МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

КАФЕДРА ФИЗИКИ

ФИЗИКА I

Методические рекомендации
для выполнения самостоятельной работы
с индивидуальными домашними заданиями
для студентов технических специальностей
дневной и заочной форм обучения

Брест 2019

УДК 538.91, 548.73, 378.147:53

Методические рекомендации «Физика I» являются оригинальной методической разработкой кафедры физики для решения «Комплексных задач по физике». В «Физику I» вошли три комплексные задачи: «Динамика поступательного и вращательного движения материальной точки», «Динамика вращения и законы сохранения» и «Молекулярная физика». Методические рекомендации позволяют студенту самостоятельно разобраться с решением той или иной задачи. Все задачи имеют индивидуальные задания. Методические рекомендации разработаны для студентов ПГС всех форм обучения и могут быть использованы студентами других технических специальностей.

Издаётся в 2-х частях. Часть 1.

Составители: М. М. Барковская, зав. кафедрой физики, к. физ.-мат. н., доцент
А. А. Гладыщук, профессор, к. физ.-мат. н.
О. Ф. Савчук, ассистент

Рецензент: Н. Н. Черенда, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики твердого тела Белорусского государственного университета

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Общепризнанна роль задач как фактора, в решающей мере влияющего на степень активного усвоения программного материала, потенциальные возможности его применения в последующей профессиональной деятельности инженера и обеспечивающего актуализацию знаний по физике. Реализация этой роли в качестве важного исходного элемента предполагает рациональный подбор задач. Анализ существующих сборников задач по физике показывает, что по курсу физики технических университетов имеется примерно 700 задач, исчерпывающих содержание этого курса в фактическом и идейном плане и реализующих нетривиальное взаимодействие идей и подходов, что составляет примерно 10 % от общего числа различных задач во всей имеющейся учебной литературе. Однако не все из этих задач являются одинаково важными в плане реализации вышеуказанной роли. Можно выделить примерно 200 задач, решение которых представляется совершенно необходимым, что составляет около 10 задач на одну тему курса. Однако указанное число задач явно превышает возможности студента, поэтому в большинстве технических университетов количество решаемых задач значительно меньше со всеми вытекающими из этого последствиями. Ситуация осложняется также и тем, что по многим причинам представляется совершенно необходимой индивидуализация заданий.

В качестве одной из возможных альтернатив предлагается использование комплексных задач. Это задачи, в которых на едином материале рассматривается весь комплекс вопросов и идей достаточно большой темы курса. Существенной частью комплексных задач является надлежаще подобранный и организованный графический материал в виде схем, диаграмм, рисунков и т. д. Любое задание имеет до 100 вариантов. Каждый вариант включает 7-10 задач, решение которых требует ясного понимания основного материала темы, дает возможность отработать методику применения основных законов, сформировать общее представление о характере задач, решаемых в данном разделе, и фиксирует внимание студентов на узловых вопросах и типичных моментах взаимодействия идей и представлений раздела.

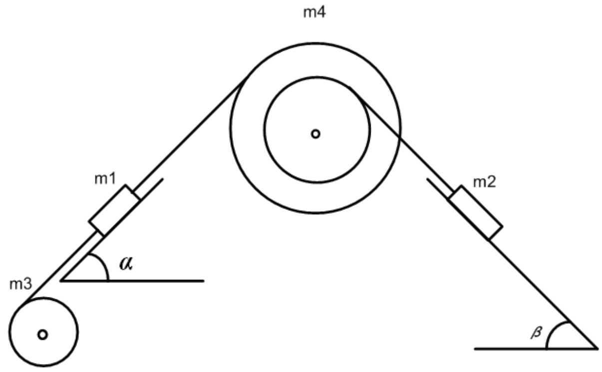
Универсальность комплексных задач позволяет использовать их не только для обучения, но и как материал для контроля полученных знаний. Методически обсуждение комплексных задач со студентами на практических занятиях несколько отличается от традиционно принятой формы и требует от преподавателя разумной импровизации. Как правило, студентом комплексная задача, как единое целое, не решается. Преподаватель разбивает условно всю комплексную задачу на блоки, каждый из которых представляет собой микрозадачу, объединенную с другими общим условием и темой. Внутри блока преподаватель может по своему усмотрению и в зависимости от исходной подготовки студентов варьировать материал, менять методику решения и т. д., но на выходе он получает результат, который логически связан с последующими блоками-задачами и используется дальше как необходимое условие. Для закрепления навыков студенты получают промежуточные задания, имитирующие задачи-блоки, что позволяет им разобраться самостоятельно в тонкостях приемов решения и вычисления. По завершении изучения темы каждому студенту выдается индивидуальная комплексная задача, которая является его обязательным домашним заданием. Следует отметить, что такой подход решает еще одну важную проблему: организацию индивидуальных занятий студентов под руководством преподавателя.

Количество комплексных задач, предлагаемых студентам в семестре, определяется изучаемыми разделами физики, а объем заданий в комплексной задаче варьируется в зависимости от числа часов, отводимых на изучение соответствующих тем.

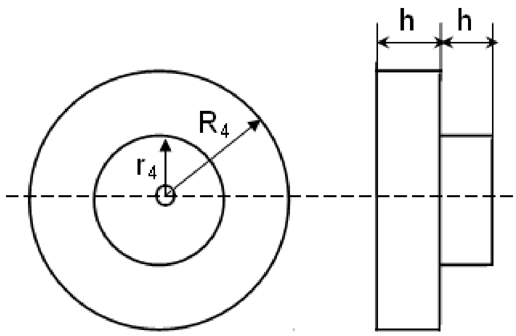
Н. И. Чопчиц

ЗАДАЧА 1. ДИНАМИКА ПОСТУПАТЕЛЬНОГО И ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Условие: Физическая система состоит из следующих элементов (рисунок 1 *а*). Грузы массой m_1 и m_2 движутся поступательно. К грузам прикреплены невесомые нерастяжимые нити, перекинутые или намотанные на блоки массой m_3 и m_4, которые могут без трения вращаться вокруг горизонтальных осей. Блок массой m_3 – сплошной цилиндр, а блок массой m_4 – двухступенчатый сплошной цилиндр с радиусами ступеней r_4 и R_4, соответственно и одинаковой высоты h (рисунок 1 *б*). При движении нити по блокам не проскальзывают; участки нитей для тел, находящихся на наклонных плоскостях, параллельны этим плоскостям; коэффициент трения тел о любую плоскость равен μ. Система начинает движение из состояния покоя. Считать, что все нити и участки плоскостей имеют достаточную длину.



а



б

Рисунок 1 – Система движущихся тел (а) и схема двухступенчатого сплошного цилиндра массой m_4 (б)

ЗАДАНИЯ

Задание 1. Нарисовав исходный рисунок, задайте на нем общее направление движения грузов и вращения блоков, укажите действующие силы на грузы массой m_1 и m_2 и на блоки массой m_3 и m_4.

Решение: Выберем для грузов систему координат и обозначим все силы, действующие на грузы. Для груза, находящегося на наклонной плоскости, ось OX направим вдоль наклонной плоскости, а ось OY – перпендикулярно плоскости вверх (рисунок 2). В случае если груз подвешен на нити, то выбирается одна координатная ось OY, направленная вертикально. За положительное направление оси OX (или OY) принимаем направление движения грузов.

На тело, которое находится на наклонной плоскости, будут действовать следующие силы (рисунок 2):

– сила тяжести $m\vec{g}$, направленная всегда вертикально вниз;

– сила реакции опоры $\vec{N}$, направленная всегда перпендикулярно плоскости, по которой движется тело;

– сила трения скольжения $\vec{F}_{тр}$, направленная противоположно движению тела по наклонной плоскости;

– силы натяжения нити $\vec{T}$ и $\vec{T}'$, возникающие попарно со стороны нерастяжимой нити и одинаковые по величине.

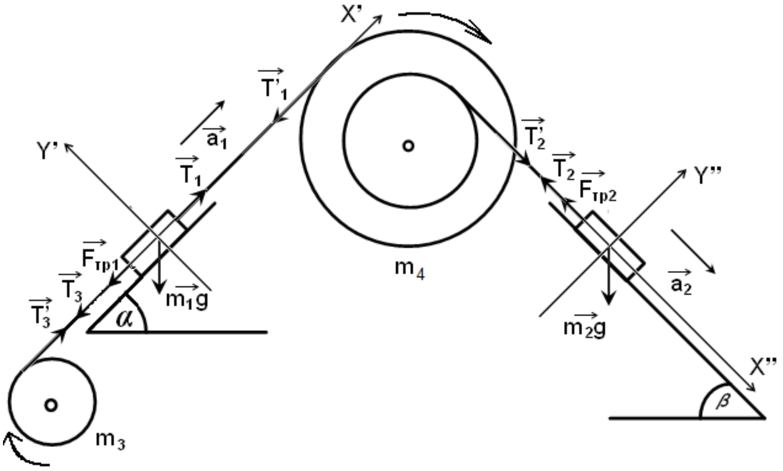


Рисунок 2 – Силы, действующие на движущиеся тела, и оси системы координат, выбранные для каждого тела

Примечание 1. *Блок массой m_3 может только раскручиваться.*

В случае если тело свешивается вертикально вниз, то на него будут действовать только:

– сила тяжести $m\vec{g}$, направленная вертикально вниз;

– сила натяжения нити $\vec{T}$.

Задание 2. Запишите в векторной и скалярной формах уравнения поступательного движения грузов массой $\boldsymbol{m_1}$ и $\boldsymbol{m_2}$ и вращательного движения блоков массой $\boldsymbol{m_3}$ и $\boldsymbol{m_4}$ в соответствии с заданным рисунком.

Решение: Согласно второму закону Ньютона для поступательного движения ускорение груза будет определяться векторной суммой всех сил, действующих на тело:

$$m\vec{a} = \sum \vec{F}_i = \vec{F}_R .$$

Тогда для каждого груза составим уравнение движения в векторной форме в соответствии с рисунком 2:

• для груза массой $\boldsymbol{m_1}$:

$$m_1\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{T}_1 + \vec{F}_{тр1} = m_1\vec{a}_1 , \qquad (1.1)$$

• для груза массой $\boldsymbol{m_2}$:

$$m_2\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{T}_2 + \vec{F}_{тр2} = m_2\vec{a}_2 , \qquad (1.2)$$

где $\vec{a}_1$ и $\vec{a}_2$ – ускорения, с которыми грузы массой $\boldsymbol{m_1}$ и $\boldsymbol{m_2}$ движутся по соответствующим наклонным плоскостям.

Примечание 2. *Величина силы трения скольжения груза о плоскость равна $\vec{F}_{тр} = \mu \cdot \vec{N}$, где μ – коэффициент трения, $\vec{N}$ – сила реакции опоры.*

Второй закон Ньютона в векторной форме для вращательного движения блока записывается следующим образом:

$$I \cdot \vec{\varepsilon} = \sum \vec{M}_i ,$$

где I – момент инерции блока массой m;

$\vec{\varepsilon}$ – угловое ускорение вращения блока;

$\vec{M}_i$ – моменты сил, действующие на блоки.

Составим для каждого блока уравнение вращательного движения в векторной форме в соответствии с рисунком 2:

• для блока массой $\boldsymbol{m_3}$**:**

$$I_3 \cdot \vec{\varepsilon}_3 = \vec{M}_3 ; \tag{1.3}$$

• для блока массой $\boldsymbol{m_4}$:

$$I_4 \cdot \vec{\varepsilon}_4 = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 . \tag{1.4}$$

Для дальнейшего решения полученных уравнений движения грузов и вращения блоков (1.1) – (1.4) необходимо их записать в проекциях на соответствующие координатные оси, т. е. представить в скалярном виде. Спроектировав все действующие силы на выбранные направления координатных осей (см. рисунок 2), второй закон Ньютона в проекциях на координатные оси запишется в следующем виде:

• для груза массой $\boldsymbol{m_1}$:

$$OX': \quad -m_1 g \sin\alpha - F_{тр1} + T_1 = m_1 a_1 ; \tag{1.5}$$

$$OY': \quad N_1 - m_1 g \cos\alpha = 0 ; \tag{1.6}$$

• для груза массой $\boldsymbol{m_2}$:

$$OX'': \quad m_2 g \sin\beta - F_{тр2} - T_2 = m_2 a_2 ; \tag{1.7}$$

$$OY'': \quad N_2 - m_2 g \cos\beta = 0 . \tag{1.8}$$

Проекции ускорений $\vec{a}_1$ и $\vec{a}_2$ на оси OY' и OY'' равны нулю, поскольку движение грузов по этому направлению отсутствует.

При вращении блоков выберем ось вращения перпендикулярно плоскости чертежа. Тогда согласно рисунку 2 уравнения вращения блоков в проекции на ось вращения запишутся в следующем виде:

• для блока массой $\boldsymbol{m_3}$**:**

$$I_3 \cdot \varepsilon_3 = -T_3' \cdot r_3 ; \tag{1.9}$$

• для блока массой $\boldsymbol{m_4}$:

$$I_4 \cdot \varepsilon_4 = T_1' \cdot R_4 - T_2' \cdot r_4 , \tag{1.10}$$

где I_3 и I_4 – моменты инерции блоков массой $\boldsymbol{m_3}$ и $\boldsymbol{m_4}$ соответственно;

ε_3 и ε_4 – угловые ускорения вращения блоков;

T_1', T_2', T_3' – силы натяжения нитей, которые вращают блоки;

r_3, r_4 и R_4 – радиусы блоков и их ступеней.

Примечание 3. *В правой части уравнений (1.9) и (1.10) записаны моменты сил натяжения нитей, которые вращают блоки. Напомним, что моментом силы M в проекции на ось вращения называется произведение величины силы F на плечо силы d. Плечо силы – это кратчайшее расстояние от линии действия силы до оси вращения. В нашем случае силы натяжения нитей* $\vec{T}'$ *направлены по касательной к направлению вращения блоков, а радиус блока* r *всегда перпендикулярен касательной, т. е. это и есть кратчайшее расстояние до линии действия силы, значит* $M = \vec{T}' \cdot r$.

Примечание 4. *Поскольку сила натяжения нити может осуществлять вращение блока как по часовой стрелке, так и против часовой стрелки, то для определения направления момента силы применяется правило знаков вращающихся моментов сил: вращение против часовой стрелки принимают со знаком «+», а по часовой стрелке со знаком «–».*

Задание 3. Запишите в скалярной форме уравнения поступательного движения для грузов массой m_1 и m_2 и уравнение вращения блока массой m_4, используя следующую модель: блок массой m_3 убрать, момент инерции блока массой m_4 принять равным нулю, трением скольжения грузов о плоскость пренебречь. Решите полученную систему уравнений и определите согласованное направление движение грузов, т. е. правильно ли выбрано направление движения.

__Решение:__ На основании упрощенной модели рассмотрим рисунок 1 *а*, обозначим все действующие силы, выбрав систему координат для грузов и блока (рисунок 3).

Согласно второму закону Ньютона запишем уравнения движения грузов массой m_1 и m_2 и уравнение вращения блока массой m_4 в векторной форме с учетом, что:

– сила трения скольжения грузов массой m_1 и m_2 по наклонной плоскости равна нулю ($F_{тр} = 0$);

– блок массой m_3 невесом;

– момент инерции блока массой m_4 равен нулю ($I_4 = 0$).

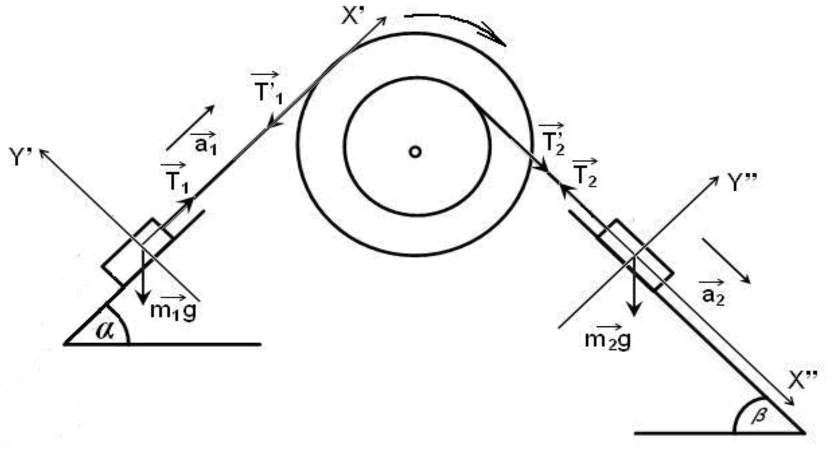


Рисунок 3 – Силы, действующие на движущиеся тела, и оси системы координат, выбранные для каждого тела

• для груза массой $\boldsymbol{m_1}$:

$$m_1\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{T}_1 = m_1\vec{a}_1; \qquad (1.11)$$

• для груза массой $\boldsymbol{m_2}$:

$$m_2\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{T}_2 = m_2\vec{a}_2; \qquad (1.12)$$

• для блока массой $\boldsymbol{m_4}$:

$$0 = \vec{M}_1 + \vec{M}_2. \qquad (1.13)$$

Для дальнейшего решения полученных уравнений движения грузов и вращения блока (1.11) – (1.13) необходимо представить их в скалярном виде, т. е. записать в проекциях на соответствующие координатные оси. Спроектировав все действующие силы на выбранные направления координатных осей (см. рисунок 3), второй закон Ньютона в проекциях запишется в следующем виде:

• для груза массой $\boldsymbol{m_1}$:

$$OX': \quad -m_1 g\sin\alpha + T_1 = m_1 a_1; \qquad (1.14)$$

$$OY': \quad N_1 - m_1 g\cos\alpha = 0; \qquad (1.15)$$

• для груза массой $\boldsymbol{m_2}$:

$$OX'': \quad m_2 g\sin\beta - T_2 = m_2 a_2; \qquad (1.16)$$

$$OY'': \quad N_2 - m_2 g\cos\beta = 0; \qquad (1.17)$$

• для блока массой $\boldsymbol{m_4}$:

$$0 = T_1' \cdot R_4 - T_2' \cdot r_4 \qquad (1.18)$$

Примечание 5. *Силы натяжения возникают попарно* $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_1'$, $\vec{T}_2$ и $\vec{T}_2'$, $\vec{T}_3$ и $\vec{T}_3'$ *и имеют противоположные направления, значит, их численные значения одинаковы, т. е.* $\left\|\vec{T}_1\right\| = \left\|\vec{T}_1'\right\|$, $\left\|\vec{T}_2\right\| = \left\|\vec{T}_2'\right\|$, $\left\|\vec{T}_3\right\| = \left\|\vec{T}_3'\right\|$, *что необходимо учитывать при вычислениях.*

Таким образом, получаем систему линейных уравнений (1.14) – (1.18), для решения которой воспользуйтесь ***следующими рекомендациями***:

1. По условию задания сила трения скольжения грузов по наклонной плоскости отсутствует ($F_{тр} = \mu \cdot N = 0$), поэтому уравнения движения грузов в проекции на ось OY' (1.15) и OY'' (1.17) для дальнейших расчетов не требуются. Оставьте в системе только уравнения (1.14), (1.16) и (1.18).

2. В уравнении (1.18) замените силы натяжения нитей $\vec{T}'$ на $\vec{T}$ (см. примечание 5).

3. Обратите внимание, что каждая ступень составного блока массой $\boldsymbol{m_4}$ вращается с одинаковым угловым ускорением $\boldsymbol{\varepsilon_4}$. По определению угловое ускорение ε связано с линейным ускорением a простым соотношением $a = \varepsilon \cdot r$ (r – радиус соответствующей ступени блока). Отсюда следует, что:

$$\varepsilon_4 = \frac{a_1}{R_4} = \frac{a_2}{r_4} \text{ или } a_2 = \frac{r_4}{R_4}a_1. \qquad (1.19)$$

4. Дополните систему уравнений выражением (1.19). В итоге получается система четырех линейных уравнений с четырьмя неизвестными: a_1, a_2, T_1 и T_2.

5. Для решения полученной системы линейных уравнений необходимо, например:

–из уравнения (1.16) выразить силу натяжения нити T_2;

–переписав уравнение (1.18) в виде $T_2 \cdot r_4 = T_1 \cdot R_4$, выразить отсюда:

– а

$$T_1 = \frac{r_4}{R_4} T_2. \tag{1.20}$$

Затем полученные выражения для величин T_1, T_2 и a_2 подставить в уравнение (1.14). В результате образуется линейное уравнение с одним неизвестным a_1;

–подставив в уравнение заданные значения физических величин, вычислить величины ускорения a_1, а потом a_2, с которыми движутся соответствующие грузы по плоскостям.

Примечание 6. *При вычислении необходимо все численные значения выразить в системе СИ и округлить до значения числа с наименьшим количеством знаков, заданных в условии задачи.*

Итог задания 3. Записав и решив систему линейных уравнений, определите численное значение ускорений движения грузов по плоскостям a_1 и a_2 в *м/с*^{2}. Если при вычислении значения ускорений получились отрицательными, то это означает, что грузы движутся в противоположную сторону. Поэтому необходимо внести коррекцию в общее направление движения грузов на плоскостях, т. е. указать направления сил трения в противоположную сторону, поскольку сила трения всегда направлена против движения.

Задание 4. Вычислите момент инерции двухступенчатого сплошного блока массой $\boldsymbol{m_4}$.

Решение: Поскольку двухступенчатый сплошной блок представляет собой сложную фигуру, то для вычисления момента инерции необходимо разбить двухступенчатый блок на два цилиндра. Затем, вычислив моменты инерции каждого цилиндра, просуммировать их, т. е. момент инерции сложной фигуры равен сумме моментов инерции ее составных частей:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \ldots$$

Примечание 7. *Момент инерции I – это скалярная физическая величина, являющаяся мерой инертности во вращательном движении вокруг оси, подобно тому, как масса тела является мерой его инертности в поступательном движении (в системе СИ вычисляется в кг·м*^{2}*).*

Общая формула для вычисления момента инерции блока (цилиндра) относительно горизонтальной оси вращения записывается в следующем виде:

$$I_{цил} = \frac{1}{2} m r^2, \tag{1.21}$$

где m – масса блока,

r – радиус блока.

Разбив двухступенчатый сплошной блок на два цилиндра с радиусом ступеней $\boldsymbol{r_4}$ и $\boldsymbol{R_4}$ и высотой $\boldsymbol{h}$ (см. рисунок 1 *б*), обозначим массу каждого из них через m_{41} и m_{42} соответственно. Тогда полный момент инерции двухступенчатого сплошного блока равен сумме моментов инерции каждого из цилиндров:

$$I_4 = I_{41} + I_{42} = \frac{1}{2} m_{41} R_4^2 + \frac{1}{2} m_{42} r_4^2 \tag{1.22}$$

По условию задачи блок, а значит и цилиндры, являются сплошными и однородными, т. е. удельная плотность вещества ρ одинакова в любой точке объема V. Поэтому массу любого из цилиндров можно выразить через плотность и объем:

$$m = \rho \cdot V = \rho \cdot \pi R^2 \cdot h, \tag{1.23}$$

где R – радиус ступени цилиндра,

h – высота цилиндра,

π – число Пи, равное 3,14.

Тогда массу двухступенчатого блока $\boldsymbol{m_4}$ выразим через сумму масс ступеней блоков m_{41} и m_{42}:

$$m_4 = m_{41} + m_{42} = \rho \cdot \pi R_4^2 \cdot h + \rho \cdot \pi r_4^2 \cdot h = \rho \cdot \pi \cdot h \cdot (R_4^2 + r_4^2). \tag{1.24}$$

Приняв во внимание, что масса двухступенчатого блока $\boldsymbol{m_4}$ известна (задана), а $m_{41} = \rho \cdot \pi R_4^2 \cdot h$ и $m_{42} = \cdot \rho \cdot \pi r_4^2 \cdot h$, выражение (1.24) можно разделить, например на m_{41}. Тогда получим:

$$\frac{m_4}{m_{41}} = \frac{\rho \cdot \pi \cdot h \cdot (R_4^2 + r_4^2)}{\rho \cdot \pi \cdot h \cdot R_4^2} = \frac{R_4^2 + r_4^2}{R_4^2}. \tag{1.25}$$

Поскольку радиусы ступеней двухступенчатого блока $\boldsymbol{R_4}$ и $\boldsymbol{r_4}$ заданы, то из выражения (1.25) получаем численное отношение между массами $\boldsymbol{m_4}$ и $\boldsymbol{m_{41}}$.

Например, пусть выражение $\frac{R_4^2 + r_4^2}{R_4^2} = 1{,}2$. Это означает, что $m_{41} = \frac{m_4}{1{,}2}$. С учетом того, что $m_4 = m_{41} + m_{42}$, находим массу второй ступени $m_{42} = m_4 - m_{41}$.

Таким образом, вычислив значения масс каждого из цилиндров m_{41} и m_{42}, находим момент инерции двухступенчатого сплошного блока по формуле (1.22).

Все вычисления проведите в системе СИ, ответы возьмите в рамку.

Задание 5. Найдите ускорения грузов массой $\boldsymbol{m_1}$ и $\boldsymbol{m_2}$; угловые ускорения вращения блоков $\boldsymbol{\varepsilon_3}$ и $\boldsymbol{\varepsilon_4}$, приняв, что $\boldsymbol{r_3 = r_4}$. Вычислите величины сил натяжения всех нитей $\boldsymbol{T_1}$, $\boldsymbol{T_2}$ и $\boldsymbol{T_3}$.

Решение: Для решения этого задания необходимо вернуться к заданиям 1, 2 и записать:

1) на основании второго закона Ньютона поступательные уравнения движения грузов массой $\boldsymbol{m_1}$ и $\boldsymbol{m_2}$ в векторном и скалярном виде, приняв согласованное направление движения грузов и учитывая наличие силы трения;

2) уравнения вращательного движения блоков массой $\boldsymbol{m_3}$ и $\boldsymbol{m_4}$, считая значение момента инерции двухступенчатого блока $\boldsymbol{I_4}$ известным (см. задание 4).

