возможности компьютерных систем и алгоритмов. Наглядность представленного лекционного материала обеспечивается многочисленными скриншотами, что дает возможность обучающимся визуально воспринимать метод (способ или последовательность) решения той или иной задачи и выполнять ее «по образцу».

Шаблон задания лабораторной работы студент заполняет вручную исходными данными (по вариантам) и ответами, полученными в ходе решения задач, в большинстве которых исключается необходимость отражения промежуточных результатов вычислений.

Формы для защиты лабораторной работы располагаются сразу после отчета о ее выполнении и выглядят так же, как отдельные части заданий. Таким образом, студент заранее имеет представление о вопросах, выносимых на защиту. Исходные данные и возможный способ решения дополнительной задачи преподаватель задает непосредственно перед защитой работы. Кроме того, защита работы может включать задания разной сложности, в том числе на умение использовать навыки решения задач по смежным дисциплинам с применением компьютерных вычислительных систем.

Опыт использования лабораторных практикумов на протяжении последних лет позволил, во-первых, обнаружить проявление большего интереса к изучаемой дисциплине (что, по результатам анализа успеваемости, отразилось в уменьшении количества студентов, не допущенных к зачету или экзамену) и, во-вторых, оценить следующие преимущества данной методики преподавания: отображение полного плана работы студента на весь семестр и, соответственно, осуществление мониторинга своевременного выполнения лабораторных работ; возможность самостоятельного выполнения и оформления работы в случае отсутствия на занятии; овладение студентами навыками правильного и грамотного оформления результатов выполнения заданий; возможность иметь при себе на всех видах занятий конспект лекций и умело им пользоваться.

А. И. Жук, Т. И. Каримова, Н. А. Липская
Беларусь, Брест, БрГТУ

О ПРИБЛИЖЕНИИ СИСТЕМ НЕАВТОНОМНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Рассмотрим следующую задачу Коши на отрезке $T = [0; a] \subset R$:

$$\dot{x}^i(t) = \sum_{j=1}^{q} f^{ij}(t, x(t))\dot{L}^j(t), \ i = \overline{1, p}, \tag{1}$$

$$x(0) = x_0 \tag{2}$$

где f^{ij} $i = \overline{1, p}$, $j = \overline{1, q}$ – липшицевы функции, $x(t) = [x^1(t), x^2(t), ..., x^p(t)]$, $x_0 \in R^p$, а $L^j(t)$, $j = \overline{1, q}$ – функции ограниченной вариации на отрезке T. Без ограничения общности будем считать, что функции $L^j(t)$, $j = \overline{1, q}$ непрерывны справа, $L^j(0) = L^j(0-) = 0$ и $L^j(a-) = L^j(a)$, $j = \overline{1, q}$.

Уравнение (1) содержит произведение обобщенных функций, поэтому не является корректным, в связи с этим его решение зависит от подхода к трактовке подобного рода задач. Одним из таких подходов является концепция новых обобщенных функций [1].

Напомним определение алгебры мнемофункций. Пусть R – вещественная прямая. На множестве всех последовательностей из элементов R введем отношение эквивалентности следующим образом: $(x_n)\sim(y_n)$, если $\exists n_0 \in N$, $\forall n \ge n_0$, $x_n = y_n$, тогда обобщенным числом назовем класс эквивалентности $\tilde{x} = [(x_n)]$. Множество обобщенных чисел обозначим $\tilde{R}$. Аналогично можно построить расширение $\tilde{T}$ отрезка $T = [0;a]$. Выделим в $\tilde{R}$ следующие подмножества:

$$H = \{\tilde{h} \in \tilde{R} : \tilde{h} = [(h_n)], h_n > 0, \forall n \in N, \lim_{n\to\infty} h_n = 0\},$$

$$I = \{\tilde{h} \in H : 1/n = o(h_n), n \to \infty, h_n \to 0, \forall (h_n) \in \tilde{h}\}.$$

На множество всех последовательностей $\{f_n\}$ таких, что $f_n \in C^\infty(R)$, введем отношение эквивалентности: $(f_n)\sim(g_n)$, если $\exists n_1 \in N, \forall n \ge n_1, \forall x \in R, f_n(x) = g_n(x)$.

