

2) функции  $e^{\pm i/(t-\alpha)}$ ,  $\alpha \in [0, 1]$ , с разрывами экспоненциального типа.

Основным результатом является сопряженного пространства к алгебре  $A$ . Случай алгебры, содержащей только функции вида 1), был рассмотрен в [2].

В докладе будет показано, что максимальными идеалами алгебры  $A$  являются множества вида

$$M_{\{\tau-, \lambda\}} := \{x \in A : x(\tau - 0, \lambda) = 0\}, \quad M_{\{\tau+, \lambda\}} := \{x \in A : x(\tau + 0, \lambda) = 0\},$$

$$M_\tau := \{x \in A : x(\tau) = 0\},$$

где  $x(\tau \pm 0, \lambda) := \lim_{k \rightarrow \pm\infty} x(1/(2\pi k + \lambda) + \tau)$ ,  $\tau \in (0, 1]$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

Набор множеств

$$D_{\tau_0; \lambda_1, \lambda_2}^- = \{M_{\{\tau_0-, \lambda\}} : \lambda \in [\lambda_1, \lambda_2)\}, \quad D_{\tau_0; \lambda_1, \lambda_2}^+ = \{M_{\{\tau_0+, \lambda\}} : \lambda \in [\lambda_1, \lambda_2)\},$$

$$D_{\tau_1, \tau_2}^* = \{M_\tau, M_{\{\tau+, \lambda\}}, M_{\{\tau-, \lambda\}} : \lambda \in [0, 1), \tau \in [\tau_1, \tau_2)\}$$

является кольцом на множестве максимальных идеалов  $Sp(A)$  алгебры  $A$  и порождает борелевскую  $\sigma$ -алгебру.

Сопряженное пространство к  $A$  изоморфно подпространству  $\mathbf{G}$  функций ограниченной вариации на  $[0, 1) \times [0, 1)$ :

$$\mathbf{G} := \left\{ g : g(t, s) = g_0(t) + \sum_{i \in \mathbb{N}} g_i^-(t) \cdot H_{t_i-}(s) + \sum_{i \in \mathbb{N}} g_i^+(t) \cdot H_{t_i+}(s), \quad g_i \in BV[0, 1) \right\},$$

$$\text{где } H_{t-}(s) = \begin{cases} 0, & s < t, \\ 1, & s \geq t; \end{cases} \quad H_{t+}(s) = \begin{cases} 0, & s \leq t, \\ 1, & s > t. \end{cases}$$

Работа выполнена при финансовой поддержке БРФФИ (проект Ф13М-036).

#### Литература

1. Антонец А. Б. *Линейные функциональные уравнения: операторный подход*. Мн.: Университетское, 1988.

2. Глаз А. Н. *Общий вид линейного непрерывного функционала на пространстве кусочно-непрерывных функций*. // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2012. №2. С. 29–34.

## МНОГОМЕРНЫЕ НЕАВТОНОМНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ В АЛГЕБРЕ ОБОБЩЕННЫХ ФУНКЦИЙ

А.И. Жук

Брестский государственный технический университет, Брест, Беларусь

aizhuk85@mail.ru

Рассмотрим следующую систему на отрезке  $T = [0, a] \subset \mathbb{R}$ :

$$\dot{x}^i(t) = \sum_{j=1}^q f^{ij}(t, x(t)) \dot{L}^j(t), \quad i = \overline{1, p}, \quad (1)$$

с начальным условием  $x(0) = x_0$ , где  $f^{ij}$ ,  $i = \overline{1, p}$ ,  $j = \overline{1, q}$ , — некоторые функции,  $x(t) = [x^1(t), x^2(t), \dots, x^p(t)]$ , а  $L^i(t)$ ,  $i = \overline{1, q}$ , — функции ограниченной вариации на отрезке  $T$ . Без ограничения общности будем считать, что функции  $L^i(t)$ ,  $i = \overline{1, q}$ ,

непрерывны справа,  $L^i(0) = L^i(0-) = 0$  и  $L^i(a-) = L^i(a)$ ,  $i = \overline{1, q}$ . Аналогичное уравнение в одномерном случае было рассмотрено в [1].