В результате получается полная система уравнений, состоящая из четырех уравнений для поступательного движения (см. формулы (1.5) – (1.8)) и двух уравнений для вращательного движения (см. формулы (1.9) – (1.10)). Данная система скалярных уравнений содержит девять неизвестных: $T_1 = T_1'$, $T_2 = T_2'$, $T_3 = T_3'$, a_1, a_2, ε_3, ε_4, $F_{тр1}$ и $F_{тр2}$.

Для решения такой системы уравнений воспользуйтесь ***следующими рекомендациями***:

– для вычисления силы трения в уравнениях (1.5) и (1.7) найдите значение силы реакции опоры из уравнений (1.6) и (1.8). Например, из уравнения (1.6) находим $N_1 = m_1 g\cos\alpha$ и подставляем в уравнение (1.5) $F_{тр1} = \mu \cdot N_1 = m_1 g\cos\alpha$;

– по условию задачи нити являются невесомыми и нерастяжимыми, значит $|\vec{T_1}| = |\vec{T_1'}|$, $|\vec{T_2}| = |\vec{T_2'}|$, $|\vec{T_3}| = |\vec{T_3'}|$;

– угловое ускорение блока связано с поступательным ускорением груза соотношением $\varepsilon = \dfrac{a}{r}$, поскольку нить не проскальзывает по блоку. Замените его в выражении (1.9);

– обратите внимание, что двухступенчатый блок вращается с постоянным угловым ускорением, т. е. $a_1 = \varepsilon_4 \cdot R_4$ и $a_2 = \varepsilon_4 \cdot r_4$. Следовательно, получаем $\varepsilon_4 = \dfrac{a_1}{R_4} = \dfrac{a_2}{r_4}$, а ускорения грузов связаны соотношением, например $a_2 = \dfrac{r_4}{R_4} a_1$. Выполните соответствующие замены в уравнениях (1.7) и (1.10);

– в результате получается система четырех линейных уравнений, содержащая четыре неизвестных: a_1 (или a_2), T_1, T_2 и T_3.

– решая совместно систему четырех линейных уравнений, находим искомые неизвестные: a_1, a_2, ε_3, ε_4, T_1, T_2 и T_3.

Полученные численные ответы необходимо записать в системе СИ.

Задание 6. Определите силы реакции осей обоих блоков.

Решение: Сила реакции оси блока $\vec{N}$ будет равна результирующей силе давления на ось блока и имеющей направление в противоположную сторону.

Для вычисления силы реакции оси блока $\vec{N}$ необходимо выполнить рисунок, указав на нем все действующие на блок силы.

Рассмотрим блок массой m_4. Согласно условию задачи на этот блок действуют следующие силы: сила тяжести блока $m_4\vec{g}$, силы натяжения нитей $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$. Обозначим их в соответствии с выбранным масштабом (рисунок 4).

Векторная сумма этих сил равна результирующей силе давления на ось. Следовательно, сила реакции оси блока $\vec{N}_4$ будет равна результирующей силе давления на ось блока, но направленной в противоположную сторону:

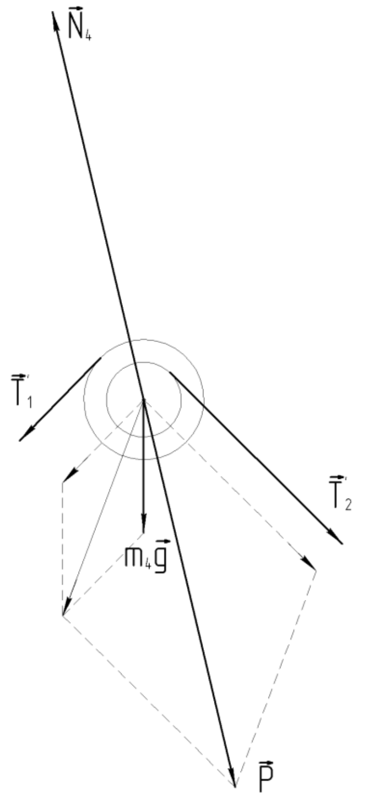


Рисунок 4 – Силы, действующие на блок и ось

$$\vec{N}_4 = m_4\vec{g} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 .$$

Для решения полученного уравнения можно использовать как аналитический (применить теорему косинусов), так и графический (отложив на рисунке все силы в выбранном масштабе) способы.

Аналогично определяется сила реакции на ось блока массой m_3.

ЗАДАЧА 2. ДИНАМИКА ВРАЩЕНИЯ И ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

Условие: Механическая система состоит из следующих элементов (рисунок 5): тонкий обруч массой $\boldsymbol{m}$ и радиусом $\boldsymbol{R}$, закрепленные в нем тонкие однородные стержни разной длины, но каждый одинаковой массой $\boldsymbol{m_1}$, и прикрепленный в нижней части обруча шарик массой $\boldsymbol{m_2}$, размерами которого можно пренебречь. Обруч может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси O, совпадающей с центром обруча.

Через обруч переброшена тонкая, невесомая, нерастяжимая нить, к концам которой прикреплены грузы массой $\boldsymbol{m_3}$ каждый. В начальный момент времени обруч с закрепленными на нем элементами и грузы массами $\boldsymbol{m_3}$ находятся в состоянии равновесия.

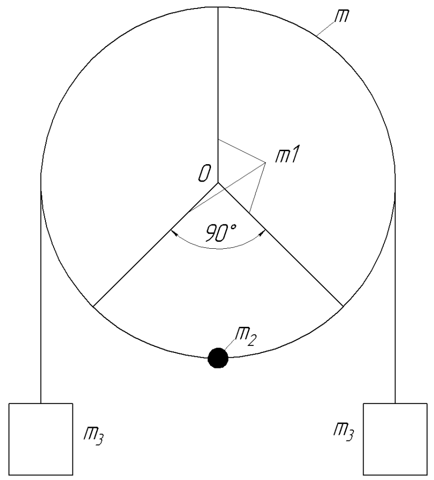


Рисунок 5 – Система движущихся тел

ЗАДАНИЯ

Задание 1. Вычислите положение центра масс (точки C) обруча с закрепленными на нем элементами: шариком массой $\boldsymbol{m_2}$ и тремя стержнями, каждый из которых имеет массу $\boldsymbol{m_1}$ (см. рисунок 5).

Решение: Выберем для обруча с закрепленными на нем шариком и стержнями систему координат: ось OX – направим горизонтально вправо, а ось OY – вертикально вниз (рисунок 6 *а*). Начало координат совпадает с положением центра обруча на оси $\boldsymbol{O}$.

Примечание 1. *Центр масс (или центр тяжести) – это точка приложения равнодействующей всех сил тяжести, действующих на каждую из точек системы, т. е. это точка, которая при внешнем воздействии всегда движется так, как будто бы в ней сосредоточена масса M всей системы.*

Центром масс (точка $\boldsymbol{C}$) движущейся системы тел будет являться точка приложения суммарной силы тяжести $M\vec{g}$ обруча с закрепленными на нем элементами, где M – суммарная масса обруча, стержней и шарика.

Поскольку в нашем случае движение системы тел происходит в плоскости XOY, то координаты ($\boldsymbol{X_c}$, $\boldsymbol{Y_c}$) центра масс точки $\boldsymbol{C}$ можно рассчитать по формулам:

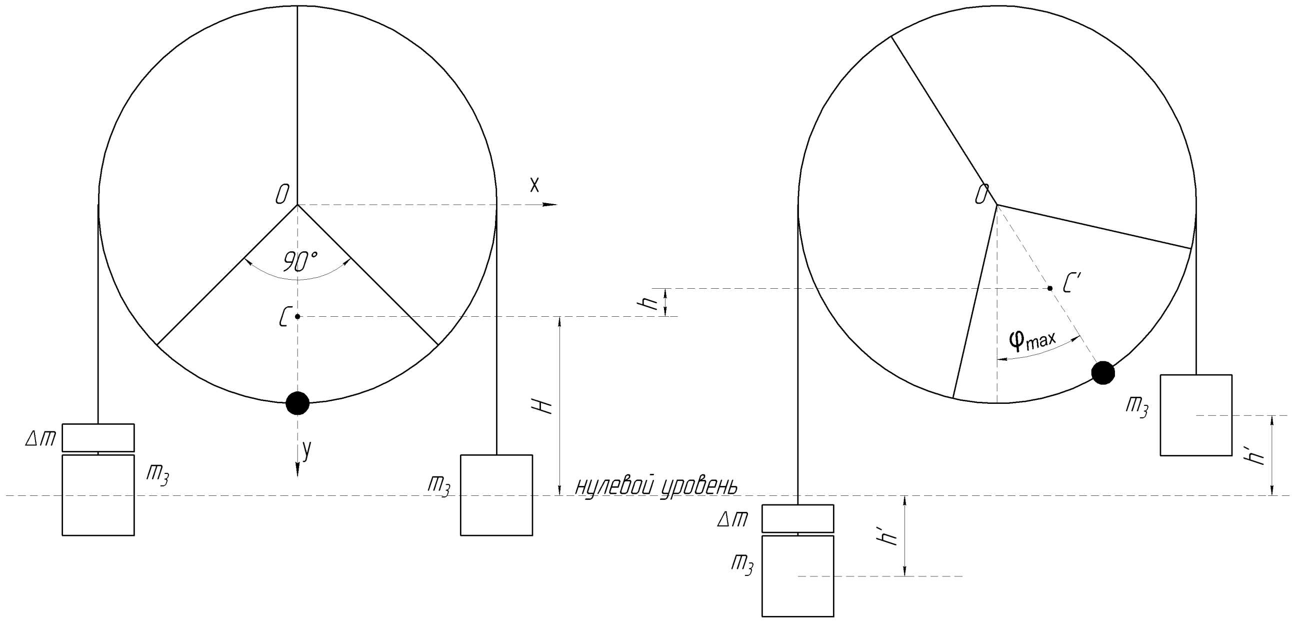
$$X_c = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}, \qquad Y_c = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}, \tag{2.1}$$

где (x_i, y_i) – координаты центра масс каждого элемента по отдельности в выбранной системе координат.

Для определения координаты центра масс элемента необходимо найти по выбранной оси координат расстояние от центра обруча, т. е. точки ***O***, до центра масс элемента. Следует отметить, что центр масс абсолютно твердого тела правильной формы всегда находится в геометрическом центре этого тела. Так, центр масс обруча находится в центре обруча (в точке ***O***), центр масс шарика – в его местоположении, а центр масс стержня – на его середине.

Задание 2. На какой угол φ_{max} повернется механическая система, если через обруч перебросить тонкую, невесомую, нерастяжимую нить, к концам которой привязаны грузы массой m_3 каждый, и на один из этих грузов медленно положить небольшой перегрузок массой Δm (рисунок 6 *а*)? Нить по обручу не проскальзывает.

Решение: Под действием силы тяжести перегрузка массой Δm вся механическая система тел будет выведена из состояния равновесия (начальное положение *I*) и будет вращаться против часовой стрелки до тех пор, пока возникшие в системе силы не уравновесят друг друга (конечное положение *II*). При этом центр масс (точка ***C***) системы тел повернется на угол φ_{max} (рисунок 6 б).



а) начальное положение I *б) конечное положение II*

Рисунок 6 – Движение механической системы тел

Примечание 2. *Мерой устойчивости равновесного состояния может служить величина энергии, которую необходимо затратить, чтобы окончательно вывести систему тел (или материальных точек) из данного состояния.*

Для нахождения искомой величины угла φ_{max} можно применить закон сохранения механической энергии:

$$E_{ПI} + E_{КI} = E_{ПII} + E_{КII}.$$

Поскольку в начальном положении *I* и в конечном положении *II* механическая система не движется (находится в равновесном состоянии), то кинетическая энергия системы в этих положениях будет равна нулю. Тогда закон сохранения энергии сводится к равенству потенциальных энергий всей системы в положениях *I* и *II*, то есть: $E_{ПI} = E_{ПII}$.

Примечание 3. *Потенциальная энергия – это механическая энергия системы тел, определяемая их (или частей одного тела) взаимным расположением.*

Следовательно, для вычисления потенциальной энергии силы тяжести тел, входящих в систему, необходимо выбрать «нулевой уровень» отчета энергии, т. е. уровень, где потенциальная энергия условно принята равной нулю.

Выберем за такой «нулевой уровень» отсчета потенциальной энергии горизонтальную линию, проходящую через центры масс грузов массой m_3 (рисунок 6 а).

Рассмотрим начальное положение I. В положении *I* потенциальная энергия силы тяжести грузов массой m_3, перекинутых через обруч, будет равна нулю (считаем, что смещение центра масс груза с перегрузком массой $m_3+\Delta m$ незначительно и им в расчетах можно пренебречь). В то время как потенциальная энергия силы тяжести обруча с закрепленными на нем элементами будет равна MgH (рисунок 6 *а*).

Таким образом, потенциальная энергия всей системы в положении *I* будет определяться выражением:

$$E_{ПI} = MgH, \tag{2.2}$$

где M – суммарная масса обруча с закрепленными элементами,

H – разница высот между «нулевым уровнем» и центром масс обруча с закрепленными на нем элементами (точкой C).

Рассмотрим конечное положение II. Когда мы положили небольшой перегрузок массой Δm на один из грузов массой m_3, то механическая система пришла в движение. В результате один из грузов m_3 поднимается на высоту h', а другой с перегрузком Δm, соответственно, опускается на такую же высоту h', поскольку по условию задачи нить по обручу не проскальзывает (рисунок 6 *б*).

Кроме того, центр масс обруча с закрепленными на нем элементами повернется на угол φ_{max} по отношению к начальному положению *I*, т. е. поднимется на высоту h. Новое положение центра масс обозначим через точку C' (см. рисунок 6 *б*). Следовательно, потенциальная энергия силы тяжести обруча с закрепленными на нем элементами массой M увеличится и станет равной $Mg(H+h)$.

Таким образом, потенциальная энергия всей системы в положении *II* будет определяться суммой потенциальных энергий сил тяжести груза с перегрузком массой $m_3+\Delta m$, груза массой m_3 и обруча с закрепленными на нем элементами массой M, т. е. выражением:

$$E_{ПШ} = -(m_3 + \Delta m)gh' + m_3gh' + Mg(H + h). \quad (2.3)$$

Высоту ***h′***, на которую поднимется груз массой ***m₃***, можно определить как соответствующую ей длину дуги центрального угла $\boldsymbol{\varphi_{max}}$:

$$h' = S' = R \cdot \varphi_{мах}, \quad (2.4)$$

где *R* – радиус обруча.

Для вычисления высоты ***h***, на которую поднимется центр масс обруча с закрепленными на нем элементами по отношению к начальному положению *I*, нарисуем дополнительный рисунок 7.

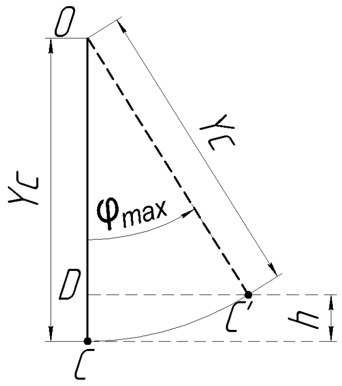


Рисунок 7 – Для расчета высоты подъема центра масс

Из рисунка 7 видно, что высоту ***h*** можно определить как:

$$h = OC - OD = y_C - y_C \cdot \cos\varphi_{мах} = y_C(1 - \cos\varphi_{мах}). \quad (2.5)$$

Таким образом, согласно закону сохранения энергии потенциальная энергия силы тяжести системы в начальном положении *I* равна потенциальной энергии силы тяжести системы в конченом положении *II*:

$$MgH = -(m_3 + \Delta m)gh' + m_3gh' + Mg(H + h). \quad (2.6)$$

Подставив в уравнение (2.6) выражения (2.4) и (2.5), получим конечное уравнение, в котором неизвестная величина $\boldsymbol{\varphi_{max}}$ фигурирует в двух вариантах: $\boldsymbol{\varphi_{max}}$ и $\boldsymbol{\cos\varphi_{max}}$.

Такие уравнения называют трансцендентными. Для их решения можно воспользоваться графическим методом или упростить полученное уравнение, воспользовавшись разложением функции $\cos\varphi_{max}$ в ряд:

$$\cos\varphi_{мах} = 1 - \frac{\varphi_{мах}^2}{2!} + \ldots,$$ где 2! (факториал) $=2\cdot1$.

В нашей задаче необходимо использовать только первые два слагаемых разложения, так как величина угла $\boldsymbol{\varphi_{max}}$ небольшая (угол вычисляется в радианах), и последующими членами разложения можно пренебречь из-за их малости. Тогда окончательно получаем, что $1 - \cos\varphi_{мах} = \frac{\varphi_{мах}^2}{2!}$.

Подставив это выражение в конечное уравнение, можно вычислить искомую величину $\boldsymbol{\varphi_{max}}$ в радианах, а затем перевести из радиан в градусы.

Задание 3. Вычислите величины углового ускорения ***ε***, ускорения движения ***a*** грузов массой ***m₃+Δm*** и массой ***m₃***, сил натяжения нитей ***T₁*** и ***T₂*** в тот момент, когда центр масс (точка ***C′***) обруча с закрепленными на нем элементами отклонится на угол, составляющий *k*-ю часть угла ***φ**ₘₐₓ* (значение ***φ**ₘₐₓ* возьмите из задания 2).

Решение: Вращение центра масс обруча с закрепленными на нем элементами будет вызвано движением под действием силы тяжести груза с перегрузком массой $m_3+\Delta m$ вниз, а груза массой m_3 – вверх (рисунок 8). Нарисовав рисунок, соответствующий заданию 3, обозначим на нем все силы, действующие на каждое тело, входящее в систему.

Согласно второму закону Ньютона уравнение поступательного движения груза с перегрузком массой $m_3+\Delta m$ и груза массой m_3 запишется:

$$(m_3 + \Delta m)\vec{g} + \vec{T}_1 = (m_3 + \Delta m)\vec{a}, \qquad (2.7)$$

$$m_3\vec{g} + \vec{T}_2 = m_3\vec{a}, \qquad (2.8)$$

где T_1 и T_2 – силы натяжения нитей;

a – ускорение, с которым движутся грузы.

Выбрав на рисунке 8 оси системы координат Y' и Y'', совпадающие с направлением движения каждого груза, а значит, и с направлением их ускорения $\vec{a}$, представьте уравнения (2.7-2.8) в скалярном виде.

Основное уравнение динамики вращательного движения обруча с закрепленными на нем элементами в проекции на ось вращения запишется в следующем виде:

$$Mg \cdot x = I \cdot \varepsilon, \qquad (2.9)$$

где I – момент инерции обруча с закрепленными на нем элементами;

ε – угловое ускорение обруча;

x – плечо силы тяжести обруча Mg (расстояние ***CC'***).

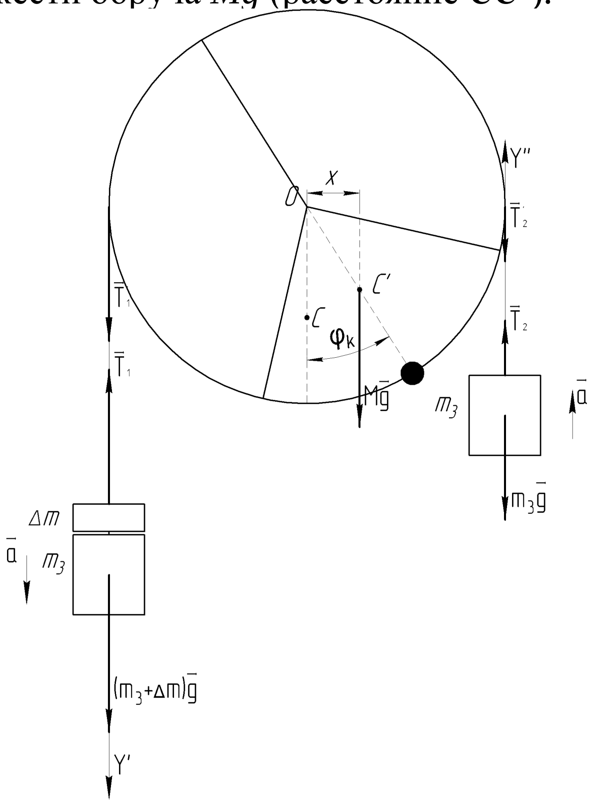


Рисунок 8 – Механическая система тел и силы, действующие на них

Примечание 4. *Поскольку вращающийся обруч с закрепленными на нем элементами представляет собой сложную фигуру, то для вычисления его момента инерции I необходимо сначала определить момент инерции каждого элемента по отдельности, а затем их сложить.*

Для вычисления моментов инерции входящих в систему простейших тел, масса которых равномерно распределена по объему, можно воспользоваться следующими формулами:

1. Момент инерции тонкого обруча относительно оси, перпендикулярной его плоскости и проходящей через его центр:

$$I_{обр} = \frac{1}{2}mR^2,$$

где m – масса обруча, R – радиус обруча.

2. Момент инерции шарика, размерами которого можно пренебречь:

$$I_{шар} = m_2R^2,$$

где m_2 – масса шарика, R – расстояние от его местоположения до оси вращения, равное в данном случае радиусу обруча.

3. Момент инерции тонкого однородного стержня определяется в зависимости от положения оси, вокруг которой он вращается. В случае если стержень вращается относительно оси (точки $\boldsymbol{O}$), отстоящей от его собственного центра (середины стержня) на расстоянии $\boldsymbol{a}$, то момент инерции стержня вычисляется согласно теореме Штейнера-Гюйгенса:

$$I_{ст} = I_0 + m_1a^2,$$

где I_0 – момент инерции стержня вокруг его собственной оси, проходящей через центр тяжести и параллельной оси вращения обруча,

m_1 – масса стержня;

a – расстояние между серединой стержня и осью вращения.

<u>Рассмотрим частные случаи:</u>

3.1. Момент инерции тонкого стержня, вращающегося относительно оси, совпадающей с его центром:

$$I_{ст} = I_0 = \frac{1}{12}m_1l^2,$$

где l – длина стрежня, равная в нашем случае R.

3.2. Момент инерции тонкого стержня, вращающегося относительно оси, совпадающей с одним из его концов (см. рисунок 5):

$$I_{ст} = I_0 + m_1a^2 = \frac{1}{12}m_1l^2 + m_1(\frac{l}{2})^2 = \frac{1}{3}m_1l^2.$$

Затем все вычисленные моменты инерции отдельных элементов необходимо сложить – это и будет момент инерции обруча с закрепленными на нем элементами.

Таким образом, в результате получается система трех независимых линейных уравнений (2.7–2.9), совместное решение которых позволяет определить и вычислить искомые величины: угловое ускорение ε, ускорение грузов a, силы натяжения нитей T_1 и T_2.

Задание 4. Вычислите угловую скорость ω_k обруча с закрепленными на нем элементами в момент, когда центр масс (точка C') отклонится на угол, составляющий k-ю часть угла φ_{max} (значение угла φ_{max} возьмите из задания 2).

Решение: Поскольку угловая скорость ω не входит в основное уравнение динамики вращательного движения, то для ее вычисления воспользуемся законом сохранения механической энергии, рассматривая два положения: начальное *I*, когда система находится в покое (см. рисунок 6 *а*), и момент, соответствующий отклонению центра масс (точки C') на угол $\varphi_k = k \cdot \varphi_{\max}$ (рисунок 9).

В начальном положении *I* механическая система обладает только потенциальной энергией силы тяжести обруча с закрепленными на нем элементами $E_{ПI} = MgH$, так как кинетическая энергия всех компонент системы равна нулю $E_{KI} = 0$ (см. задание 2).

В тот момент, когда центр масс (точка C') отклонится на угол φ_k, в движении будут находиться все компоненты системы. Поэтому для этого положения необходимо записать потенциальную и кинетическую энергии как для грузов массой $m_3+\Delta m$ и m_3, так и для обруча с закрепленными на нем элементами.

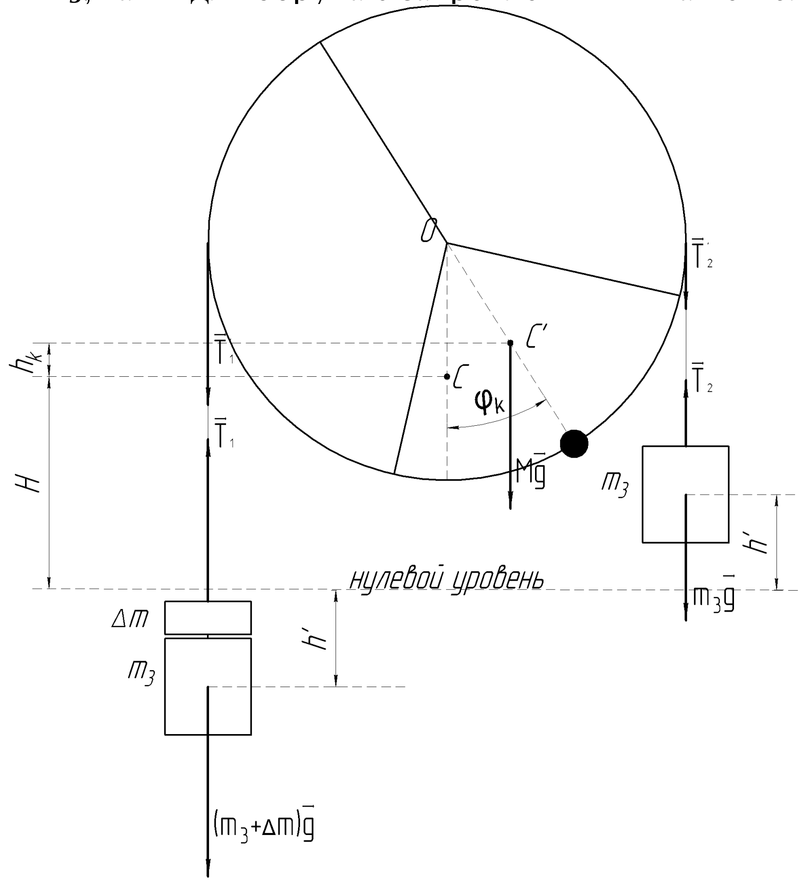


Рисунок 9 – Силы, действующие на тела при отклонении всей механической системы

Потенциальная энергия грузов массой $\boldsymbol{m_3+\Delta m}$ и массой $\boldsymbol{m_3}$ вычисляется аналогично заданию 2 с учетом того, что каждый из грузов отклонится от «нулевого уровня» отсчета потенциальной энергии (вверх или вниз, см. рисунок 9) на меньшее расстояние h', равное:

$$h' = S' = R\cdot\varphi_k = R\cdot k\cdot\varphi_{max}, \tag{2.10}$$

где R – радиус обруча.