Класс эквивалентности $[(f_n)]$ будем называть мнемофункцией и обозначать $\tilde{f}$. Обозначим через $G(R)$ множество всех мнемофункций, которое является алгеброй с покоординатными операциями умножения и сложения. Алгебру мнемофункций вида $\tilde{f}(\tilde{x}) = [(f_n(x_n))]$, где $\tilde{x} = [(x_n)] \in \tilde{R}$, а $[f_n(x)] \in G(R)$, $\forall x \in R$, обозначим как $G(\tilde{R})$. Определим на $G(\tilde{T})$ обобщенный дифференциал

$$d_{\tilde{h}}\tilde{f}(\tilde{x}) = [(f_n(x + h_n) - f_n(x))], \quad \tilde{x} = [(x)] \in \tilde{T}, \ \tilde{h} \in H.$$

Обобщенный дифференциал $d_{\tilde{h}}$ назовем I-обобщенным дифференциалом и будем обозначать $d^I_{\tilde{h}}$, если $\tilde{h} \in I$.

Будем говорить, что мнемофункция $\tilde{f} = [(f_n)]$ ассоциирует элемент f из топологического пространства Ω, если последовательность $\{f_n\}$ при $n \to \infty$ сходится к f в топологии Ω.

Согласно рассматриваемому подходу, заменяем обычные функции в системе дифференциальных уравнений (1) на соответствующие им новые обобщенные функции и получим запись уравнения в дифференциалах в алгебре новых обобщенных функций

$$d_{\tilde{h}}\tilde{x}^i(\tilde{t}) = \sum_{j=1}^{q} \tilde{f}^{ij}(\tilde{t}, \tilde{x}(\tilde{t}))\, d_{\tilde{h}}\tilde{L}^j(\tilde{t}), \quad i = \overline{1,p} \tag{3}$$

с начальным условием $\tilde{x}|_{[0,\tilde{h}]} = \tilde{x}^0$, где обобщенные функции $\tilde{f}^{ij}$, $\tilde{L}^j$ ассоциируют функции f^{ij} и L^j соответственно.

Наряду с задачей (3) с начальным условием $\tilde{x}|_{[0,\tilde{h}]} = \tilde{x}^0$ рассмотрим систему уравнений с I-обобщенным дифференциалом:

$$d_{\tilde{h}}^{I}\tilde{x}^{i}(\tilde{t}) = \sum_{j=1}^{q} \tilde{f}^{ij}(\tilde{t}, \tilde{x}(\tilde{t}))d_{\tilde{h}}\tilde{L}^{j}(\tilde{t}) \quad i = \overline{1, p} \tag{4}$$

Будем говорить, что функция x является I-ассоциированным решением уравнения (3), если данная функция является ассоциированным решением задачи (4).

Таким образом, под решением системы дифференциальных уравнений (1) будем понимать ассоциированное решение системы уравнений в дифференциалах (3), существование и единственность решения которой доказано в [2]. Везде далее будем полагать, что необременительные условия этой теоремы выполнены.

Заменим в (3) каждую новую обобщенную функцию представителем класса ее определяющего, получим запись задачи (3) на уровне представителей

$$x_n^i(t + h_n) - x_n^i(t) = \sum_{j=1}^{q} f_n^{ij}(t, x_n(t))[L_n^j(t + h_n) - L_n^j(t)], \quad i = \overline{1, p} \tag{5}$$

с начальным условием $x_n(t)\big|_{[0,h_n)} = x_{n0}(t)$.

Пусть t – произвольная фиксированная точка из отрезка T. Тогда t можно представить в виде $t = \tau_t + m_t h_n$, где $\tau_t \in [0, h_n)$, $m_t \in N$. Несложно видеть, что решение системы (5) можно записать в виде

$$x_n^i(t) = x_{n0}^i(\tau_t) + \sum_{j=1}^{q}\sum_{k=0}^{m_t-1} f_n^{ij}(\tau_t + kh_n, x_n(\tau_t + kh_n))[L_n^j(\tau_t + (k+1)h_n) - L_n^j(\tau_t + kh_n)],$$

где $i = \overline{1, p}$.