Задаче (1) поставим в соответствие следующую конечно-разностную задачу с осреднением

$$x_n^i(t + h_n) - x_n^i(t) = \sum_{j=1}^q f_n^{ij}(t, x_n(t)) [L_n^j(t + h_n) - L_n^j(t)], \quad i = \overline{1, p}, \quad (2)$$

с начальным условием  $x_n(t)|_{[0, h_n]} = x_{n0}(t)$ . Здесь  $L_n^j(t) = (L^j * \rho_n^j)(t) = \int_0^{1/\gamma^j(n)} L^j(t + s) \times \rho_n^j(s) ds$ , где  $\rho_n^j(t) = \gamma^j(n) \rho^j(\gamma^j(n)t)$  для  $j = \overline{1, b}$ ,  $\gamma^j(n)h_n \rightarrow \infty$ , а для  $j = \overline{b+1, q}$   $\gamma^j(n)h_n \rightarrow 0$ ,  $\rho^j \geq 0$ ,  $\text{supp } \rho^j \subseteq [0, 1]$ ,  $\int_0^1 \rho^j(s) ds = 1$ , а  $f_n = f * \tilde{\rho}_n$ ,  $\tilde{\rho}_n(x_0, x_1, \dots, x_p) = n^{p+1} \tilde{\rho}(nx_0, nx_1, \dots, nx_p)$ ,  $\tilde{\rho} \in C^\infty(\mathbb{R}^{p+1})$ ,  $\tilde{\rho} \geq 0$ ,  $\int_{[0;1]^{p+1}} \tilde{\rho}(x_0, x_1, \dots, x_p) dx_0 dx_1 \dots dx_p = 1$ ,  $\text{supp } \tilde{\rho} \subset [0; 1]^{p+1}$ .

Для описания предельного поведения решения задачи (2) рассмотрим систему

$$x^i(t) = x_0^i + \sum_{j=1}^q \int_0^t f^{ij}(s, x(s)) dL^j(s) + \sum_{\mu_r \leq t} S^i(\mu_r, x(\mu_r-), \Delta L(\mu_r)), \quad i = \overline{1, p}, \quad (3)$$

где  $S^i(\mu, x, u) = \varphi^i(1, \mu, x, u) - \varphi^i(0, \mu, x, u)$ , а  $\varphi^i(t, \mu, x, u)$  находится из уравнения

$$\varphi^i(t, \mu, x, u) = x^i + \sum_{j=1}^b u^j \int_0^t f^{ij}(\mu, \varphi(s-, \mu, x, u)) dH(s-1) + \sum_{j=b+1}^q u^j \int_0^t f^{ij}(\mu, \varphi(s, \mu, x, u)) ds,$$

$i = \overline{1, p}$ ,  $j = \overline{1, q}$ ,  $\mu \in T$ ,  $x \in R^p$ ,  $u \in R^q$ .

**Теорема.** Пусть  $f^{ij}$   $i = \overline{1, p}$ ,  $j = \overline{1, q}$  удовлетворяют условию Липшица и ограничены. Тогда при  $n \rightarrow \infty$ ,  $h_n \rightarrow 0$  для  $j = \overline{1, b}$   $\gamma^j(n)h_n \rightarrow \infty$ , и для  $j = \overline{b+1, q}$   $\gamma^j(n)h_n \rightarrow 0$ , решение  $x_n(t)$  задачи Коши (2) сходится к решению системы уравнений (3) в  $L^p(T)$ , если  $|x_{n0}(\tau_t) - x_0| \rightarrow 0$  в пространстве  $L^p(T)$ .

#### Литература

1. Ковальчук А. Н., Новохрост В. Г., Яблонский О. Л. Об аппроксимации дифференциальных уравнений с обобщенными коэффициентами конечно-разностными уравнениями с осреднением // Изв. ВУЗов. Математика. 2005. №3. С. 23–31.

## СУЩЕСТВОВАНИЕ И ЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЯ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ОДНОГО ТИПА

А.С. Кравчук, А.И. Кравчук

Белорусский государственный университет, механико-математический факультет, Минск, Беларусь  
ask\_belarus@inbox.ru

При решении контактных задач двумерной теории упругости для цилиндра и цилиндрической полости в пластине с середины прошлого столетия широко используются сингулярные интегро-дифференциальные уравнения [1–4]:

$$\frac{t}{\pi} \int_L \frac{\sigma'(\tau)}{\tau - t} d\tau = \gamma \cdot \sigma(t) + f(t),$$