В это же время центр масс (точка $\boldsymbol{C'}$) обруча с закрепленными на нем элементами будет подниматься на высоту $h_k = y_C(1-\cos\varphi_k)$ (рисунок 9).

Таким образом, потенциальная энергия всей механической системы определяется по формуле:

$$E_{П2} = -(m_3+\Delta m)gh'' + m_3gh'' + Mg(H+h_k). \tag{2.11}$$

Примечание 5. *Кинетическая энергия тела массой m, движущегося поступательно со скоростью V, определяется по формуле* $E_k = \dfrac{mv^2}{2}$, *а кинетическая энергия вращательного движения тела – по формуле* $E_k = \dfrac{I\omega^2}{2}$.

Запишем выражения для расчета кинетической энергии поступательного движения грузов массой $\boldsymbol{m_3+\Delta m}$ и массой $\boldsymbol{m_3}$:

$$E^1_{k2} = \frac{1}{2}(m_3+\Delta m)V_k^2 \text{ и } E^2_{k2} = \frac{1}{2}m_3V_k^2, \tag{2.12}$$

где V_k – скорость движения грузов в момент их отклонения на угол φ_k.

Кинетическая энергия вращательного движения обруча с закрепленными на нем элементами равна:

$$E^{обруч}_{k2} = \frac{1}{2}I\omega_k^2, \tag{2.13}$$

где I – момент инерции обруча с закрепленными на нем элементами, вычисленный в задании 3;

ω_k – угловая скорость, соответствующая углу φ_k.

Следовательно, кинетическая энергия всей механической системы будет определяться по формуле:

$$E_{k2} = E^{обруч}_{k2} + E^1_{k2} + E^2_{k2}. \tag{2.14}$$

Таким образом, согласно закону сохранения механической энергии составим уравнение, используя формулы (2.9–2.14). Из полученного выражения выразите угловую скорость $\boldsymbol{\omega_k}$, учитывая связь между угловой и линейной скоростью $V = \omega\cdot R$ (где R – радиус обруча).

Задание 5. Найдите величину и направление силы реакции $\vec{N}$ оси $\boldsymbol{O}$ в тот момент, когда угол отклонения центра масс обруча с закрепленными элементами (точки $\boldsymbol{C'}$) составит k-ю часть угла $\boldsymbol{\varphi_{max}}$.

__Решение:__ Обозначим все силы, приложенные к обручу с закрепленными на нем элементами (рисунок 10). В нашем случае будут действовать следующие силы:

$M\vec{g}$ – сила тяжести, приложенная к центру масс (точке $\boldsymbol{C'}$) и действующая на обруч с закрепленными на нем элементами;

$\vec{T}_1'$ и $\vec{T}_2'$ – силы упругости, возникающие в нити под действием грузов (m_3+Δm) и m_3;

$\vec{N}$ – сила реакции, действующая на ось O.

Согласно второму закону Ньютона можно записать уравнение движения центра масс обруча с закрепленными на нем элементами в векторном виде:

$$\vec{N}+\vec{T}_1'+\vec{T}_2'+M\vec{g}=M\vec{a}, \tag{2.15}$$

где $\vec{a}$ – полное ускорение движения центра масс (точки $\boldsymbol{C'}$) в момент, соответствующий углу $\boldsymbol{\varphi_K}$.

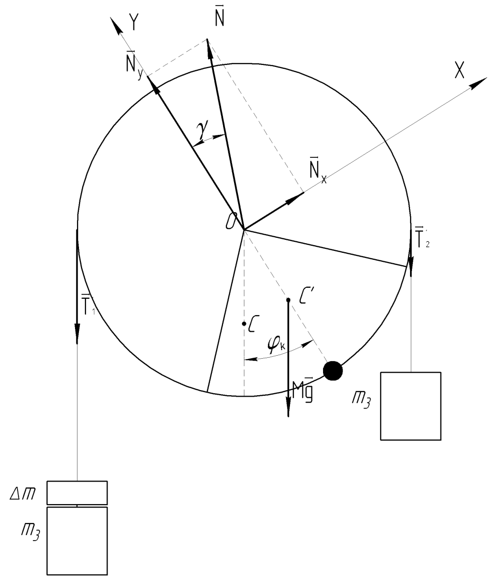


Рисунок 10 – Силы, действующие на обруч с закрепленными на нем элементами

Примечание 6. *Полное ускорение движения точки $\vec{a}$ (в нашем случае точки C′) может быть представлено в виде векторной суммы двух составляющих: $\vec{a}=\vec{a}_n+\vec{a}_\tau$ (где $\vec{a}_n$ – нормальное (центростремительное) ускорение, которое определяет быстроту изменения направления вектора скорости движущейся точки и направлено к центру вращения; $\vec{a}_\tau$ – тангенциальное ускорение, которое определяет быстроту изменения скорости в единицу времени, т. е. при поступательном ускоренном движении точки совпадает с его ускорением. Отметим, что в нашем случае тангенциальное ускорение при вращении точки всегда направлено по касательной, проведенной из движущейся точки.*

Значит, решив уравнение (2.15), можно определить величину и направление силы реакции $\vec{N}$ оси в момент, соответствующий углу $\boldsymbol{\varphi_k}$.

Для этого необходимо выбрать оси дополнительных координат и спроецировать на них действующие силы. Уравнение движения центра масс обруча с закрепленными на нем элементами в скалярном виде запишется следующим образом:

Тангенциальное ускорение можно выразить формулой $a_\tau = \varepsilon \cdot x_c$ (величина ε вычислена в задании 3, как и величины $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$, так как $\left|\vec{T}_1\right| = \left|\vec{T}_1'\right|$, $\left|\vec{T}_2\right| = \left|\vec{T}_2'\right|$), а нормальное (центростремительное) ускорение $a_n = \dfrac{v_k^2}{y_c} = \dfrac{\omega_k^2 \cdot y_c^2}{y_c} = \omega_k^2 \cdot y_c$.

Следовательно, решение полученной системы линейных уравнений позволяет определить составляющие вектора силы реакции N на ось $\boldsymbol{O}$:

$$OX: \quad N_x - (Mg + T_1' + T_2')\sin\varphi_k = Ma_\tau;$$
$$OY: \quad N_y - (Mg + T_1' + T_2')\cos\varphi_k = Ma_n.$$

Таким образом:

$$N_x - (Mg + T_1' + T_2')\sin\varphi_k = M \cdot \varepsilon \cdot y_c; \tag{2.16}$$
$$N_y - (Mg + T_1' + T_2')\cos\varphi_k = M \cdot \omega_k^2 \cdot y_c. \tag{2.17}$$

Выразив из уравнений (2.16 и 2.17) величины N_x и N_y, вычислим по теореме Пифагора значение силы реакции на ось O:

$$N = \sqrt{N_x^2 + N_y^2}. \tag{2.18}$$

Направление силы реакции N определяется углом ее наклона к оси Y. Значение угла γ можно вычислить из отношения $tg\gamma = \dfrac{N_x}{N_y}$.

Задание 6. На какой наибольший угол $\boldsymbol{\varphi'_{max}}$ отклонится обруч с закрепленными на нем элементами (без переброшенных через обруч грузов массой $\boldsymbol{m_3}$), находящийся в положении равновесия, если в шарик массой $\boldsymbol{m_2}$ на обруче попадает шарик такой же массы и прилипает к нему. Второй шарик движется со скоростью $\boldsymbol{V}$ в вертикальной плоскости, совпадающей с плоскостью обруча, под углом $\boldsymbol{\alpha}$ к вертикали.

Решение: Согласно рисунку 11 *а* летящий шарик массой $\boldsymbol{m_2}$ движется со скоростью $\vec{V}$ под углом $\boldsymbol{\alpha}$ к вертикали и в начальный момент удара (т. е. в момент прилипания) шарика, закрепленного на обруче, сообщает (передает) ему импульс в горизонтальном направлении, равный $m_2 \cdot V\sin\alpha$, где $V\sin\alpha$ – горизонтальная составляющая скорости. Следовательно, сообщаемый прилипающим шариком момент импульса будет равен:

$$L_1 = m_2 \cdot V\sin\alpha \cdot R. \tag{2.19}$$

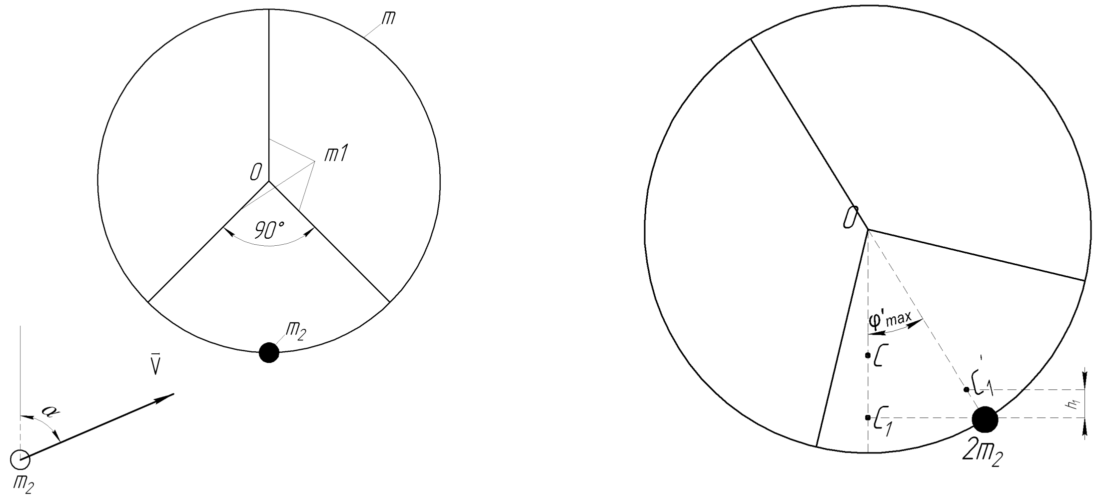


Рисунок 11 – Летящий шарик до (а) и после (б) соударения с шариком на обруче

Примечание 7. *Момент импульса L является мерой количества движения при вращении и равен векторному произведению импульса* $m\vec{V}$ *на радиус-вектор до оси вращения* $\vec{r}$ *:* $\vec{L} = m\vec{V} \times \vec{r}$.

После того, как летящий шарик прилип, вся механическая система (обруч с закрепленными на нем стержнями и шариком) начнет вращение (рисунок 11 *б*). Прилипший на обруч шарик массой $\boldsymbol{m_2}$ также будет вращаться вместе с обручем. Тогда момент импульса обруча с закрепленными на нем элементами и прилипшим шариком при вращении относительно неподвижной оси может быть вычислен как произведение момента инерции $\boldsymbol{I'}$ на угловую скорость $\boldsymbol{\omega}$:

$$L_2 = I' \cdot \omega . \qquad (2.20)$$

В формуле (2.20) следует учесть, что I' – это момент инерции системы, равный сумме момента инерции обруча с закрепленными элементами и момента инерции прилипшего шарика массой $\boldsymbol{m_2}$, т. е. $I' = I + m_2 R^2$. Значение момента инерции обруча с закрепленными элементами I вычислено ранее в задании 3.

Примечание 8. *После прилипания шарика массой к обручу с закрепленными на нем элементами, его центр масс понизится (на рисунке 11 б обозначен как точка* C_1*). Следовательно, в решении задания требуется перерасчет* Y_{C_1} *(см. задание 1*).

Согласно закону сохранения момента импульса можно записать:

$$L_1 = L_2 . \qquad (2.21)$$

Подставив в полученное выражение формулы (2.19–2.20), можно выразить угловую скорость $\boldsymbol{\omega}$ (измеряется в $с^{-1}$) всей системы сразу после прилипания шарика.

Поскольку в задании требуется найти максимальное значение угла $\boldsymbol{\varphi'_{max}}$, на который повернется обруч после прилипания шарика, то можно также воспользоваться законом сохранения механической энергии, т. е. $E'_k = E'_n$, так как при достижении угла φ'_{max} вращение обруча прекратится.

Здесь за «нулевой уровень» отсчета потенциальной энергии выберем горизонтальную линию, проходящую через центр масс C' так, чтобы в начальный момент времени (в момент удара) потенциальная энергия системы была равна нулю. Тогда сразу после удара вся система будет обладать только кинетической энергией, равной:

$$E'_k = \frac{1}{2} I' \cdot \omega^2 . \tag{2.22}$$

В момент времени, когда вращение обруча прекратится, вся система будет обладать только потенциальной энергией, равной

$$E'_n = (M + m_2) \cdot g h_1 , \tag{2.23}$$

где h_1 – высота, на которую поднимется центр масс (точка C_1'), по отношению к начальному положению (точка C_1).

Тогда с учетом выражений (2.22 и 2.23) окончательно получаем:

$$\frac{1}{2}\left(I + m_2 R^2\right) \cdot \omega^2 = (M + m_2) \cdot g h_1 . \tag{2.24}$$

Так как $h_1 = Y_{C_1} - Y_{C_1} \cdot \cos\varphi'_{\max}$ (см. рисунок 7), то, подставив ее в полученное уравнение (2.24), можно вычислить φ'_{max} в градусах.

Задание 7. Какое количество теплоты Q выделится при ударе (прилипании) шарика массой m_2?

<u>Решение:</u> Поскольку удар абсолютно неупругий, то выделяемое при соударении шариков количество теплоты Q будет равно разности кинетической энергии прилипающего шарика $E_{m2} = \frac{1}{2} m_2 V^2$ (исходное значение энергии) и кинетической энергии обруча с закрепленными элементами и прилипшим шариком в момент начала вращения системы $E_{M+m2} = \frac{1}{2} I' \cdot \omega^2$ (переданная кинетическая энергия).

ЗАДАЧА 3. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

<u>Условие:</u> На рисунке в *PV*-координатах (или *PT*-, или *VT*-координатах) изображен замкнутый цикл, осуществляемый смесью, состоящей из газа *1* массой m_1 и газа *2* с массой m_2. Цикл состоит из четырех процессов: изотермического, изобарического, изохорического и адиабатического. На рисунке выборочно заданы значения двух характерных точек цикла (два по одной оси и два по другой). Считая входящие в состав смеси газ *1* и газ *2* идеальными, выполните следующие задания.

ЗАДАНИЯ

Задание 1. Идентифицируйте и назовите каждый из процессов замкнутого цикла, представленного на рисунке согласно Вашему варианту. Укажите направление их протекания. Решение задачи рассмотрим на примере цикла, показанного на рисунке 12.

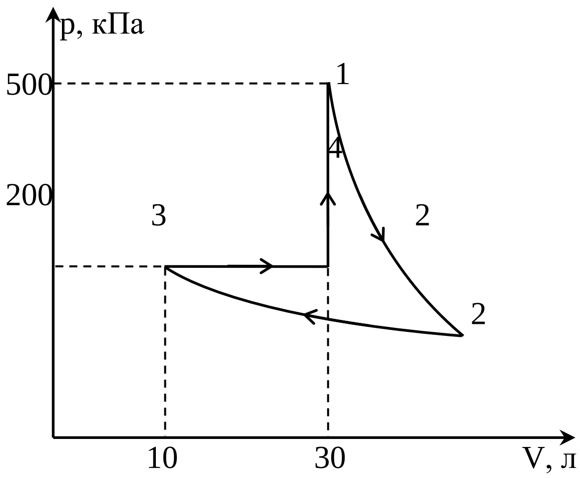


Рисунок 12 – Замкнутый цикл смеси газов в PV-координатах

<u>Решение:</u> Процессом называется переход газа из одного состояния в другое. Процесс, происходящий при постоянном объеме (V = const), называется изохорическим; при постоянном давлении (p = const) – изобарическим; при постоянной температуре (T = const) – изотермическим. Процесс, протекающий без теплообмена с окружающей средой ($\delta Q = 0$), – адиабатическим.

Все процессы выражаются в виде определенных графиков на плоскости в различных координатах осей: P и V, P и T, V и T (m = const).

В *PV*-координатах график изобарического или изохорического процесса представляет собой прямую линию, перпендикулярную соответствующей оси координат, и называется изобарой (p = const) или изохорой (V = const). Кривые, изображающие изотермический и адиабатический процессы в осях (P, V), называются изотермой (T = const) и адиабатой ($\delta Q = 0$), соответственно. Причем, адиабата идет всегда круче, чем любая изотерма.

В *VT*-координатах изохора, изотерма и изобара представляют собой прямые, причем изобара проходит через начало координат.

В PT-координатах изохора, изотерма и изобара также изображаются в виде прямых линий, однако теперь изохора проходит через начало координат.

В VT- и PT-координатах адиабата всегда представляется в виде кривой линии, т. е. имеет место нелинейный характер протекания процесса.

По направлению протекания процессов может быть расширение – сжатие (по отношению к объему) и нагревание – охлаждение (по отношению к температуре).

Таким образом, представленный на рисунке 12 замкнутый цикл состоит из следующих процессов:

1→2 – адиабатическое расширение;

2→3 – изотермическое сжатие;

3→4 – изобарическое нагревание (объем увеличивается при постоянном давлении, следовательно, увеличивается температура);

4→1 – изохорическое нагревание (давление увеличивается при постоянном объеме, следовательно, увеличивается температура).

Задание 2. Согласно Вашему варианту на рисунке изображен график изменения состояния смеси газов в PV-координатах (или PT-, или VT-координатах). Представьте эти процессы в двух других незаданных координатах (без указания значений температур).

Решение: Например, если задание выдано в PV-координатах, как на рисунке 12, то необходимо рассматриваемый цикл построить в PT- и VT-координатах. Для этого необходимо выяснить, как изменяются параметры состояния (p, V, T) смеси газов на соответствующих участках графика. Затем изобразить графики процессов в новых координатах, используя решение задания 1.

Задание 3. Найдите кажущуюся молярную массу смеси двух газов $\boldsymbol{\mu_{см}}$, эквивалентное число степеней свободы молекул смеси $\boldsymbol{i_{см}}$, а также показатель адиабаты смеси газов $\boldsymbol{\gamma_{см}}$.

Решение: Кажущуюся молярную массу смеси газов $\boldsymbol{\mu_{см}}$ можно выразить из закона Дальтона, согласно которому давление, производимое смесью газов, равно сумме их парциальных давлений (давлений каждого газа в отсутствии других газов в сосуде):

$$p_{см} = p_1 + p_2 + p_3 + ... = \sum_i p_i \,, \tag{3.1}$$

где p_i – парциальное давление i-го компонента смеси.

По условию задачи смесь состоит из двух газов, тогда согласно закону Дальтона можно записать, что

$$p_{см} = p_1 + p_2 \,. \tag{3.2}$$

В соответствии с уравнением Клапейрона-Менделеева запишем уравнения состояния смеси газов, а также газа *1* и газа *2*:

$$p_{см}V = \frac{m_{см}}{\mu_{см}} RT \ ,$$

$$p_1 V = \frac{m_1}{\mu_1} RT \ , \qquad (3.3)$$

$$p_2 V = \frac{m_2}{\mu_2} RT \ ,$$

где p – давление газа (или смеси газов);

m – масса газа (или смеси газов);

μ – молярная масса газа (или кажущаяся молярная масса смеси газов);

V – объем, занимаемый газом (или смесью газов);

R – универсальная газовая постоянная, равная 8,31 Дж/(моль·К);

T – температура газа (или смеси газов).

Из полученных уравнений (3.3) выражаем парциальные давления газа *1* и газа *2* и давление смеси газов. Заметим, что объем V, температура T во всех трех случаях одинаковы, а масса смеси газов равна $m_{см} = m_1 + m_2$. Полученные выражения подставляем в уравнение (3.2) и, проведя необходимые упрощения, находим кажущуюся молярную массу смеси двух газов $\boldsymbol{\mu_{см}}$.

Примечание 1. *Значение молярной массы газа, входящего в состав смеси, возьмите самостоятельно из таблицы Периодической системы химических элементов Д. И. Менделеева.*

Эквивалентное число степеней свободы молекул смеси $\boldsymbol{i_{см}}$ можно найти из закона сохранения внутренней энергии смеси газов:

$$U_{см} = U_1 + U_2 \ , \qquad (3.4)$$

где $U_{см}$ – внутренняя энергия смеси газов;

U_1 и U_2 – внутренняя энергия газа *1* и газа *2*, соответственно.

Значение внутренней энергии газа определяется выражением:

$$U = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} RT \ , \qquad (3.5)$$

где i – число степеней свободы газа.

Примечание 2. *Для идеального газа число степеней поступательного движения зависит от количества атомов, входящих в состав молекулы газа. Так, для одноатомного газа (Ne, Ar, He) $i = 3$, для двухатомного газа (O_2, H_2, N_2) $i = 5$, а для многоатомного газа (три и более атомов: H_2O, CO_2) $i = 6$.*

Тогда на основании закона сохранения внутренней энергии можно записать:

$$\frac{i_{экв}}{2} \frac{m_{см}}{\mu_{см}} RT = \frac{i_1}{2} \frac{m_1}{\mu_1} RT + \frac{i_2}{2} \frac{m_2}{\mu_2} RT \ . \qquad (3.6)$$

Упростив выражение (3.6) и учитывая, что $m_{см} = m_1 + m_2$, вычислите значение эквивалентного числа степеней свободы молекул смеси $\boldsymbol{i_{см}}$ и округлите его до целого числа.

Значение показателя адиабаты $\boldsymbol{\gamma_{см}}$ определяется числом и характером степеней свободы молекул, и для ее вычисления можно воспользоваться следующим выражением:

$$\gamma_{см} = \frac{i_{экв} + 2}{i_{экв}}. \tag{3.7}$$

При вычислении всех численных ответов необходимо использовать правила округления.

Задание 4. Запишите уравнения каждого процесса цикла в соответствии с Вашим заданием.

<u>Решение:</u> Из уравнения Клапейрона-Менделеева можно получить частные газовые законы (уравнения), имеющие соответствующие названия:

- Закон Бойля-Мариотта $pV = const$ – для изотермического процесса;
- Закон Гей-Люссака $\frac{V}{T} = const$ – для изохорического процесса;
- Закон Шарля $\frac{p}{T} = const$ – для изобарического процесса;
- Закон Пуассона $pV^{\gamma} = const$ или $TV^{\gamma-1} = const$ – для адиабатического процесса.

Таким образом, записанные уравнения процессов, изображенных на рисунке 12, будут выглядеть следующим образом:

- $p_1V_1^{\gamma_{см}} = p_2V_2^{\gamma_{см}}$ – для адиабатического расширения (процесс 1→2);
- $p_2V_2 = p_3V_3$ – для изотермического сжатия (процесс 2→3);
- $\frac{V_3}{T_3} = \frac{V_4}{T_4}$ – для изобарического нагревания (процесс 3→4);
- $\frac{p_4}{T_4} = \frac{p_1}{T_1}$ – для изохорического нагревания (процесс 4→1).

Задание 5. Вычислите недостающие значения температуры $\boldsymbol{T}$, объема $\boldsymbol{V}$ и давления $\boldsymbol{p}$ в характерных точках цикла *1*, *2*, *3* и *4*, используя уравнение Клапейрона-Менделеева и найденные уравнения процессов (см. задание 4). Все численные значения занесите в таблицу.

<u>Решение:</u> По условию задачи выборочно заданы значения параметров для двух характерных точек цикла. Нарисовав таблицу, занесите в нее известные параметры, а затем дополните параметрами, которые можно определить согласно происходящим в цикле процессам.

Например, для замкнутого цикла в *PV*-координатах, представленного на рисунке 12, известны (заданы) значения давления и объема в характерных точках цикла *1* и *3*. Занесем их значения в таблицу 1. Поскольку процесс 2→3 является изотермическим, следовательно, температура в точке *2* будет равна температуре в точке *3*, т. е. $T_2 = T_3$. Аналогично записываем для изобарического 3→4 ($p_3 = p_4$) и изохорического 4→1 ($V_4 = V_1$) процессов.

Таблица 1 – *Параметры величин для смеси газов в характерных точках цикла*

параметры	характерные точки цикла			
	1	**2**	**3**	**4**
давление p, кПа	500		200	200
объем V, м^3	$30\cdot10^{-3}$		$10\cdot10^{-3}$	$30\cdot10^{-3}$
температура T, К				

Только после полного заполнения таблицы приступайте к вычислению оставшихся неизвестных термодинамических параметров для характерных точек цикла, придерживаясь следующей схемы:

• если известны два параметра, то третий вычисляется из уравнения Клапейрона-Менделеева, записанного для этой точки (см. формулу (3.3));

• если неизвестны два из трех параметров, то необходимо воспользоваться ранее найденным уравнением процесса (см. задание 4);

• если неизвестны три параметра, то прибегают к смешанному применению первых двух пунктов или обращаются за помощью к преподавателю.

Задание 6. На основании первого начала термодинамики найдите количество теплоты, полученное (или отданное) смесью газов, $\boldsymbol{Q}$, изменение внутренней энергии $\boldsymbol{\Delta U}$ и работу газа (или над газом) $\boldsymbol{A}$ во всех процессах цикла.

