимального управления. – М.: Наука, 1973. –309 с.
3. Анохин Ю.А., Остромогильский А.Х. Некоторые вопросы математического моделирования процессов циркуляции веществ в природных геофизических средах. – В кн. Проблемы экологического мониторинга и моделирования экосистем. – М.: Гидрометеоиздат, 1979, с. 147-160.
4. Шведовский П.В. Мелиорация и природная среда. – М.: Ураджай, 1984. – 160с.
5. Шведовский П.В., Валуев В.Е. и др. Эколого-социальные аспекты освоения водно-земельных ресурсов и технологий управлений режимами гидромелиораций. – Минск.: Ураджай, 1998, – 364с.