В качестве представителей для уравнения (5) рассмотрим следующие функции:

$$L_n^j(t) = (L^j * \rho_n^j)(t) = \int_0^{1/n} L^j(t + s)\rho_n(s)ds,$$

где $\rho_n(t) = np(nt), \rho \in C^\infty(R), \rho \ge 0,\ sup\rho\ \rho(\rho) \subseteq [0,1], \int_0^1 \rho(s)ds = 1$, а $f_n^{ij} = f^{ij} * \overline{\rho_n}$,

$$\rho \in C^\infty(R), \rho \ge 0, supp\rho(\rho) \subseteq [0,1], \int_0^1 \rho(s)ds = 1, \text{а } f_n^{ij} = f^{ij} * \tilde{p}_n$$

$$\tilde{\rho}_n(x_0, x_1, ..., x_p) = n^{p+1}\tilde{\rho}(nx_0, nx_1, ..., nx_p), sup\rho(\tilde{\rho}) \subset [0,1]^{p+1}, \tilde{\rho} \in C^\infty(R^{p+1}), \tilde{\rho} \ge 0,$$

$$\int_{[0,1]^{p+1}} \tilde{\rho}(x_0, x_1, ..., x_p)dx_0 dx_1 ... dx_p = 1.$$

Для описания предельного поведения решений задачи (5) рассмотрим систему интегральных уравнений

$$x^i(t) = x_0^i + \sum_{j=1}^{q}\int_0^{t+} f^{ij}(s, x(s-))dL^j(s), \quad i = \overline{1, p} \tag{6}$$

где $i = \overline{1, p}$ и интеграл $\int_u^t f(x)dL(x)$ понимается в смысле Лебега – Стилтьеса.

Имеет место следующая теорема.

Теорема. *Пусть* f^{ij} $i = \overline{1,p}, i = \overline{1,q}$ *удовлетворяют условию Липшица и ограничены.* $L^j(t), j = \overline{1,q}$ – *непрерывные справа функций ограниченной вариации. Тогда* l-ассоциированное *решение задачи Коши (3) является решением системы уравнений (6)* $L^p(T)$, *если* $|x_{n0}(\tau_l) - x_0| \to 0$ *в пространстве* $L^p(T)$.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лазакович, Н. В. Стохастические дифференциалы в алгебре обобщенных случайных процессов / Н. В. Лазакович // Докл. НАН Беларуси. – 1994. – Т. 38, № 5. – С. 23–27.
2. Каримова, Т. И. Об ассоциированных решениях нестационарных систем уравнений в дифференциалах в алгебре обобщенных случайных процессов / Т. И. Каримова, О. Л. Яблонский // Вестн. Белорус. гос. ун-та. Сер. 1, Физика. Математика. Информатика. – 2009. – № 2. – С. 81–86.

Т.И. Каримова, Л.П. Махнист, В.С. Рубанов, В.П. Черненко
Беларусь, Брест, БрГТУ

О ФОРМИРОВАНИИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ ИНЖЕНЕРА

Математика – наука, значение которой трудно переоценить: она дает ключ к познанию в целом и обеспечивает успешное освоение смежных дисциплин, помогая решать практические задачи самого широкого спектра.

Математическая культура современного специалиста технического профиля состоит из двух компонент:

– свободного владения некоторым запасом математических знаний и методов, которые наиболее часто употребляются в его специальности (причем надо иметь фундамент, позволяющий этот запас пополнять);

– умения правильно и достаточно эффективно математически мыслить, т.е. достаточно быстро находить правильные математические решения возникающих задач, уметь обосновывать найденные решения, используя современные компьютерные технологии.

В настоящее время главное место в развитии математической культуры будущего инженера занимает вторая компонента, т.е. владение математическими методами, умение самостоятельно правильно и достаточно эффективно математически мыслить, анализировать возникающие проблемы, искать и находить уже готовые решения, или уметь использовать наиболее перспективные на сегодняшний день методы математического моделирования для нахождения собственного решения возникшей проблемы с помощью компьютера. Правильное использование компьютерных технологий должно базироваться на высокоразвитой математической культуре, широком использовании различных математических методов.

Главной задачей математического образования является формирование достаточно высокого уровня самостоятельного математического мышления будущего инженера. Развитие этой компоненты в математической подготовке происходит в первую очередь во время лекций по математическим дисциплинам, а также во время практических