<u>Решение:</u> В основе вычисления $\boldsymbol{Q}$, $\boldsymbol{\Delta U}$, $\boldsymbol{A}$ лежит первое начало термодинамики (или закон сохранения энергии в термодинамике), согласно которому количество теплоты, сообщенное газу, идет на приращение внутренней энергии газа и на совершение им работы над внешними силами. Запишем первое начало термодинамики в дифференциальной форме:

$$\delta Q = dU + \delta A, \tag{3.8}$$

где δQ – элементарное количество теплоты, сообщенное газу;

dU – приращение внутренней энергии газа в ходе данного элементарного процесса;

δA – элементарная работа.

Интегрирование выражения (3.8) по всему процессу приводит к выражению:

$$Q = \Delta U + A, \tag{3.9}$$

где ΔU – приращение внутренней энергии газа, т. е. разница между конечным и начальным значением внутренней энергии.

Примечание 3. *Математический символ δ, стоящий при теплоте и работе, показывает, что теплота и работа не являются полной функцией самого процесса и зависят от внешних факторов; символ* d *указывает, что внутренняя энергия газа является исключительно функцией состояния газа.*

<u>Вычисление внутренней энергии $\boldsymbol{\Delta U}$</u> в каждом процессе для смеси газов вычисляется аналогично формуле (3.5):

$$\Delta U = \frac{i_{экв}}{2}\frac{m_{см}}{\mu_{см}} R\Delta T\,, \tag{3.10}$$

где ΔT – разность температур в конечном и начальном состояниях смеси.

Следует отметить, что величина изменения внутренней энергии ΔU определяется протекающим процессом. Так, если газ нагревается ($\Delta T > 0$), то ΔU берем со знаком *«+»* ($\Delta U > 0$). В противном случае, если газ охлаждается ($\Delta T < 0$), то ΔU берем со знаком *«–»* ($\Delta U < 0$).

Работа, совершаемая газом (смесью газов), ***A*** определяется изменением его объема и зависит от самого процесса. В общем случае работа, совершаемая газом, ***A*** вычисляется путем интегрирования:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV\,. \tag{3.11}$$

Воспользовавшись связью между давлением p и объемом V при различных процессах и проинтегрировав выражение (3.11), получаем:

- для изохорического процесса:

поскольку в этом случае объем газа остается постоянным, следовательно, работа газа не совершается, т. е. $A = 0$;

- для изобарического процесса:

поскольку в этом процессе давление не изменяется (p = const), то работа будет равна $A = p(V_2 - V_1) = p\Delta V$ (где V_1 и V_2 – объем газа в начальном и конечном состояниях).

Отметим, что при расширении газа изменение его объема будет положительным ($\Delta V > 0$), следовательно, газ совершает работу ($A > 0$); при сжатии газа изменение его объема будет отрицательным ($\Delta V < 0$), а значит, работа совершается над газом ($A < 0$) и ее значение получаем со знаком *«–»*;

- для изотермического процесса:

это процесс, в котором давление p и объем газа V изменяются при постоянной температуре (T = const). Выразив из уравнения Клапейрона-Менделеева давление p и подставив его в формулу (3.11), получаем:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \frac{m}{\mu} RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} RT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right). \tag{3.12}$$

где V_1 и V_2 – объем газа в начальном и конечном состоянии.

Отметим, что знак работы здесь также определяется расширением ($\ln\frac{V_2}{V_1} > 0$) или сжатием ($\ln\frac{V_2}{V_1} < 0$) газа;

- для адиабатического процесса:

Формула для вычисления работы газа при адиабатическом процессе получается несколько сложнее:

$$A = -\frac{m}{\mu}\frac{RT_1}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}\right] \text{ или } A = -\frac{p_1 T_1}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}\right], \tag{3.13}$$

где p_1 и T_1 – давление и температура в начальном состоянии, соответственно.

Однако при решении задачи можно воспользоваться следующим рассуждением: поскольку изменение внутренней энергии ΔU вычислено ранее, то работа газа A при адиабатическом процессе будет равна изменению внутренней энергии с обратным знаком, т. е. $A = -\Delta U$. Это означает, что при адиабатическом расширении газ будет охлаждаться, т. е. будет производить работу за счет собственной внутренней энергии, а при сжатии, наоборот, будет нагреваться за счет совершаемой работы над газом внешними силами.

Рассмотрим также случаи применения первого начала термодинамики в зависимости от происходящего процесса.

• *Изотермический процесс.* Изотермический процесс протекает при постоянной температуре газа (T = const), следовательно, ее изменение равно нулю, а значит, и внутренняя энергия газа не изменяется $\Delta U = 0$. Тогда получаем, что $\underline{Q = A}$.

• *Адиабатический процесс.* Обычно это быстропротекающий процесс, при котором теплообмен с окружающей средой не успевает произойти, т. е. $\delta Q = 0$. Следовательно, $\underline{\Delta U = -A}$.

• *Изохорический процесс*. Изохорический процесс происходит без изменения объема газа (V = const), следовательно, его изменение равно нулю, а значит, и работа газа в процессе не совершается, т. е. $A = 0$. Тогда получаем, что $\underline{Q = \Delta U}$.

• *Изобарический процесс.* Изобарический процесс происходит при постоянном давлении (p = const), тогда первое начало выглядит так $\underline{Q = \Delta U + A}$.

Таким образом, используя вышеизложенный теоретический материал, рассчитайте количество теплоты, полученное (или отданное) смесью газов, Q, изменение внутренней энергии ΔU и работу газа (или над газом) A в каждом процессе цикла.

Примечание 4. *При вычислении величин **Q, ΔU, A** необходимо помнить о правиле знаков: знак «+» ставится, если газ получает теплоту +**Q**, нагревается +**ΔU** и совершает работу +**A**, т. е. газ расширяется; знак «–» ставится, если газ отдает свою теплоту –**Q**, охлаждается –**ΔU** и над ним совершается внешняя работа –**A**, т. е. газ сжимается.*

Полученные значение (численные ответы) запишите в таблицу 2. Например, для представленного на рисунке 12 цикла заполненная таблица выглядит таким образом.

Таблица 2 – *Численные результаты вычислений*

процесс, описание	**количество теплоты Q, кДж**	**изменение внутренней энергии ΔU, кДж**	**работа газа A, кДж**
1→2: адиабатическое расширение	0	$-\Delta U_{12}$	A_{12}
2→3: изотермическое сжатие	$-Q_{23}$	0	$-A_{23}$
3→4: изобарическое нагревание	Q_{34}	ΔU_{34}	A_{34}
4→1: изохорическое нагревание	Q_{41}	ΔU_{41}	0

Задание 7. Определите коэффициент полезного действия КПД η цикла для Вашего задания.

<u>Решение:</u> КПД цикла показывает отношение полезной работы $A_{полез}$ ко всему полученному за цикл количеству теплоты $Q_{получ}$, выраженное в процентах:

$$\eta = \frac{A_{полез}}{Q_{получ}} \cdot 100\% \cdot \qquad (3.14)$$

В выражении (3.14) под полезной работой газа $A_{полез}$ будем понимать алгебраическую сумму совершенных газом (или над газом) работ в каждом процессе, т. е. $A_{полез} = \Sigma A_i$. Учтем также, что для нахождения полученного за цикл количества теплоты $Q_{получ}$ будем брать значения Q только со знаком «+», т. е. учитываем только те процессы, где газ нагревается. Для вычислений воспользуйтесь данными таблицы 2.

Таким образом, расчет КПД цикла, представленного на рисунке 12, будет выглядеть следующим образом (см. таблицу 2):

$$\eta = \frac{A_{12} + A_{34} - A_{23}}{Q_{34} + Q_{41}} \cdot 100\% \cdot$$

Все вычисления необходимо производить в системе СИ, ответы округлить с точностью до значений, заданных в условии задачи. Численные ответы, как правило, имеют свои наименования в единицах системы СИ.

Приложение 1

ЧИСЛЕННЫЕ ДАННЫЕ К ЗАДАЧАМ

«Динамика поступательного и вращательного движения»

№	m_1, кг	m_2, кг	m_3, кг	m_4, кг	α, град.	μ	r_4, м	R_4, м	τ, с
0	4,0	0,50	0,5	3,0	30°	0,05	0,15	0,40	0,20
1	2,5	0,25	2,0	2,8	45°	0,10	0,20	0,50	0,30
2	1,0	0,10	1,5	2,9	60°	0,15	0,30	0,70	0,40
3	3,5	0,40	2,5	2,5	45°	0,25	0,35	0,80	0,50
4	5,0	0,60	3,0	4,2	30°	0,35	0,40	0,90	0,60
5	6,0	0,75	3,5	3,2	60°	0,45	0,45	1,05	0,65
6	7,0	0,80	5,5	3,4	30°	0,40	0,55	1,25	0,55
7	8,0	1,0	4,0	3,6	60°	0,50	0,25	0,50	0,45
8	12,0	1,5	4,5	3,8	45°	0,30	0,50	0,90	0,35
9	16,0	2,0	6,0	4,0	30°	0,20	0,55	1,0	0,25

«Динамика вращательного движения. Законы сохранения»

№	m, кг	R, м	m_1, кг	m_2, кг	m_3, кг	Δm, кг	k	υ, м/с	α,°
0	0,1	0,3	0,05	0,55	0,5	0,05	0,10	10	10
1	0,2	0,4	0,10	0,60	0,7	0,06	0,15	12	15
2	0,3	0,5	0,15	0,65	0,9	0,07	0,20	14	20
3	0,4	0,6	0,20	0,70	1,1	0,08	0,25	16	25
4	0,5	0,7	0,25	0,75	1,3	0,09	0,30	18	30
5	0,6	0,8	0,30	0,80	0,6	0,10	0,35	20	35
6	0,7	0,9	0,35	0,85	0,8	0,11	0,40	22	40
7	0,8	1,0	0,40	0,90	1,0	0,12	0,45	24	45
8	0,9	1,1	0,45	0,95	1,2	0,13	0,50	26	50
9	1,0	1,2	0,50	1,00	1,4	0,14	0,55	28	55

«Молекулярная физика и термодинамика»

№	m_1, г	газ 1	m_2, г	газ 2
0	8	He	4	H_2
1	40	Ar	48	O_2
2	40	Ne	42	N_2
3	84	Kr	70	Cl_2
4	131	Xe	8	H_2
5	88	CO_2	64	O_2
6	34	NH_3	28	N_2
7	54	H_2O	35	Cl_2
8	30	CH_3	6	H_2
9	52	C_2H_2	64	O_2

Приложение 2

РИСУНКИ К ЗАДАЧЕ 1 «ДИНАМИКА ПОСТУПАТЕЛЬНОГО И ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ»

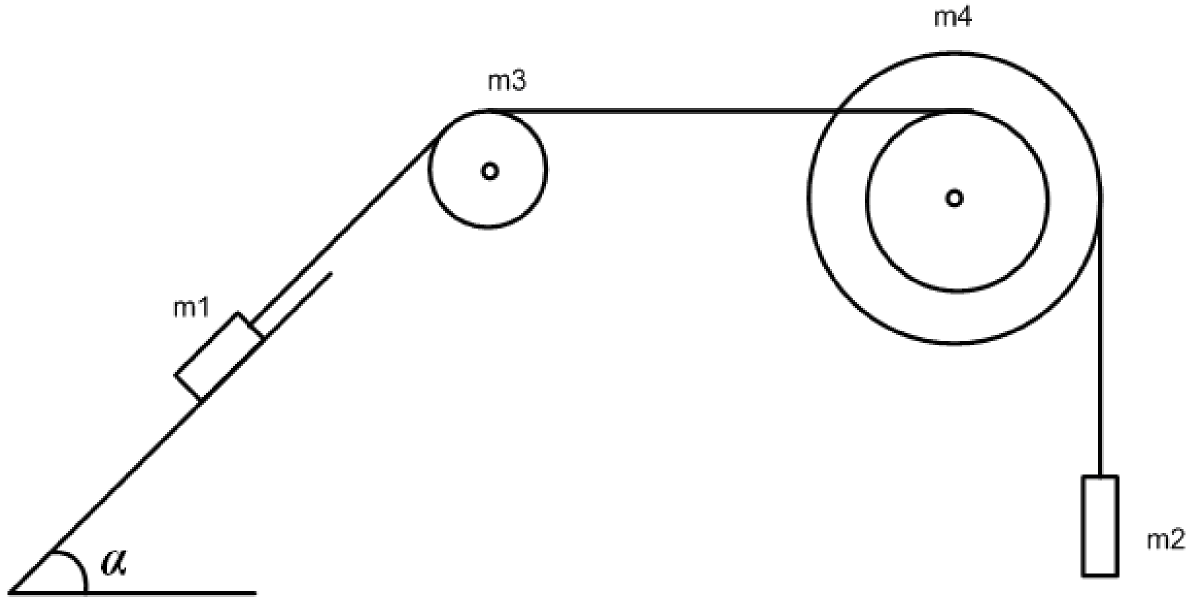


Рисунок 1.1

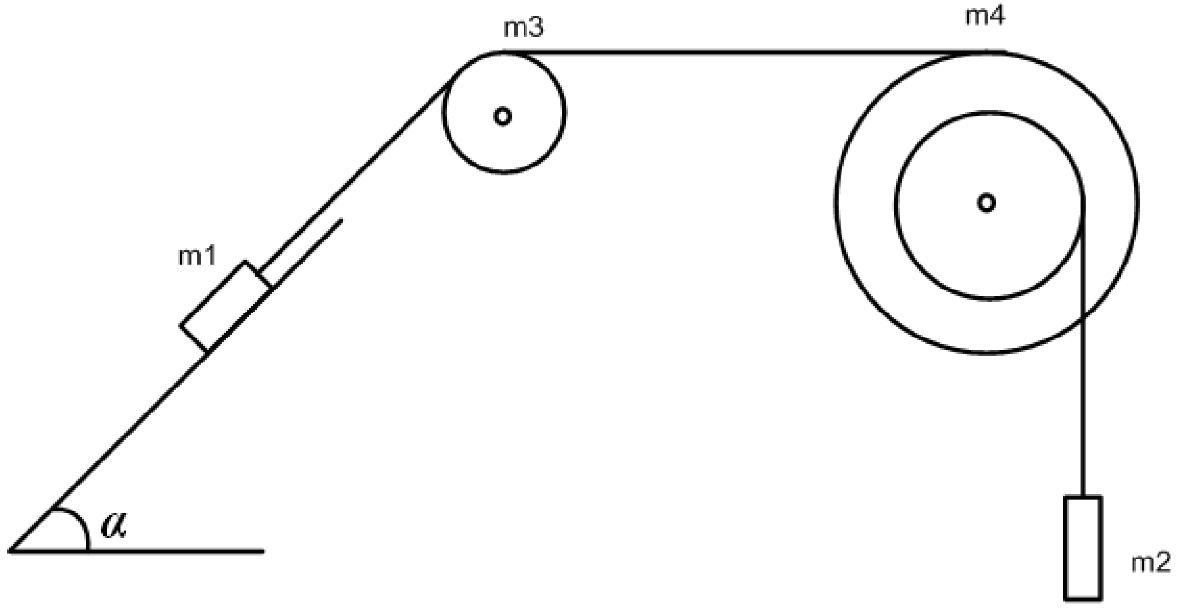


Рисунок 1.2

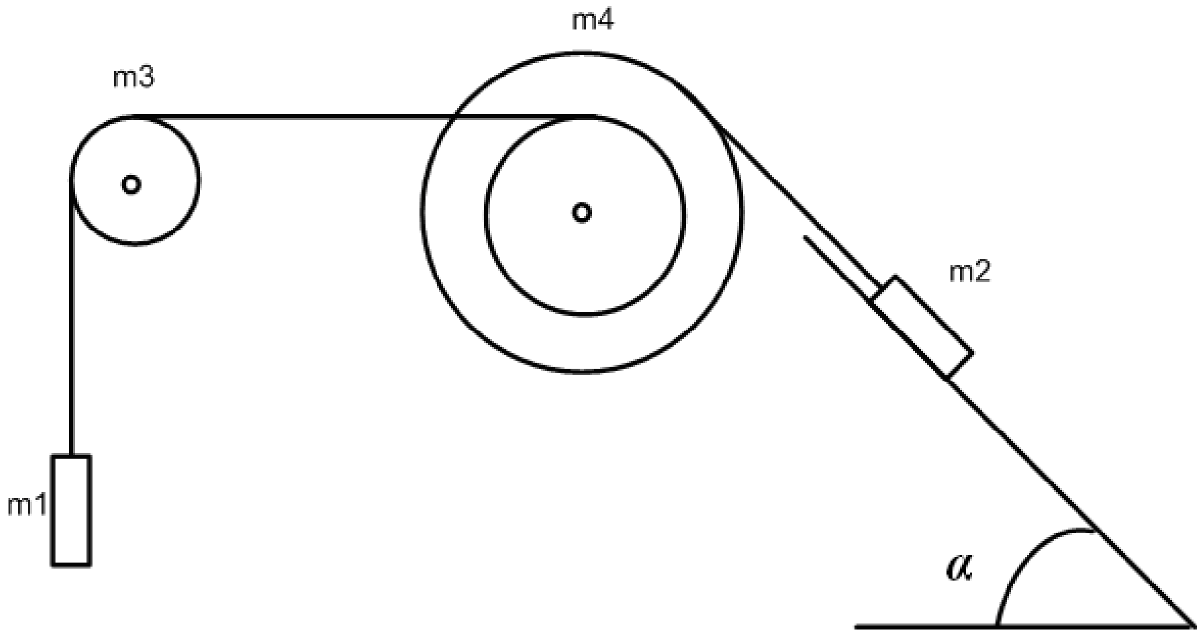


Рисунок 1.3

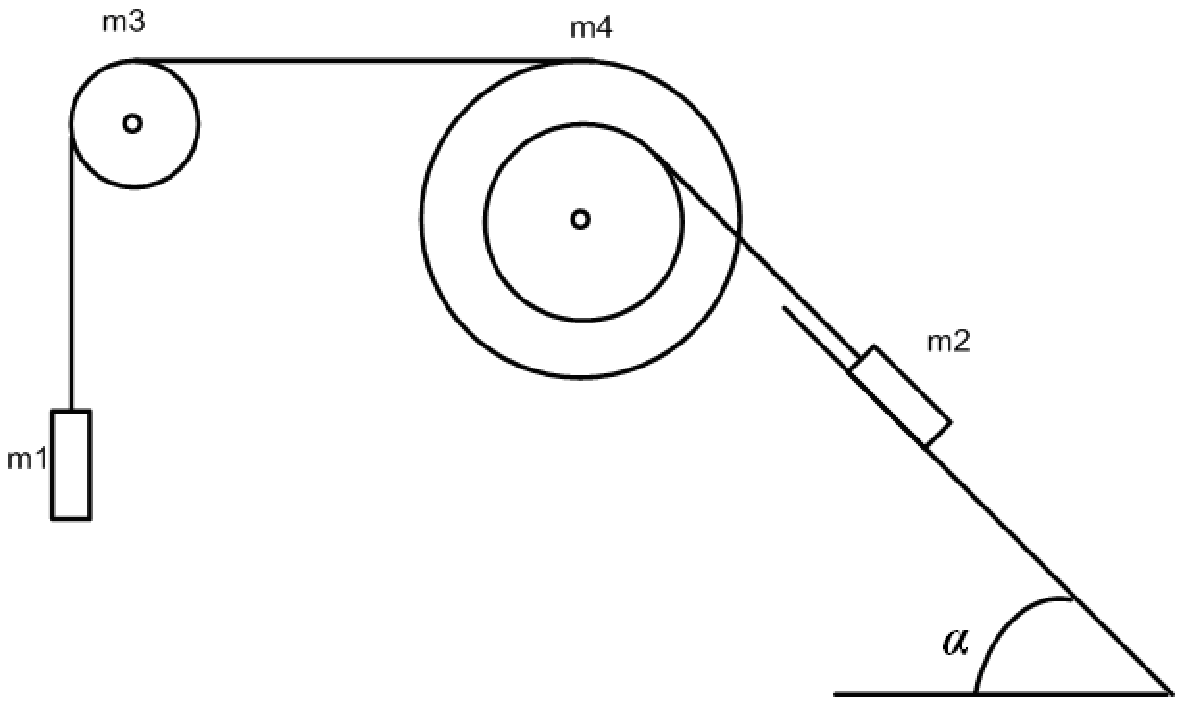


Рисунок 1.4

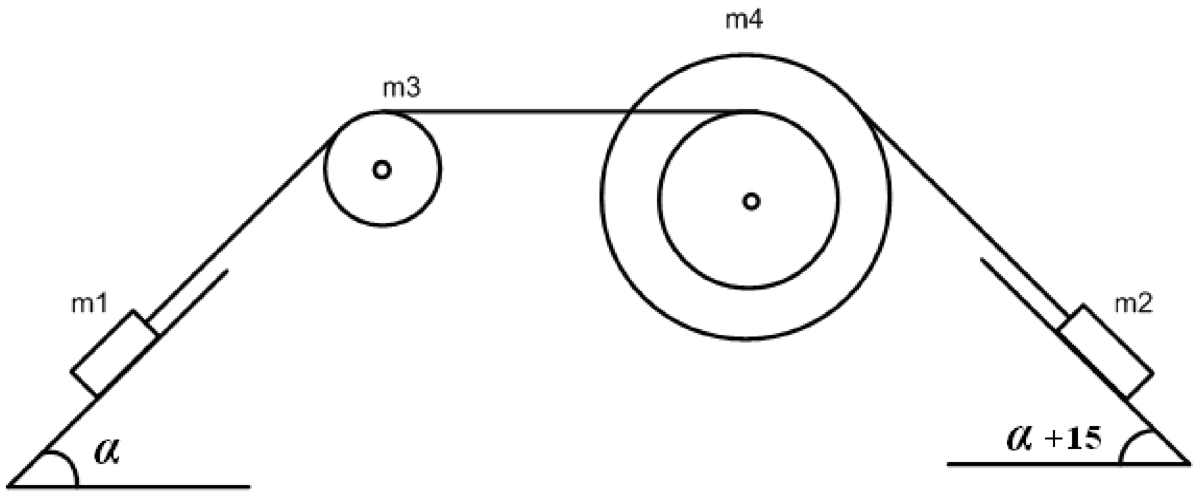


Рисунок 1.5

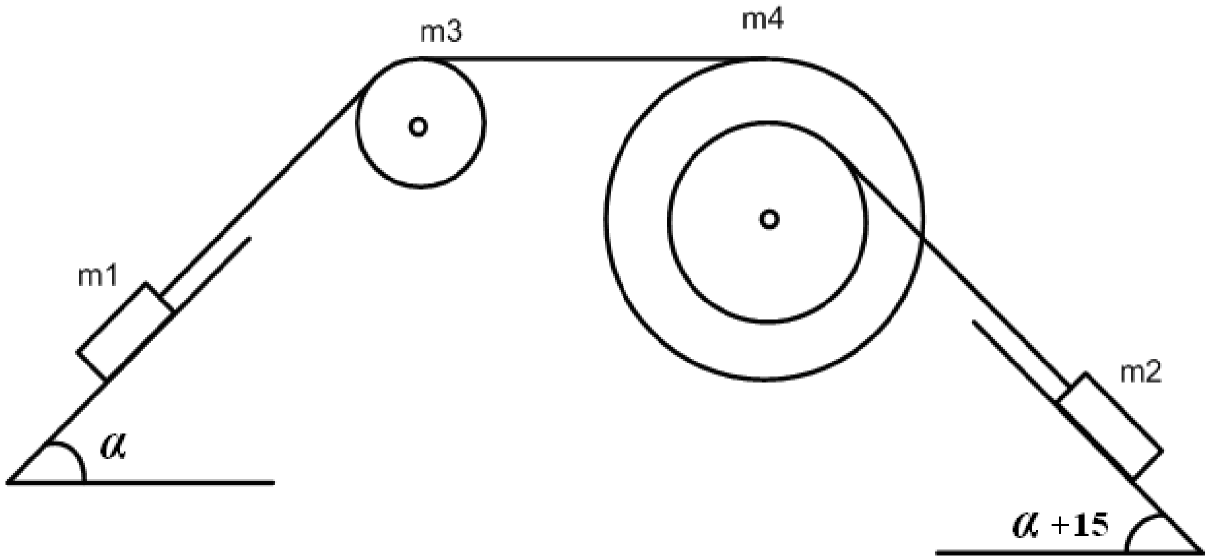


Рисунок 1.6

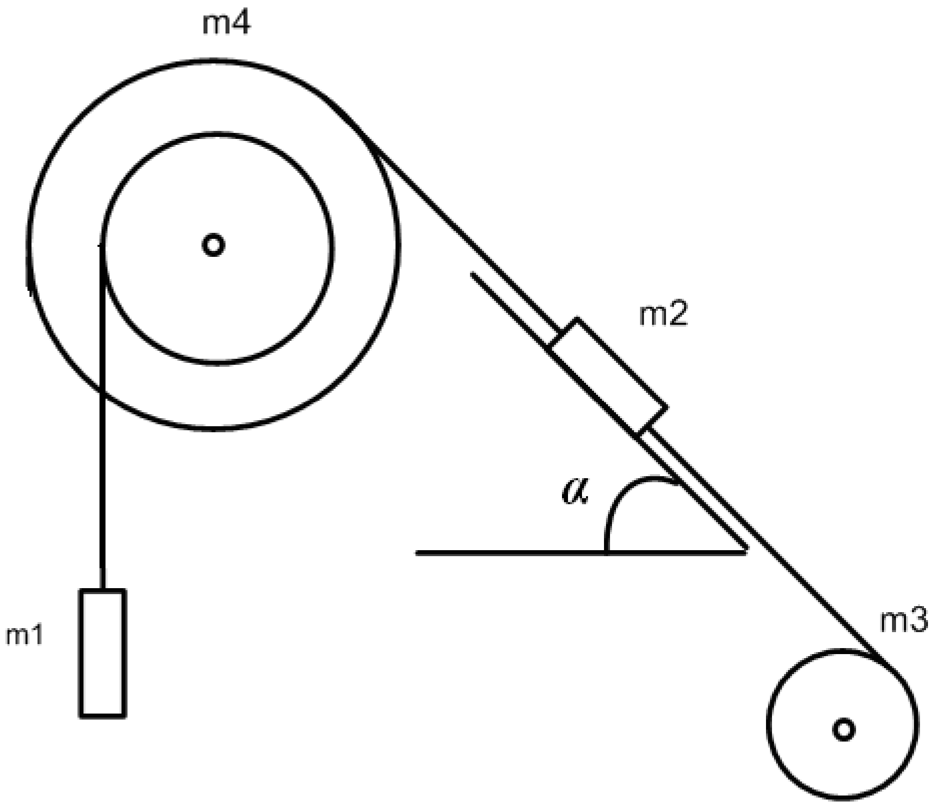


Рисунок 1.7

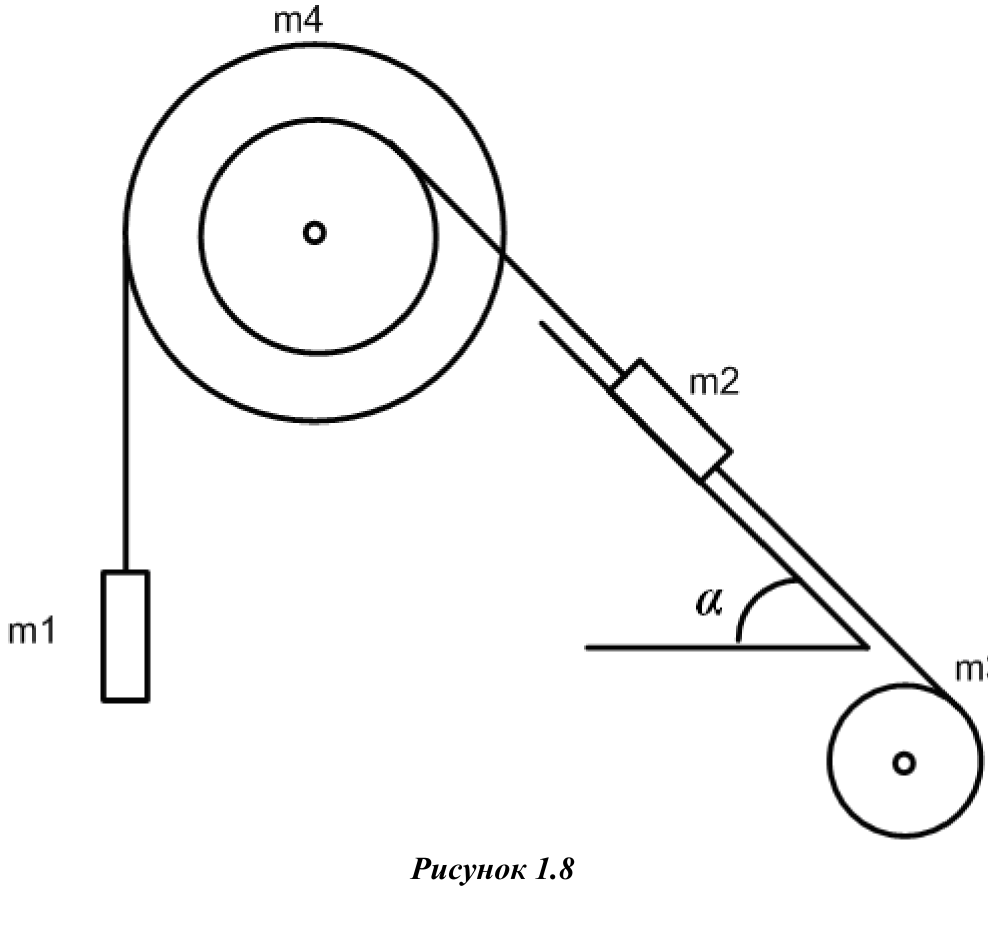


Рисунок 1.8

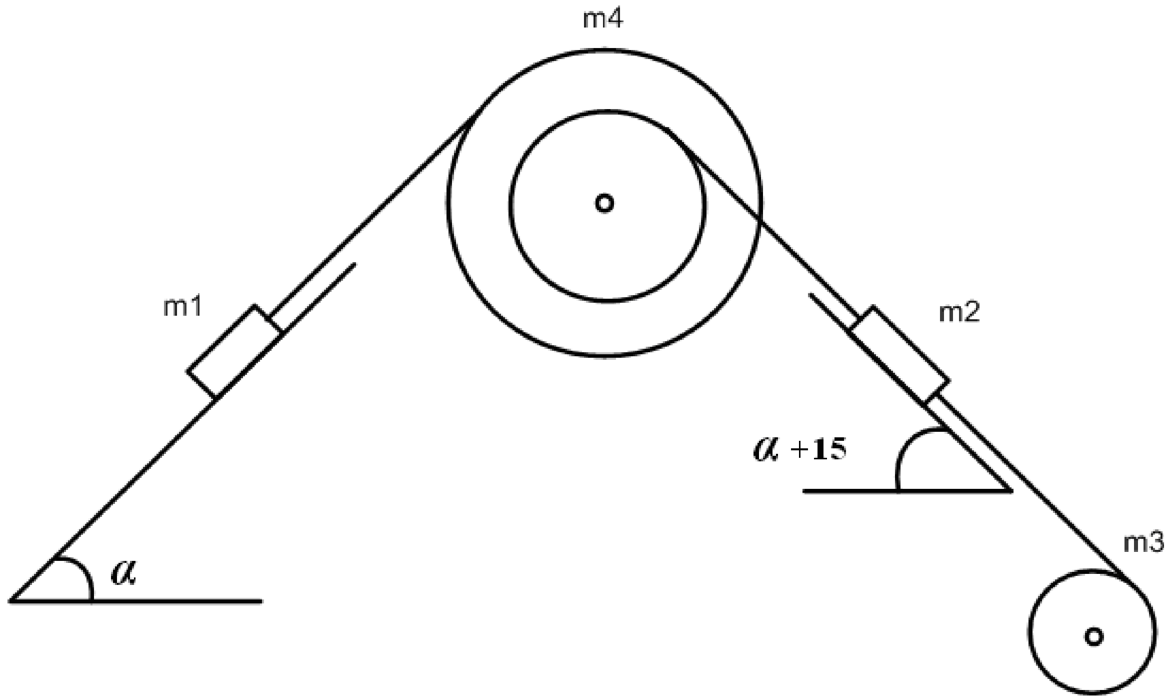


Рисунок 1.9

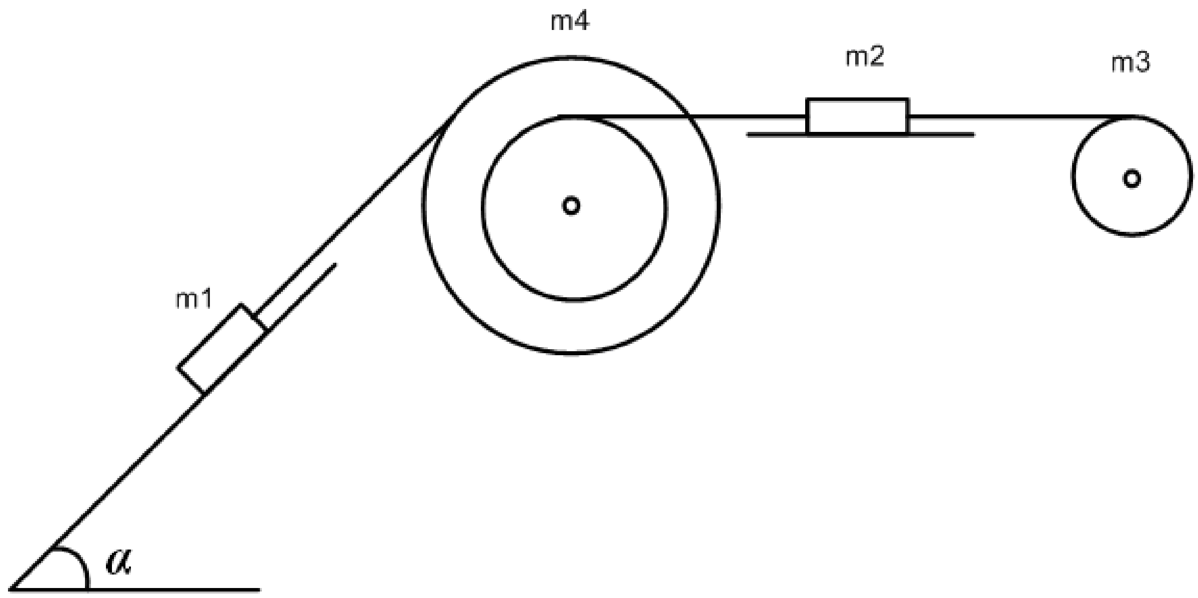


Рисунок 1.10

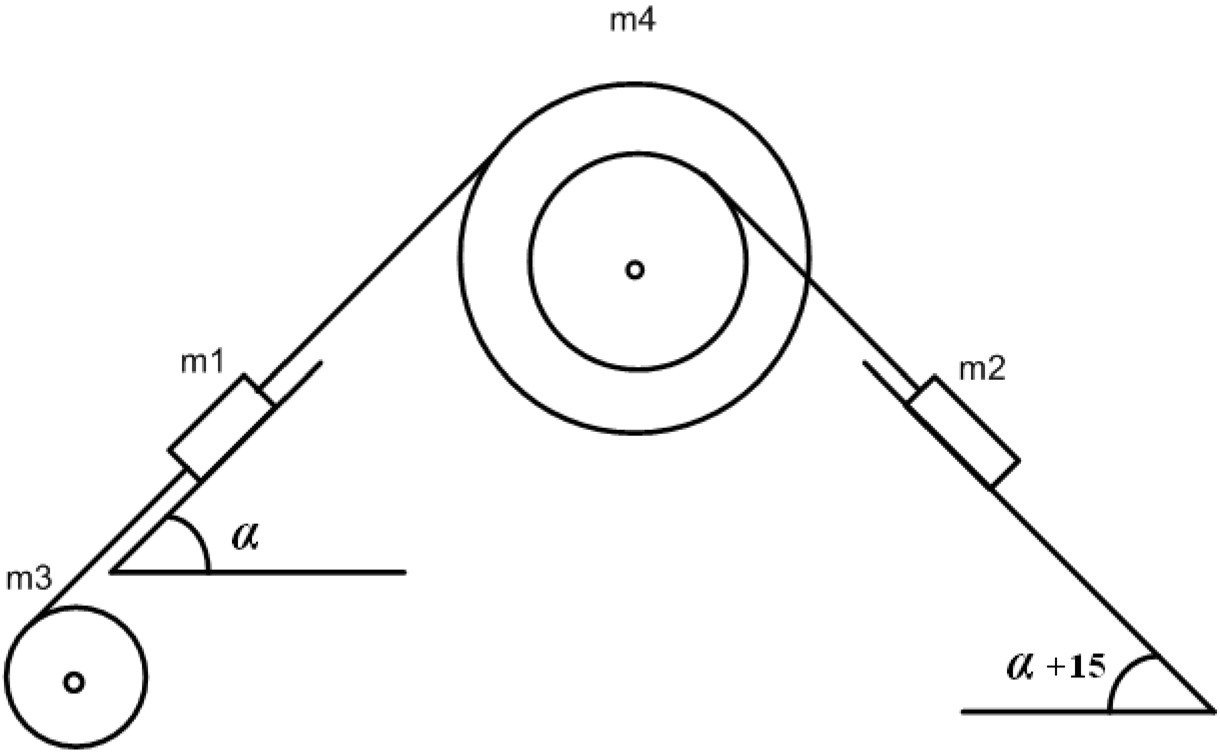


Рисунок 1.11

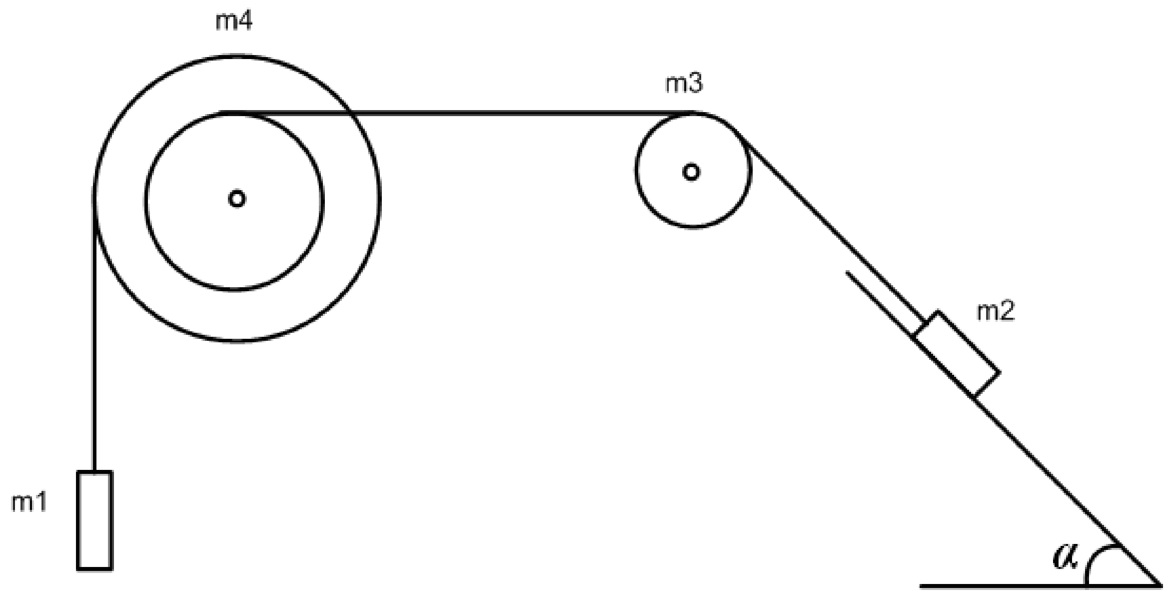


Рисунок 1.12

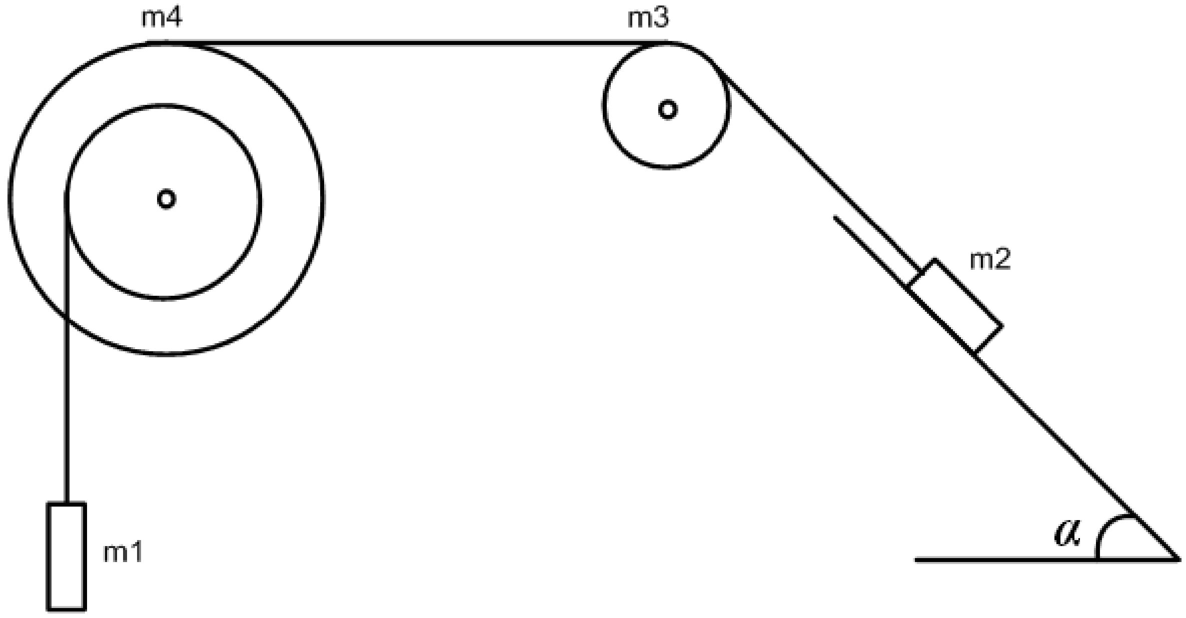


Рисунок 1.13

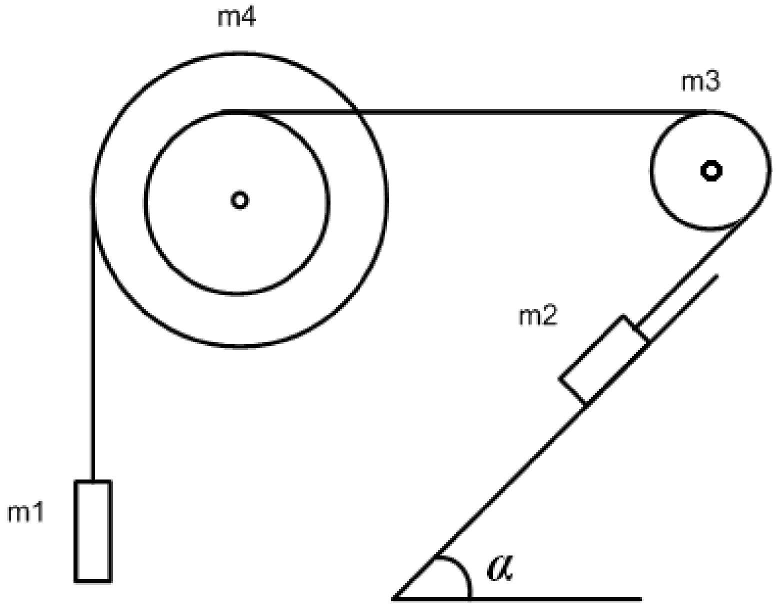


Рисунок 1.14

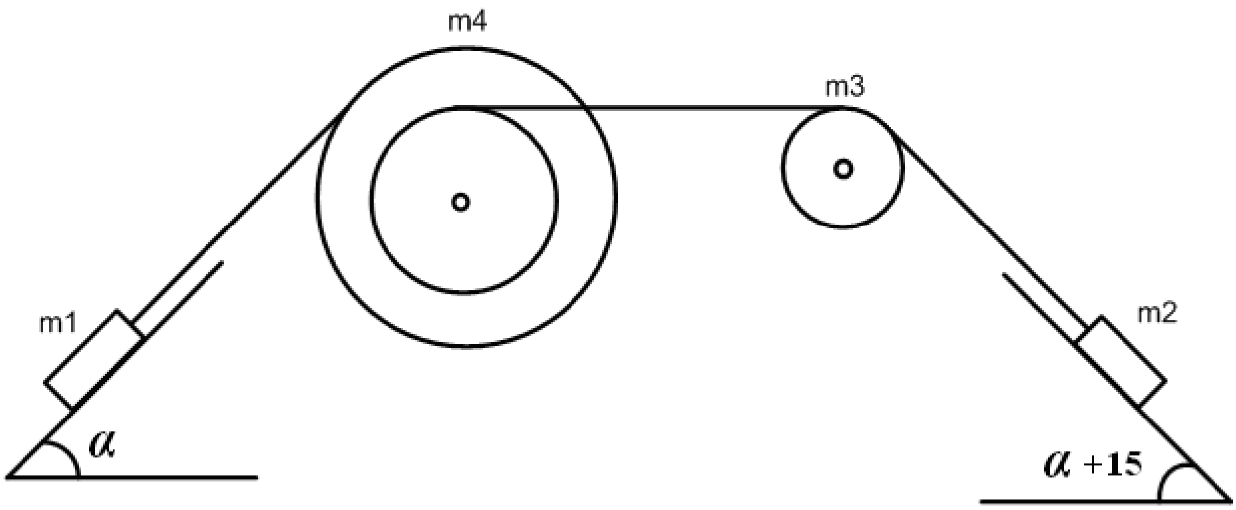


Рисунок 1.15

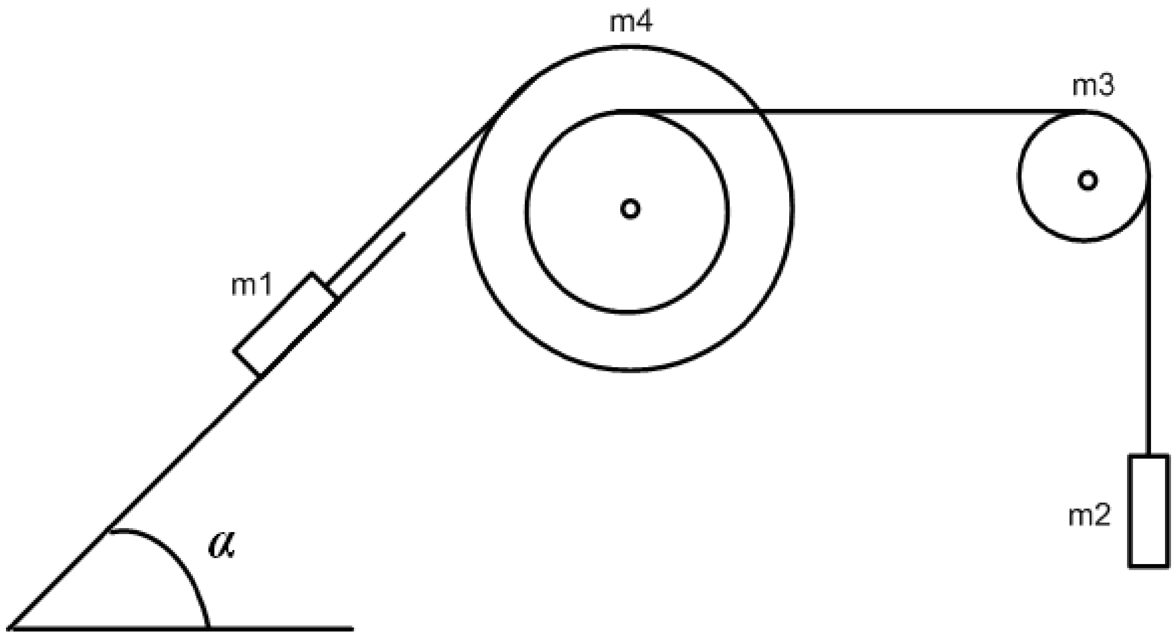


Рисунок 1.16

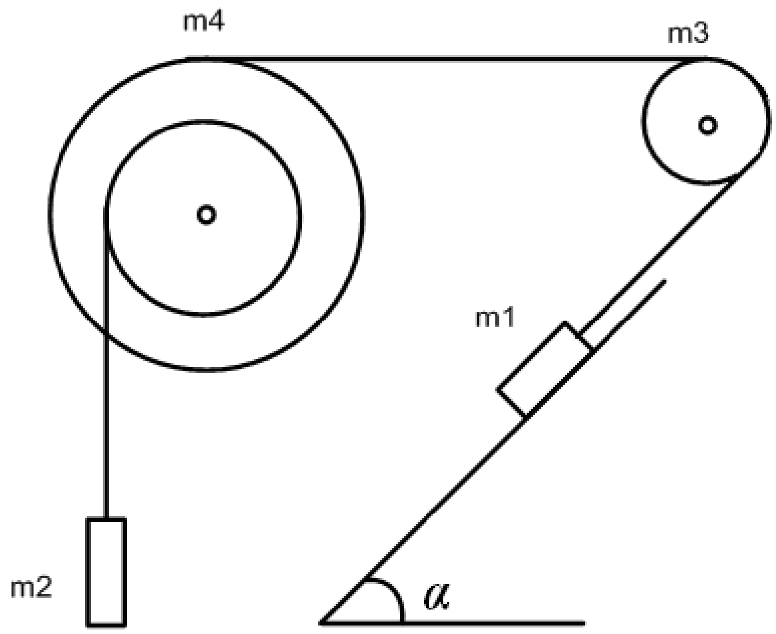


Рисунок 1.17

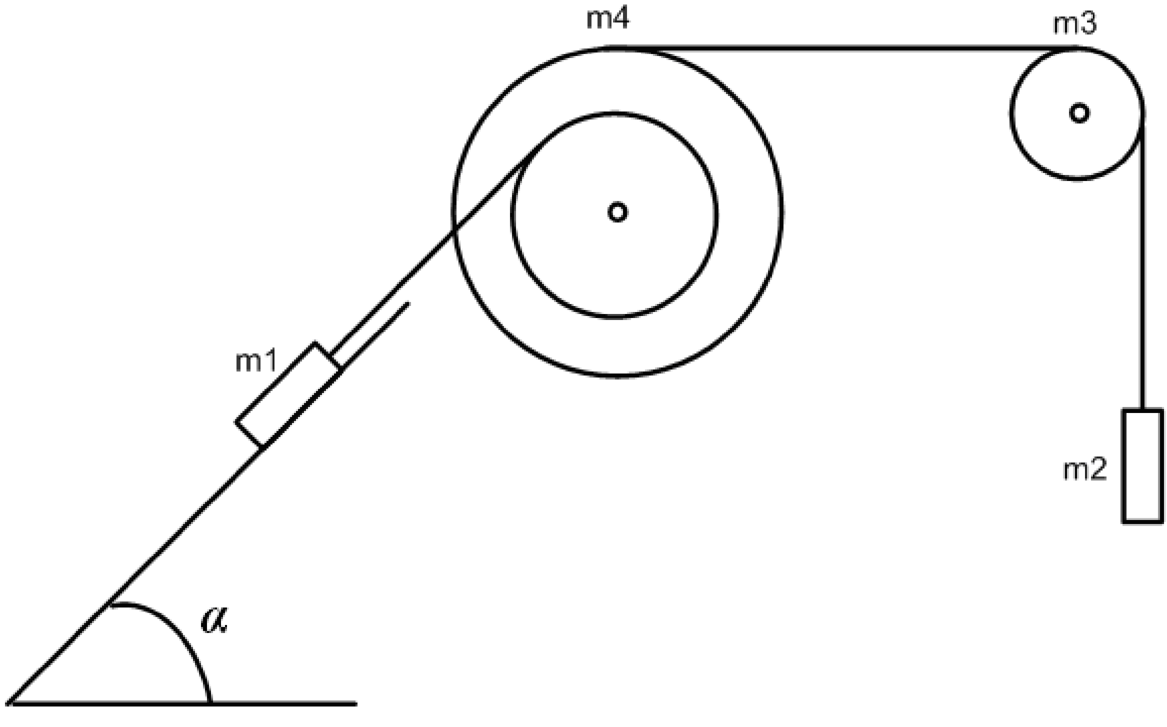


Рисунок 1.18

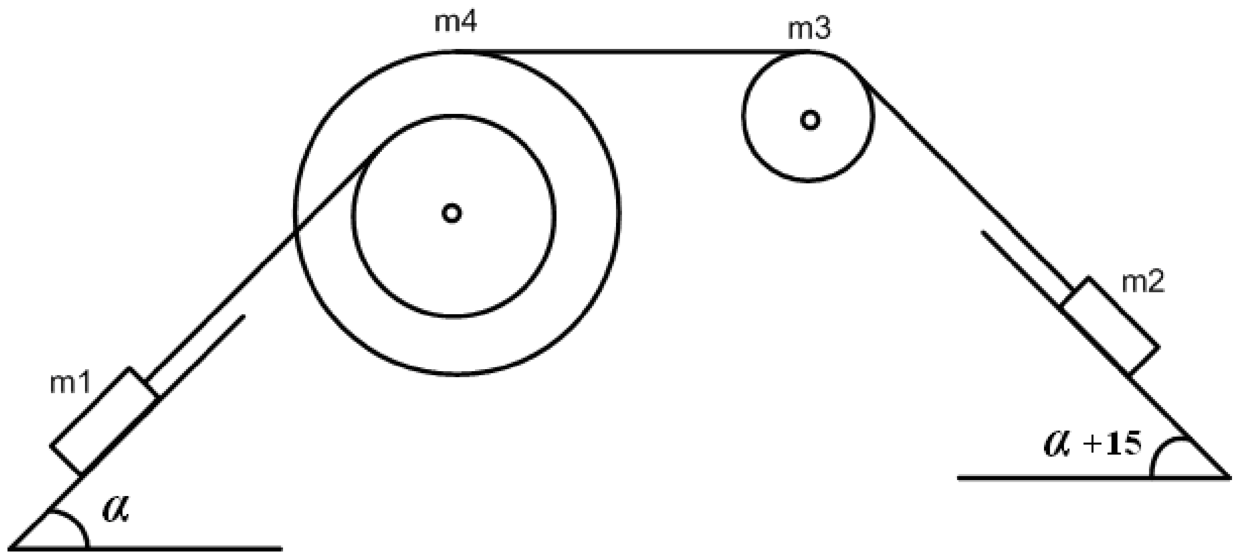


Рисунок 1.19

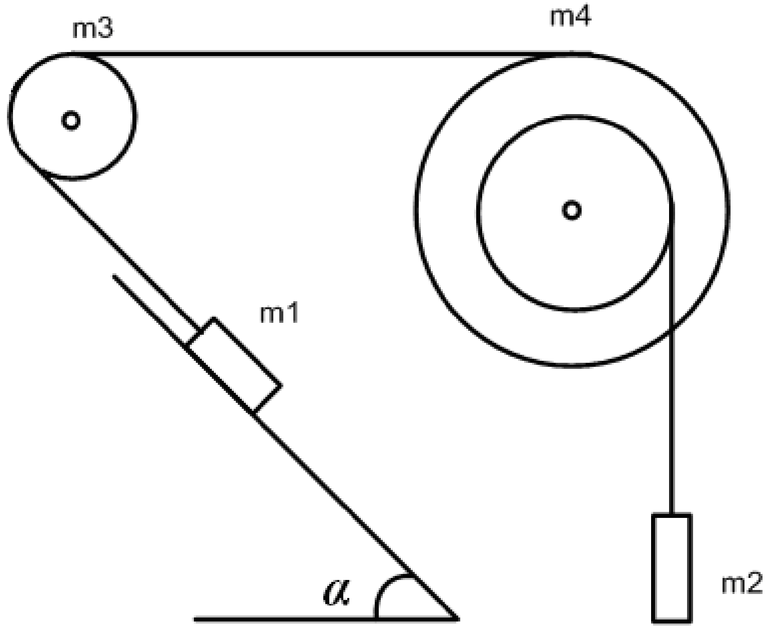


Рисунок 1.20

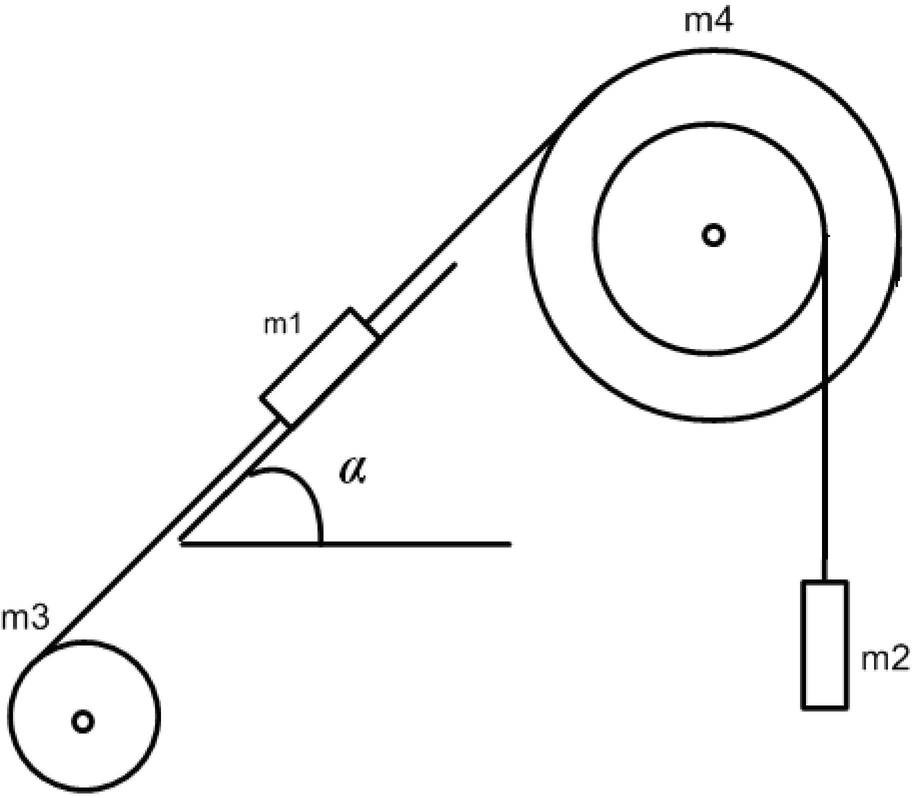


Рисунок 1.21

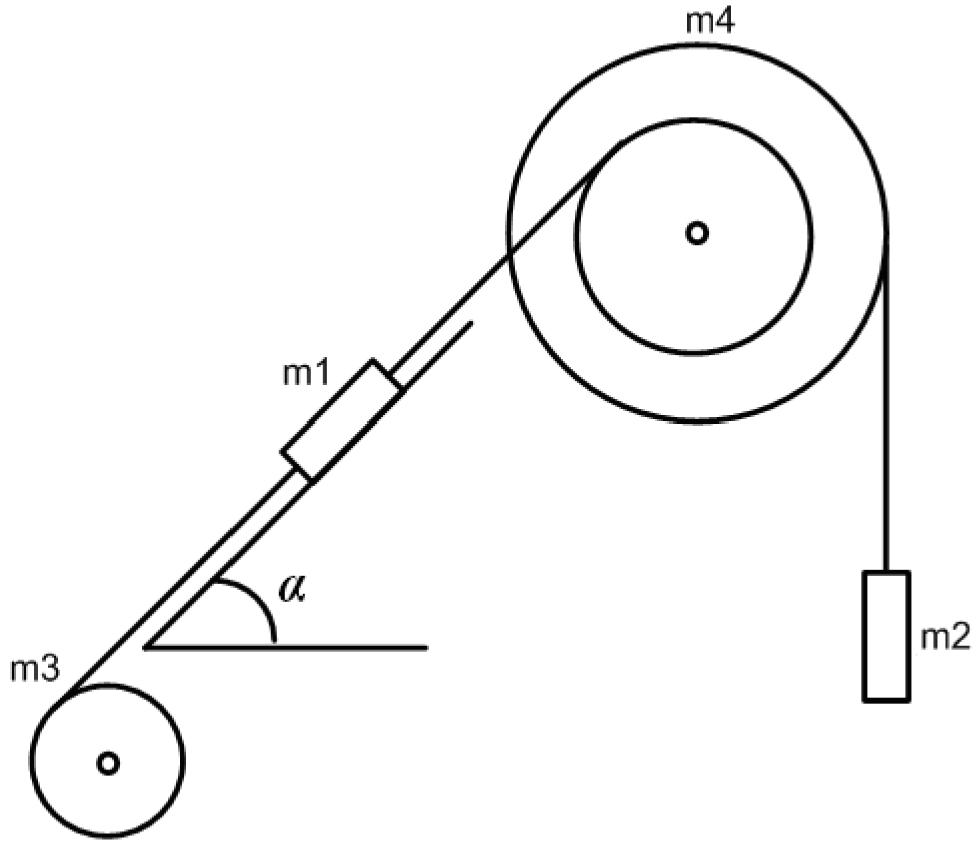


Рисунок 1.22

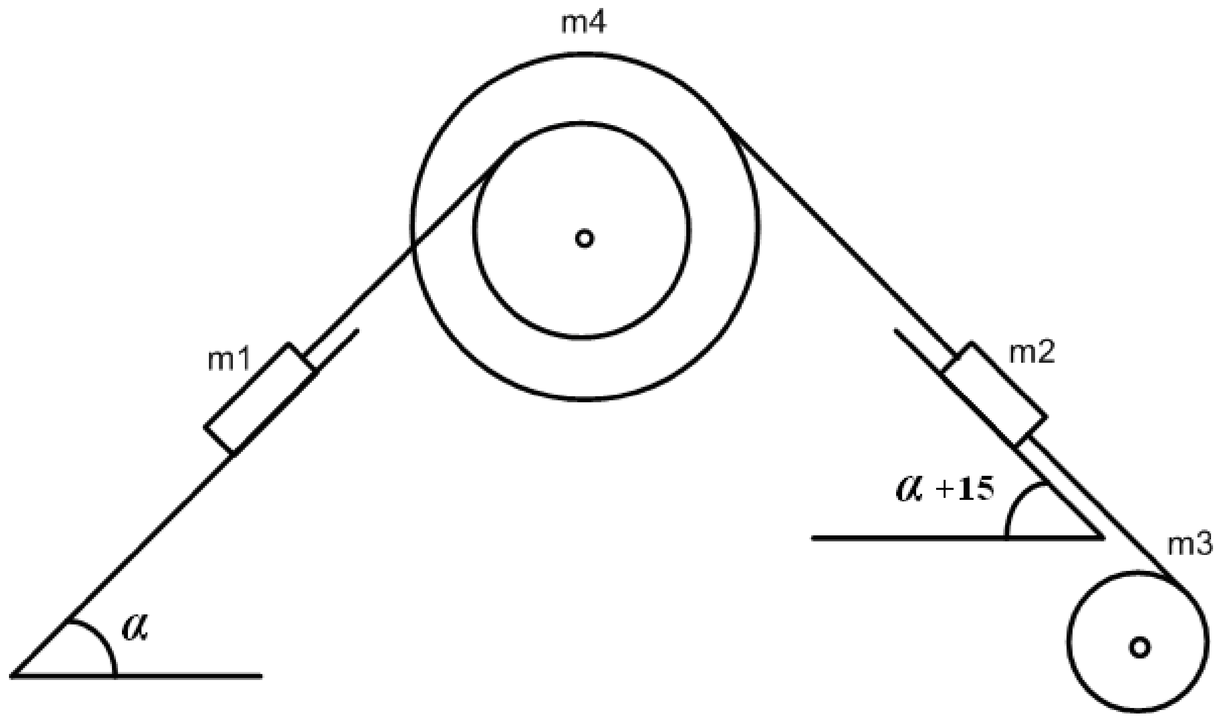


Рисунок 1.23

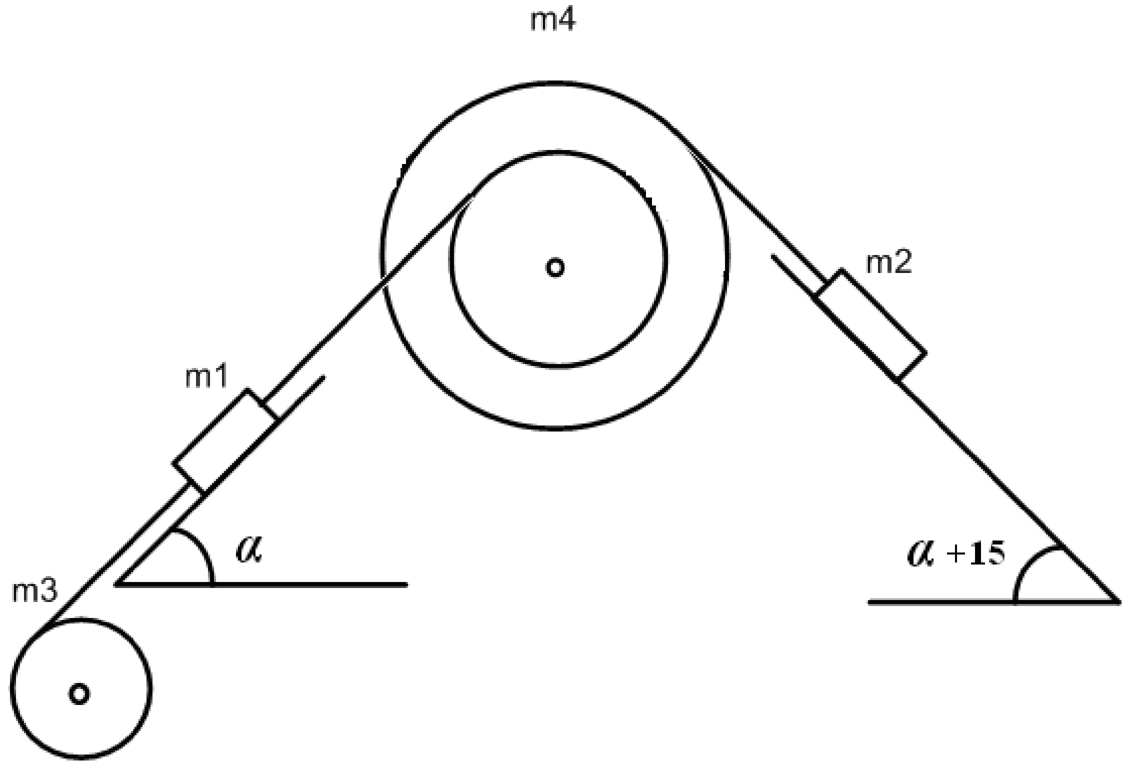


Рисунок 1.24

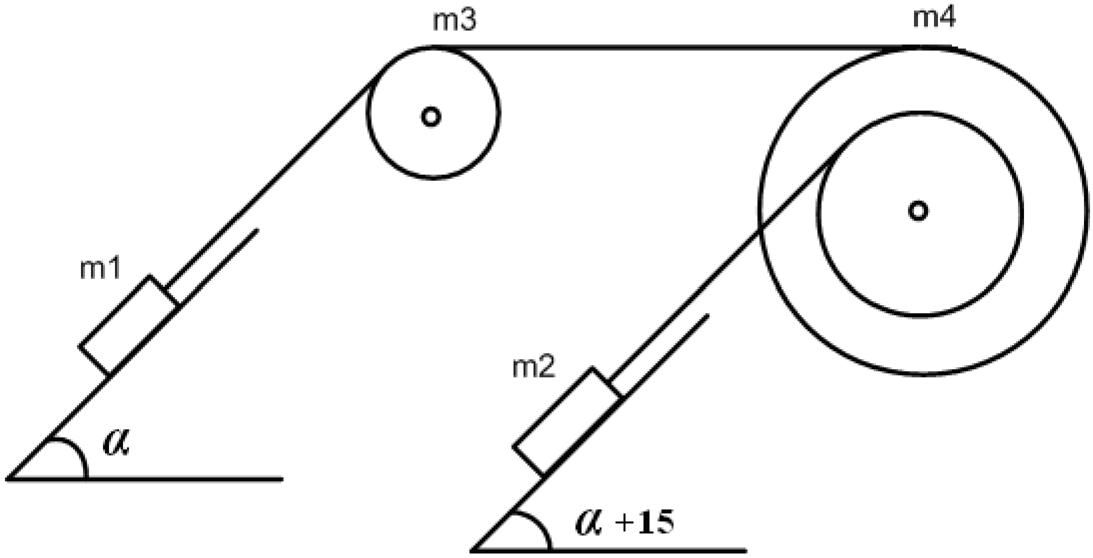


Рисунок 1.25

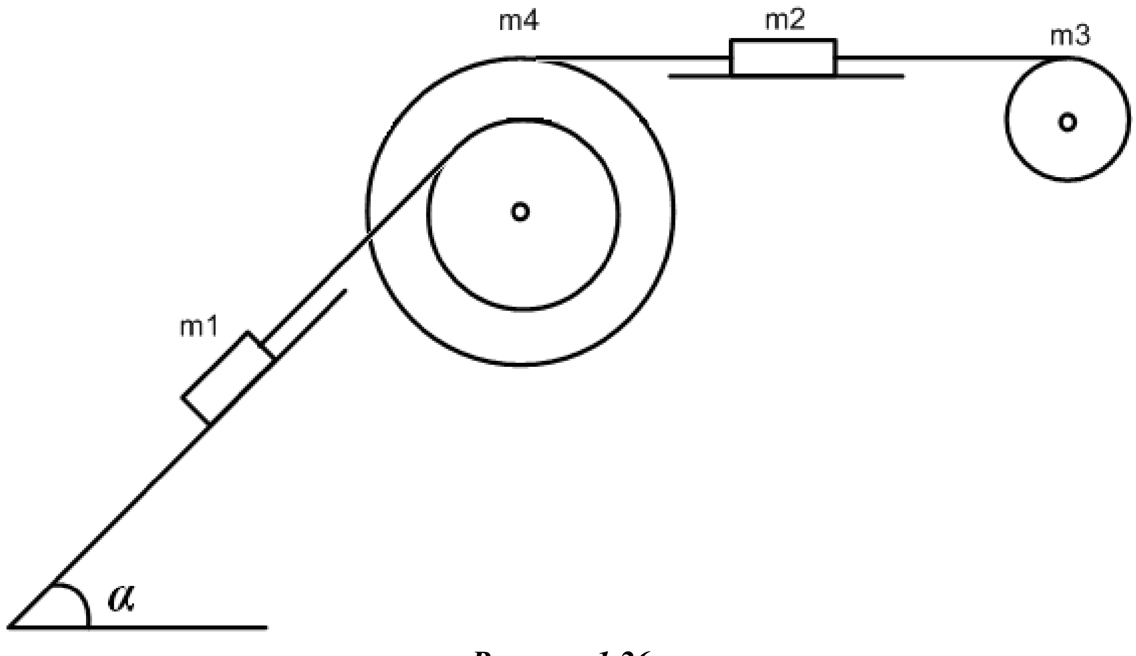


Рисунок 1.26

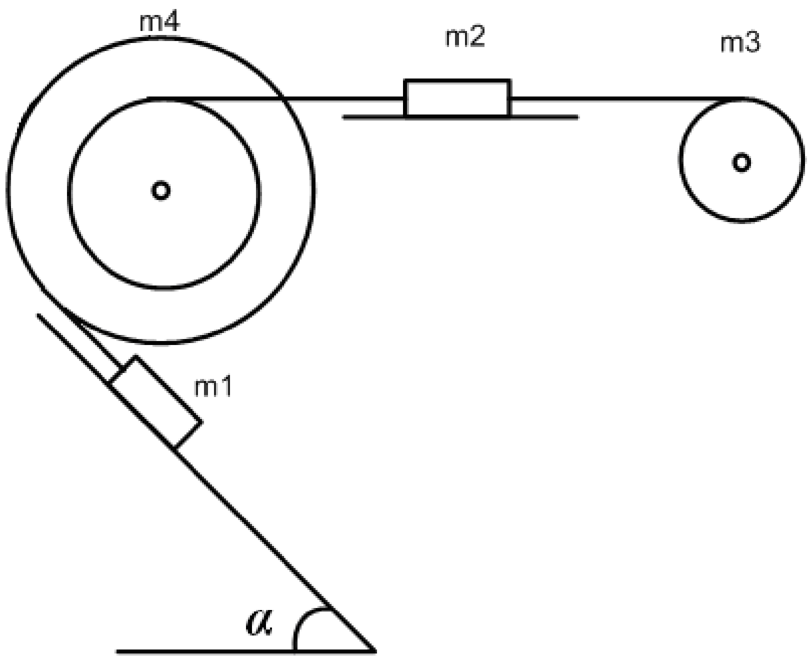


Рисунок 1.27

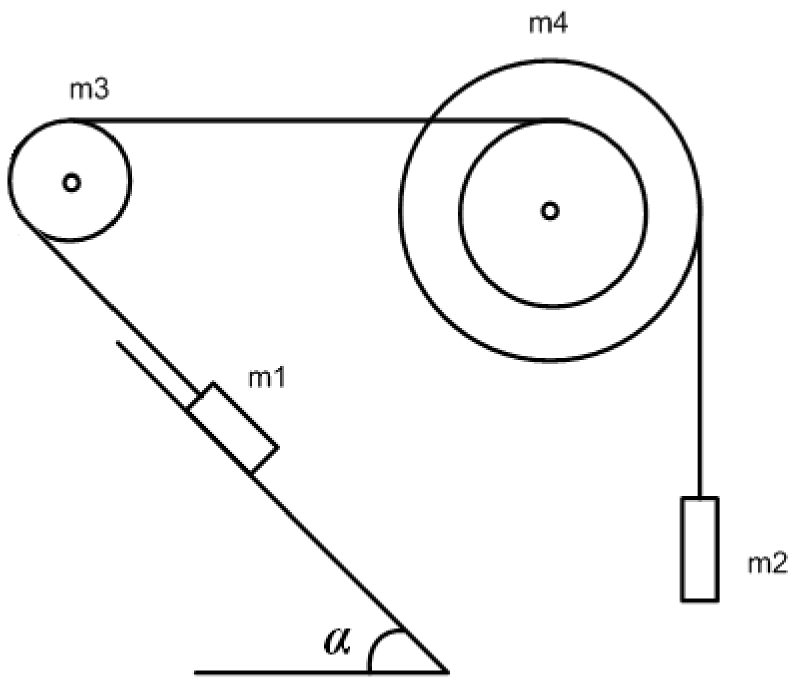


Рисунок 1.28

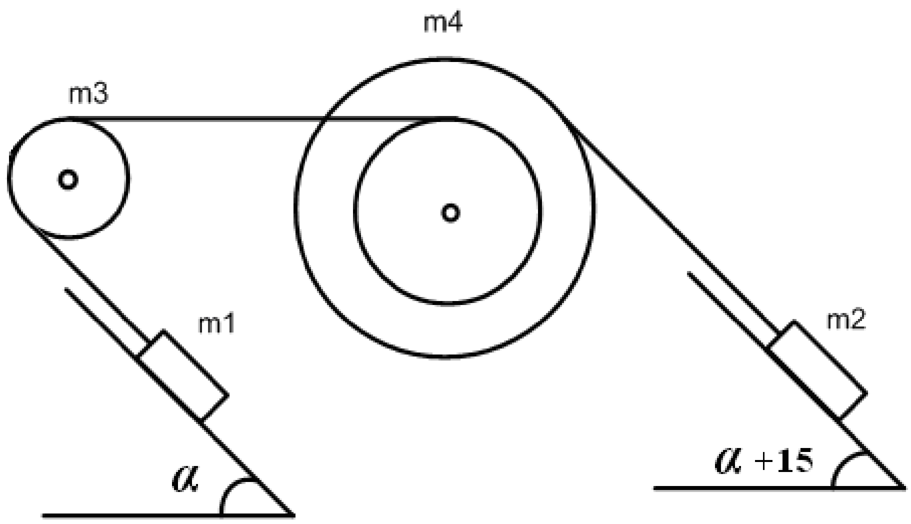


Рисунок 1.29

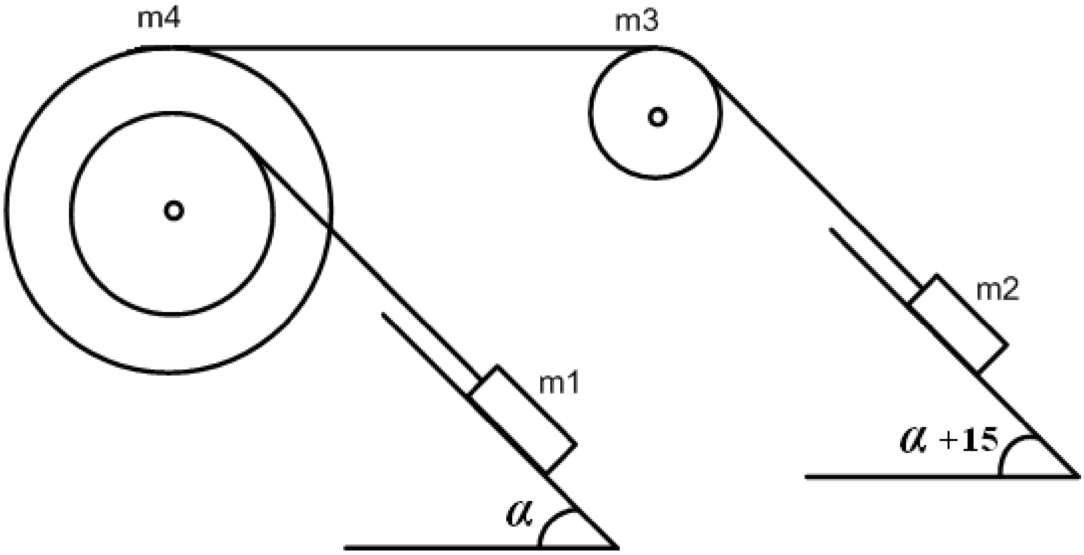


Рисунок 1.30

Приложение 3

РИСУНКИ К ЗАДАЧЕ 2 «ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ»

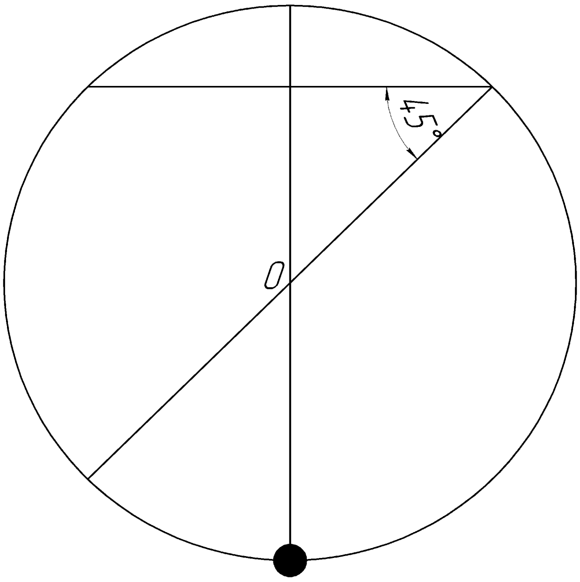


Рисунок 2.1

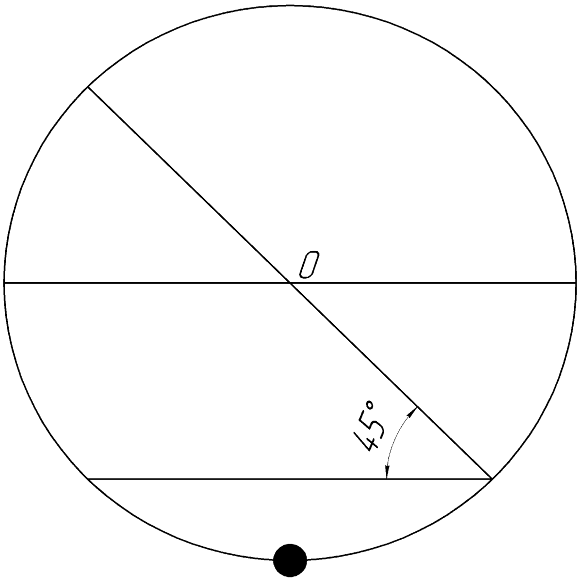


Рисунок 2.2

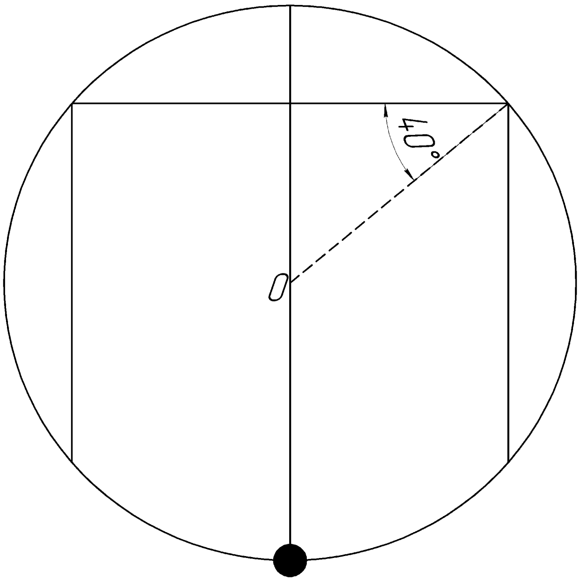


Рисунок 2.3

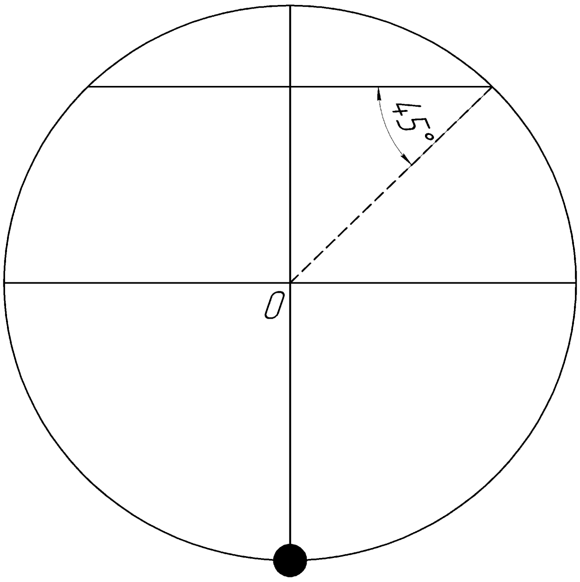


Рисунок 2.4

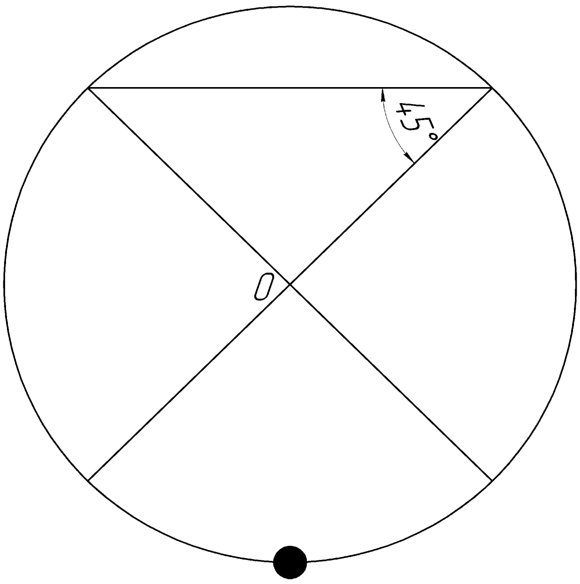


Рисунок 2.5

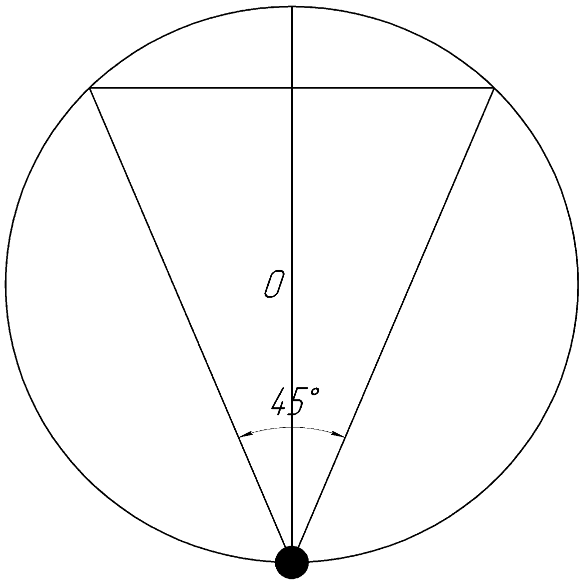


Рисунок 2.6

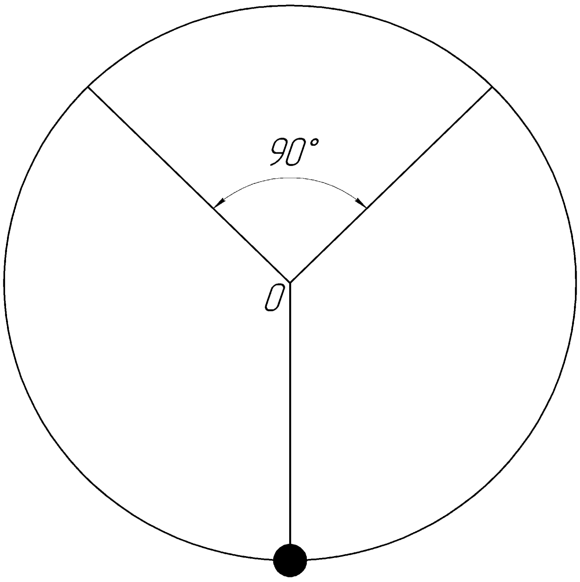


Рисунок 2.7

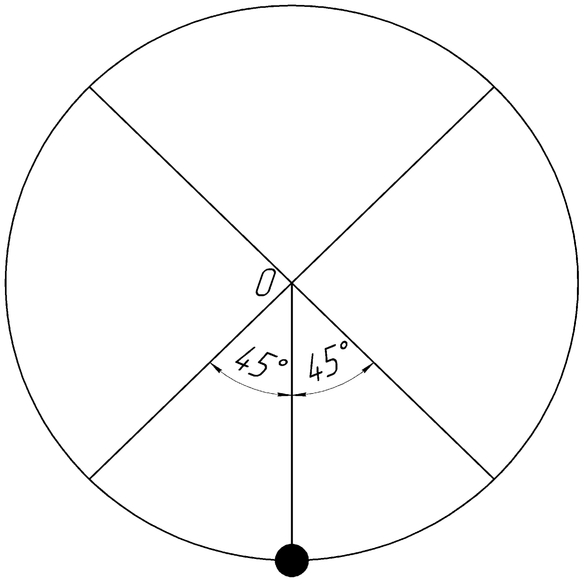


Рисунок 2.8

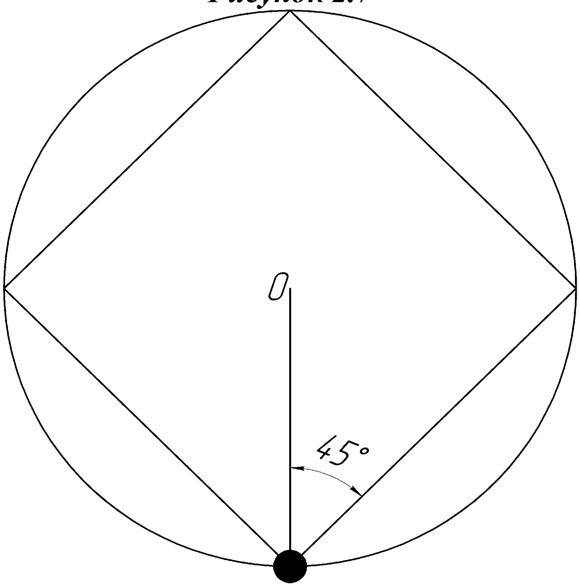


Рисунок 2.9

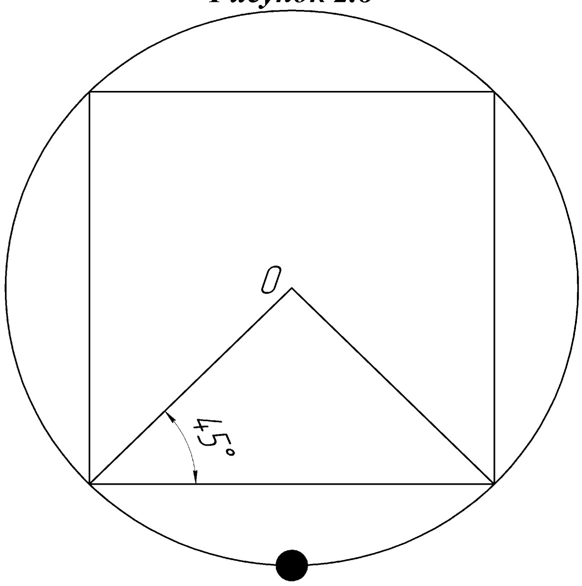


Рисунок 2.10

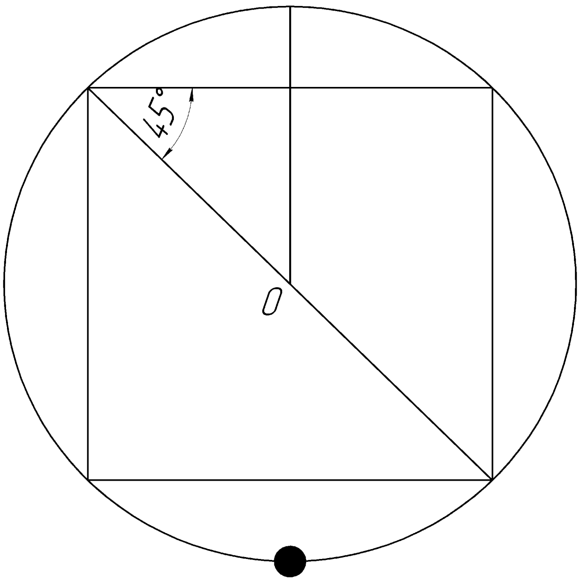


Рисунок 2.11

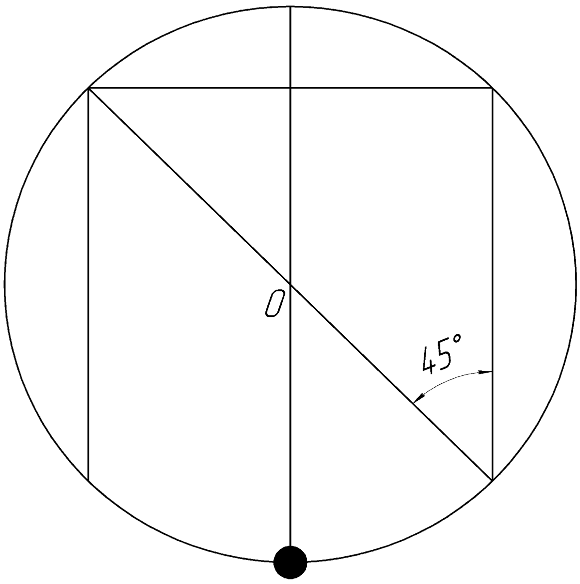


Рисунок 2.12

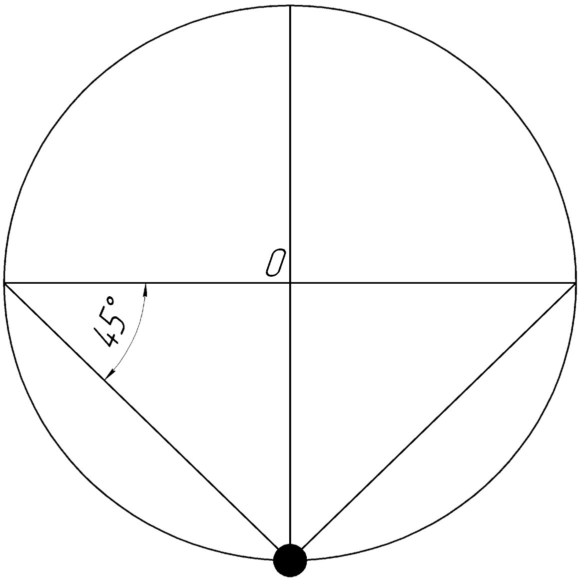


Рисунок 2.13

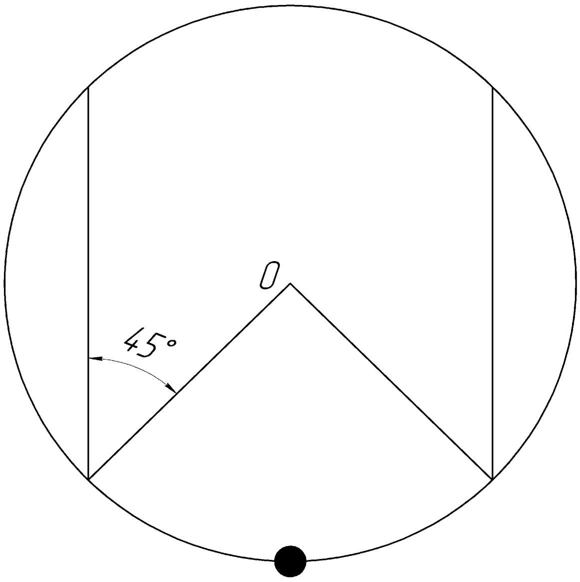


Рисунок 2.14

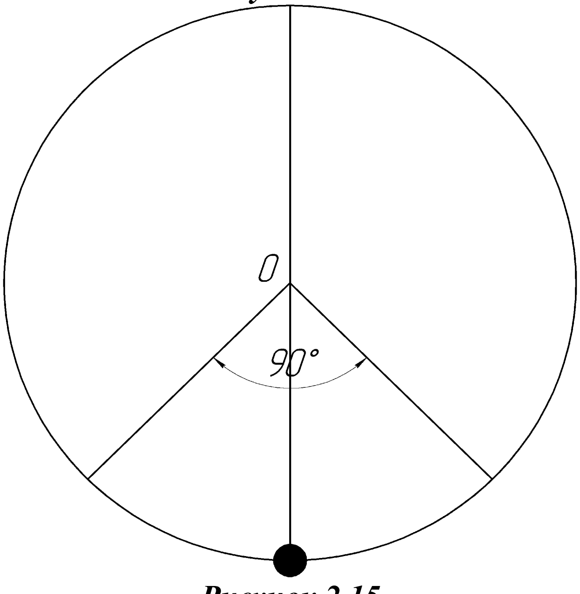


Рисунок 2.15

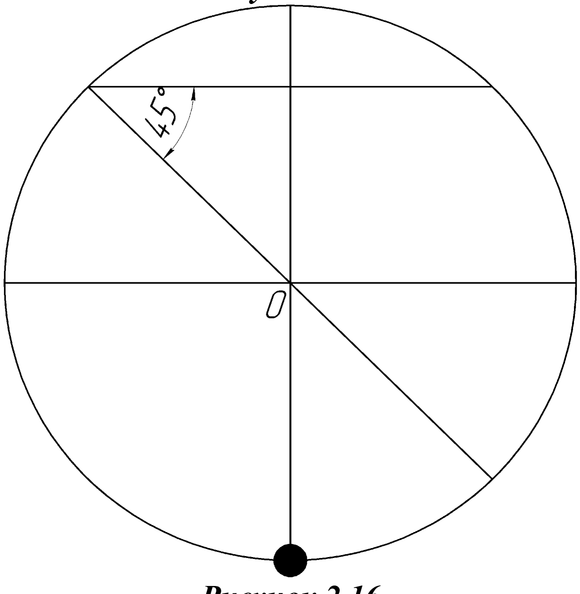


Рисунок 2.16

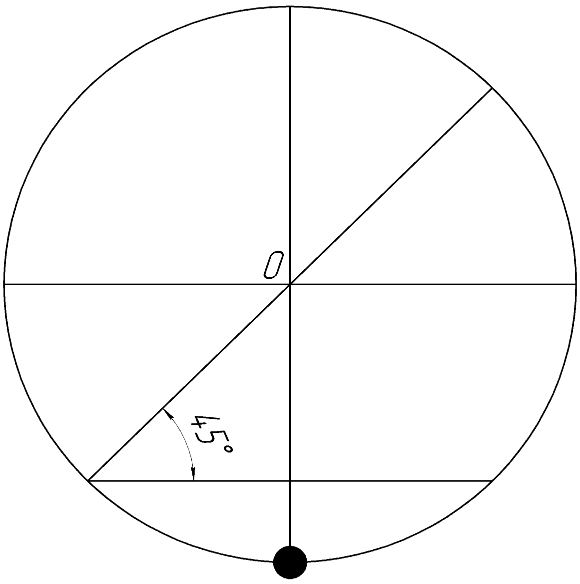


Рисунок 2.17

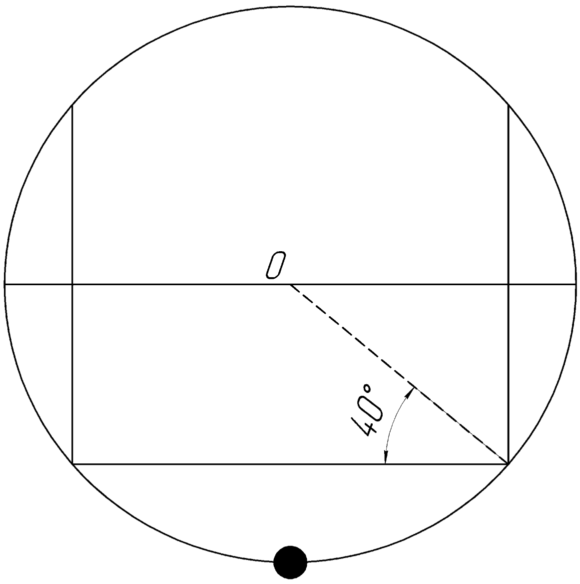


Рисунок 2.18

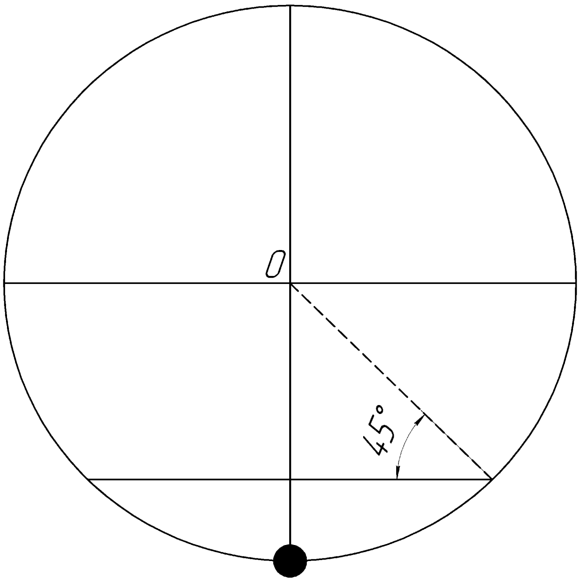


Рисунок 2.19

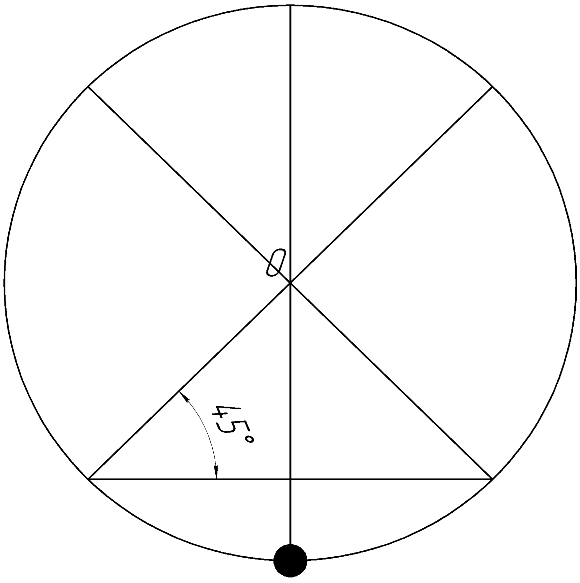


Рисунок 2.20

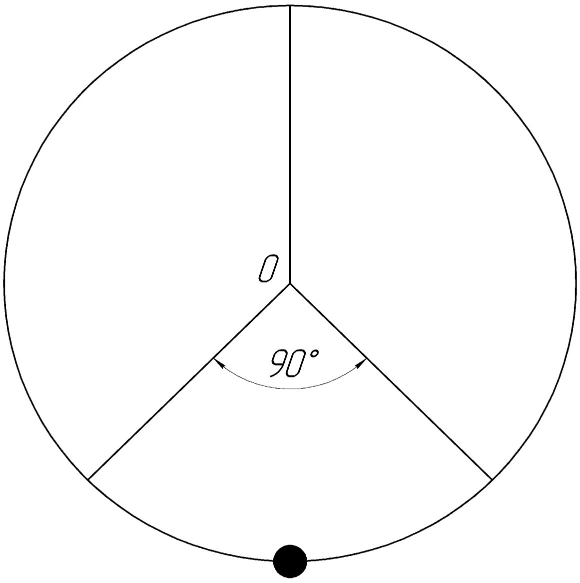


Рисунок 2.21

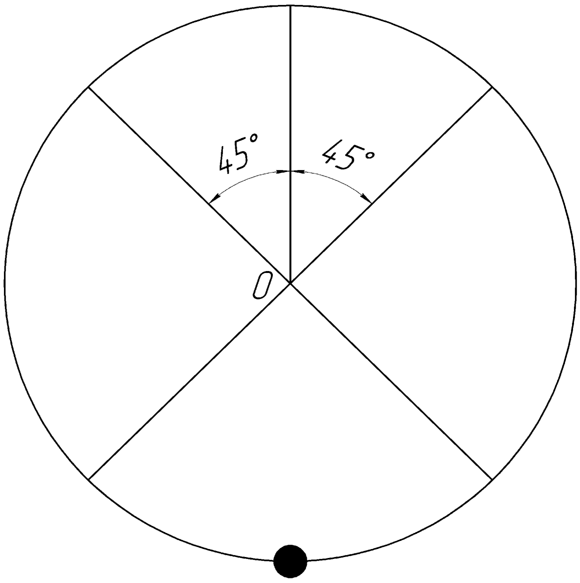


Рисунок 2.22

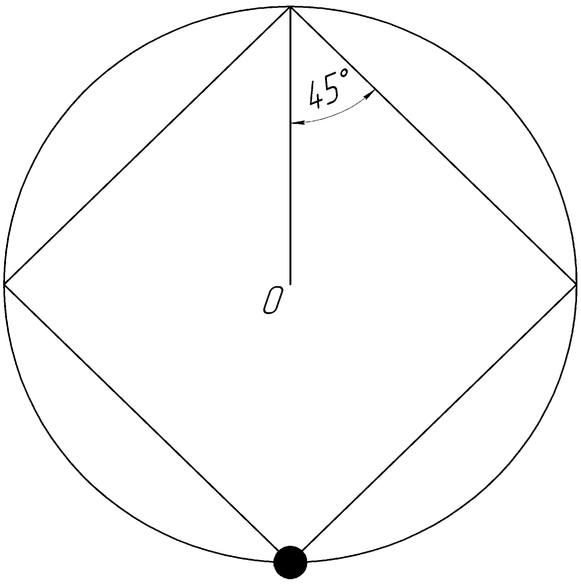


Рисунок 2.23

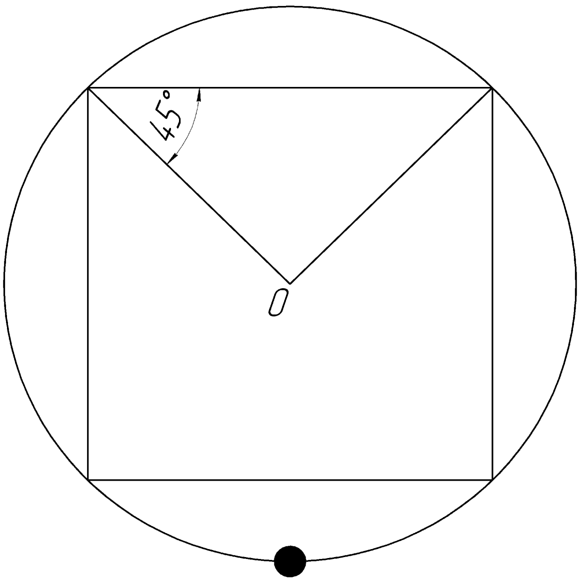


Рисунок 2.24

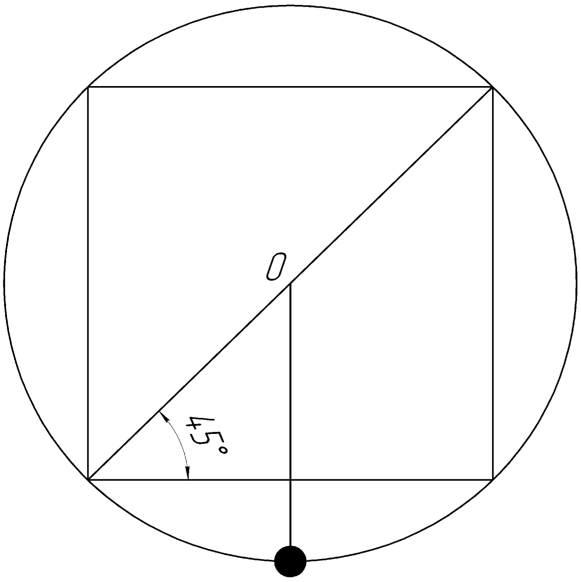


Рисунок 2.25

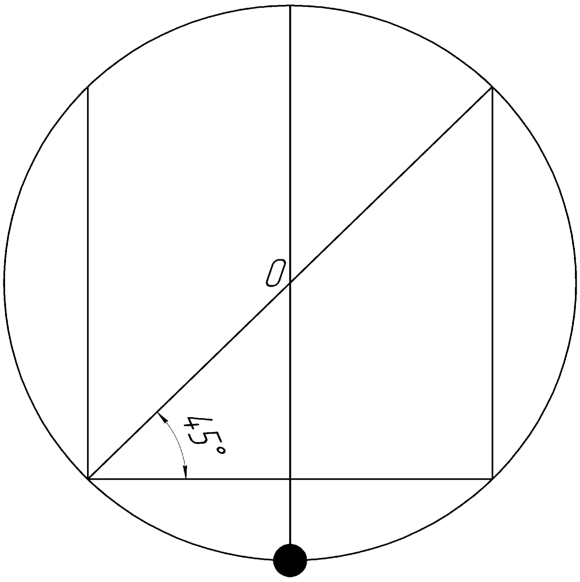


Рисунок 2.26

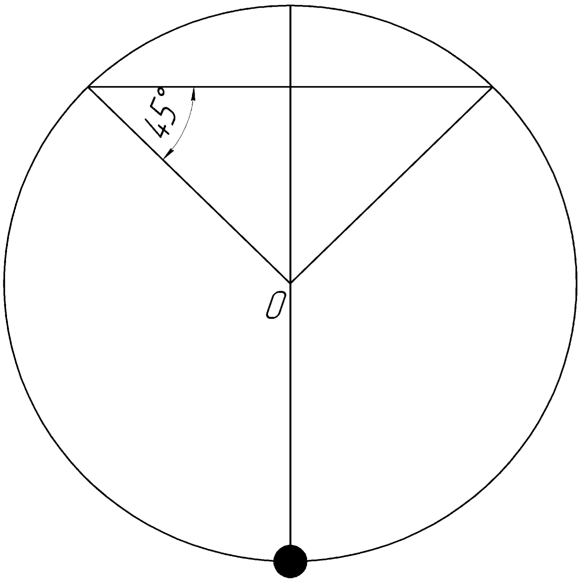


Рисунок 2.27

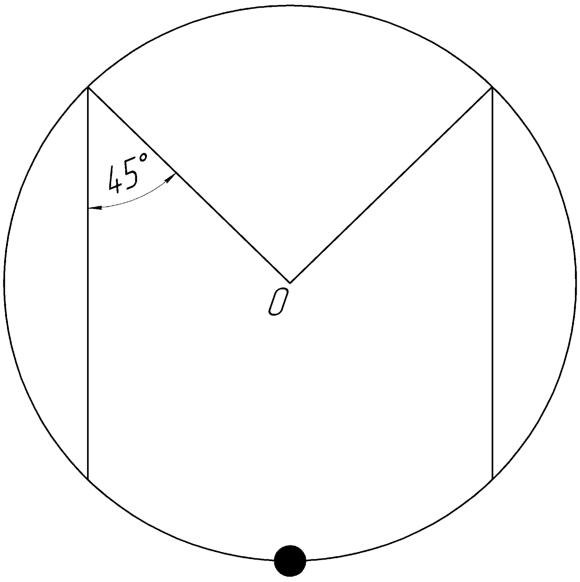


Рисунок 2.28

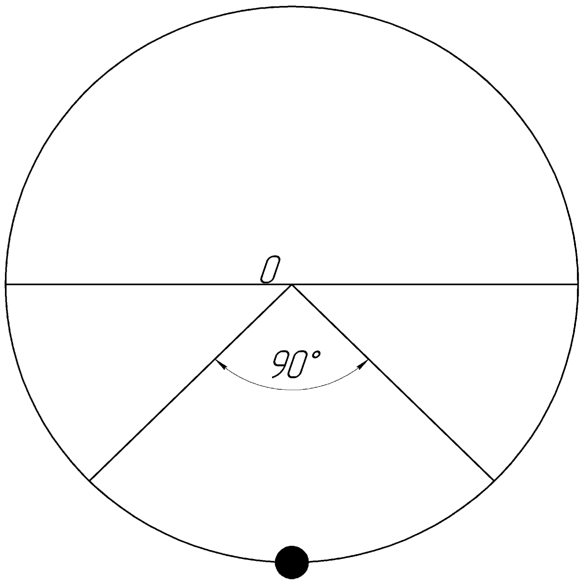


Рисунок 2.29

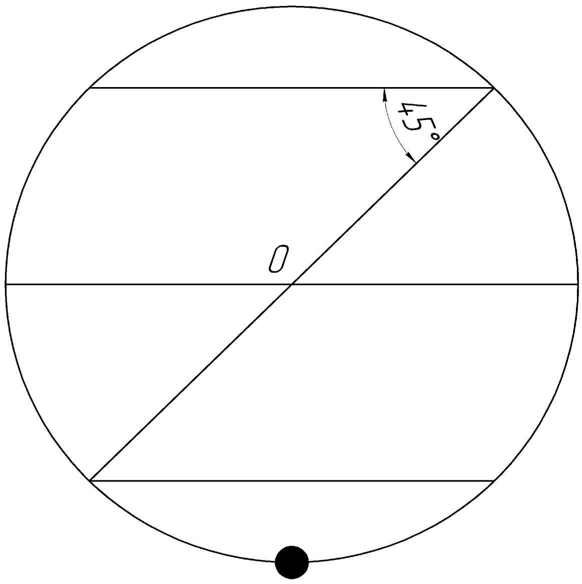


Рисунок 2.30

Приложение 4

РИСУНКИ К ЗАДАЧЕ 3
«МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА»

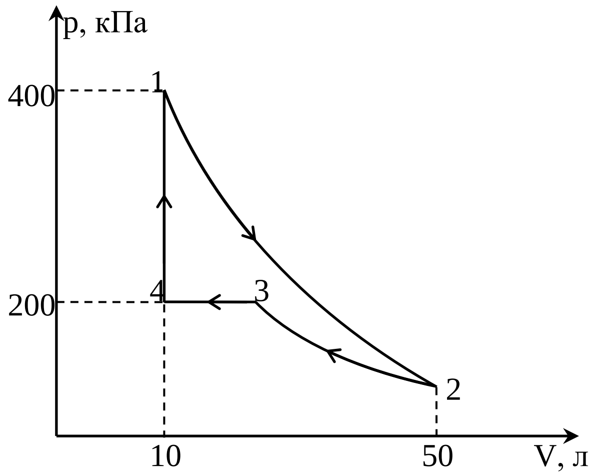


Рисунок 3.1

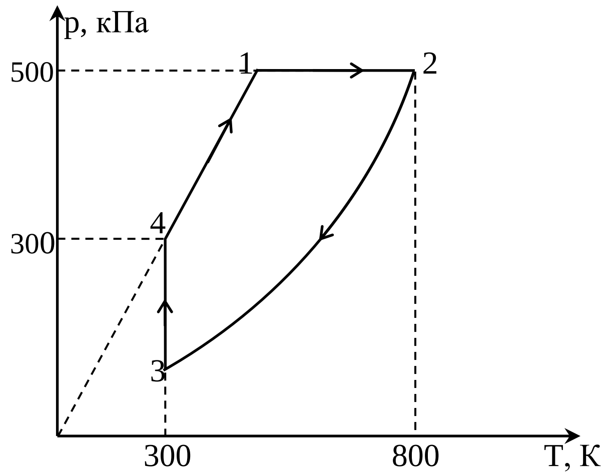


Рисунок 3.2

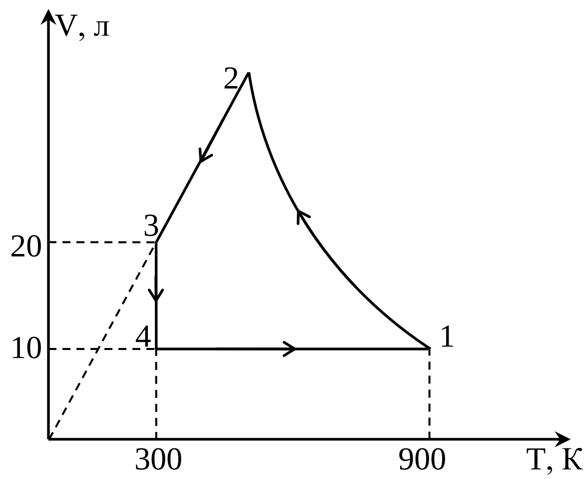


Рисунок 3.3

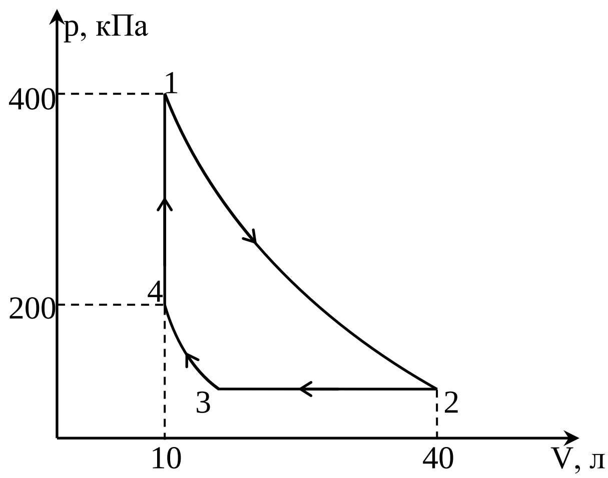


Рисунок 3.4

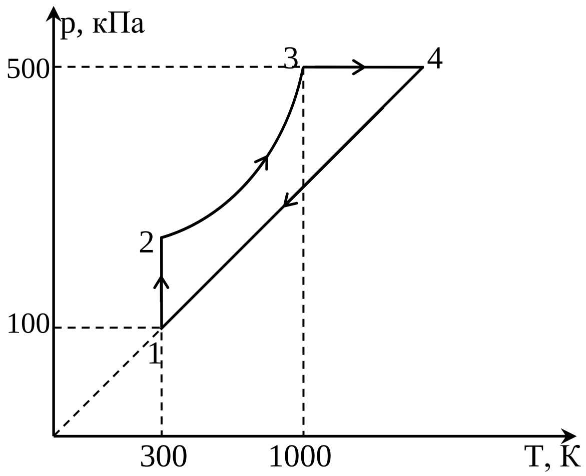


Рисунок 3.5

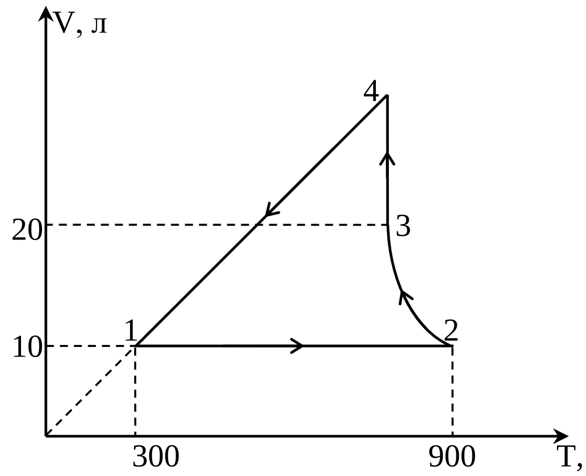


Рисунок 3.6

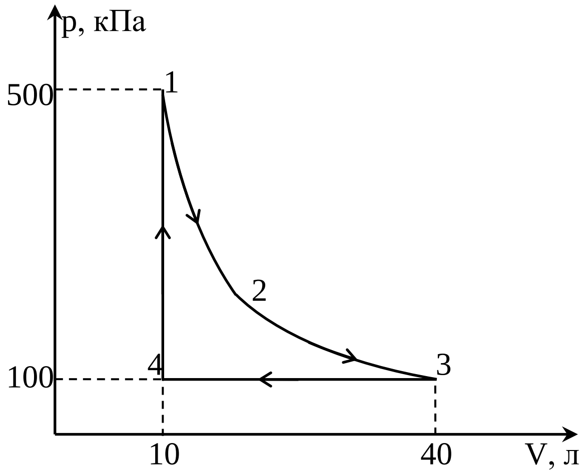


Рисунок 3.7

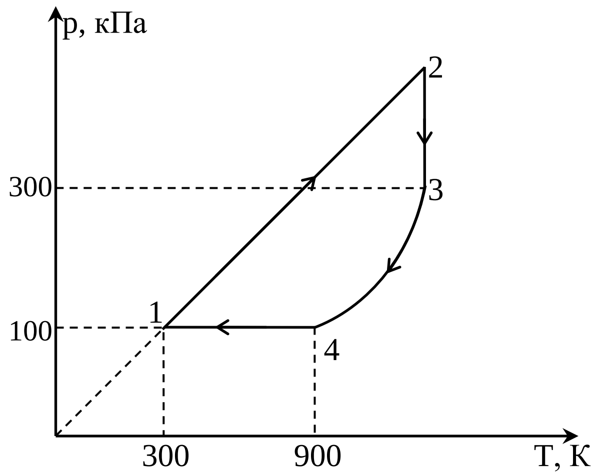


Рисунок 3.8

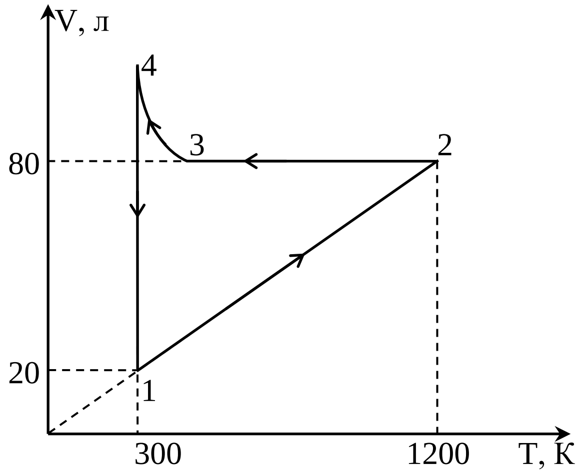


Рисунок 3.9

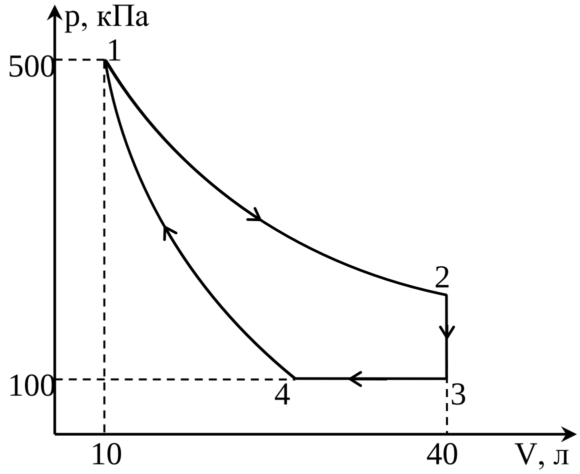


Рисунок 3.10

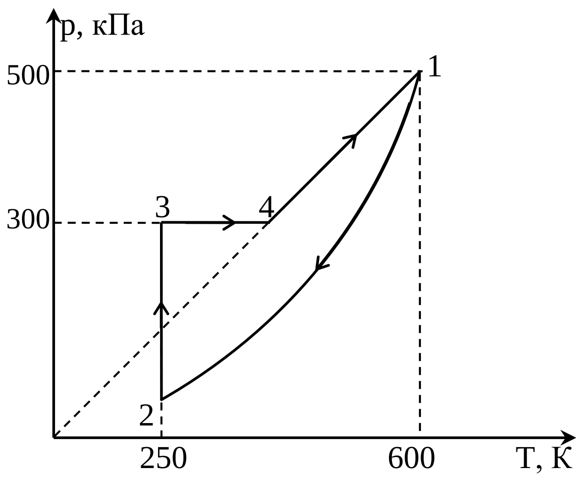


Рисунок 3.11

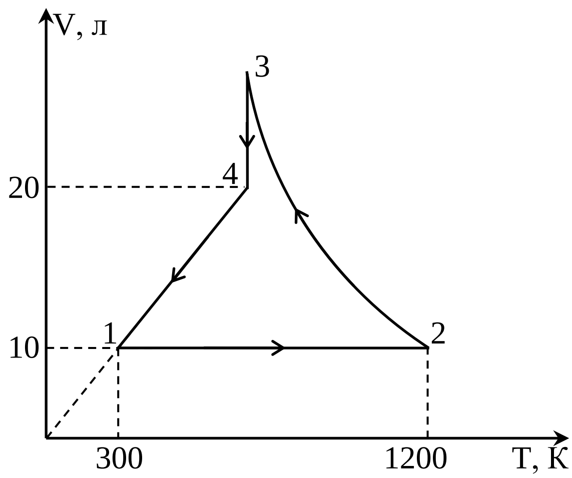


Рисунок 3.12

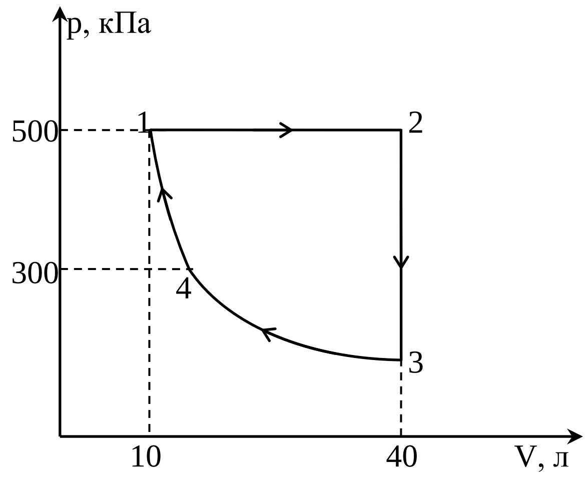


Рисунок 3.13

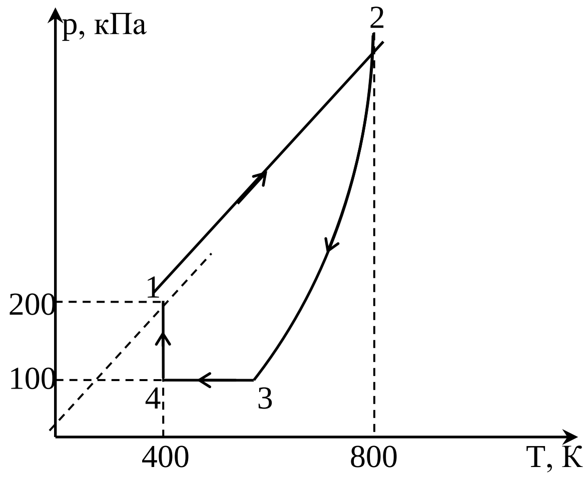


Рисунок 3.14

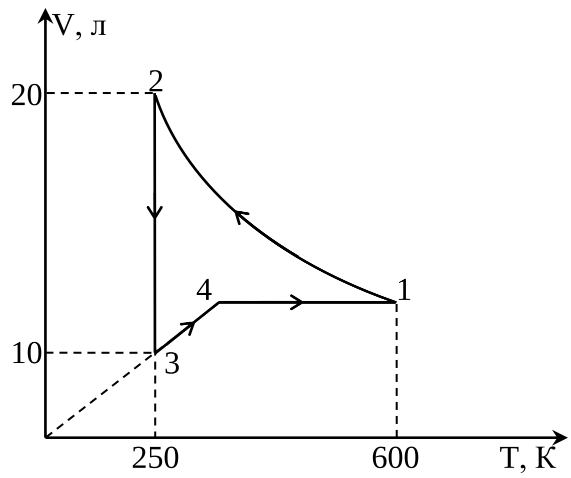


Рисунок 3.15

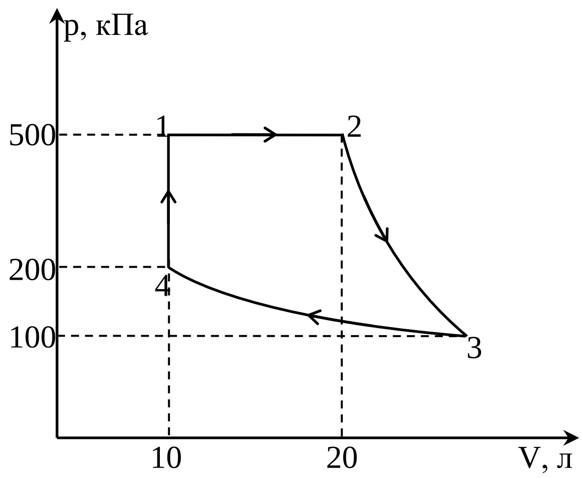


Рисунок 3.16

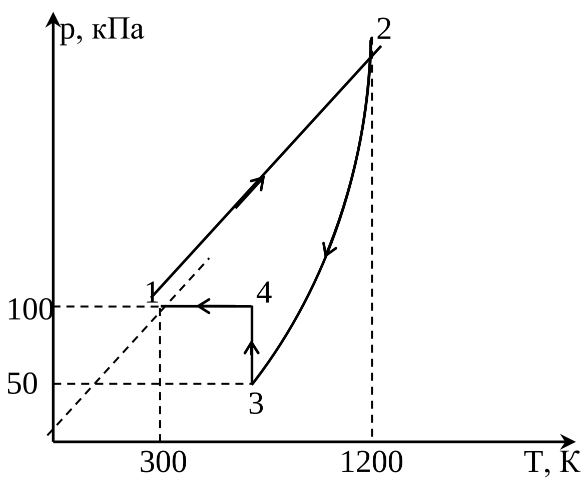


Рисунок 3.17

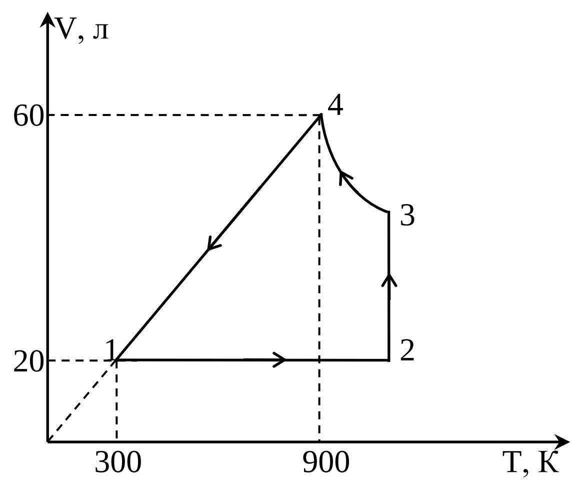


Рисунок 3.18

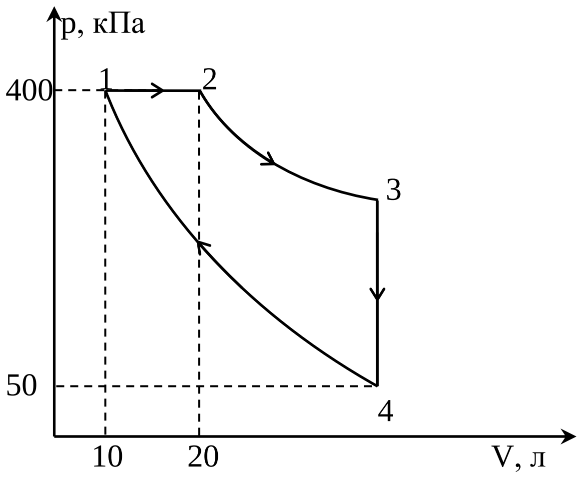


Рисунок 3.19

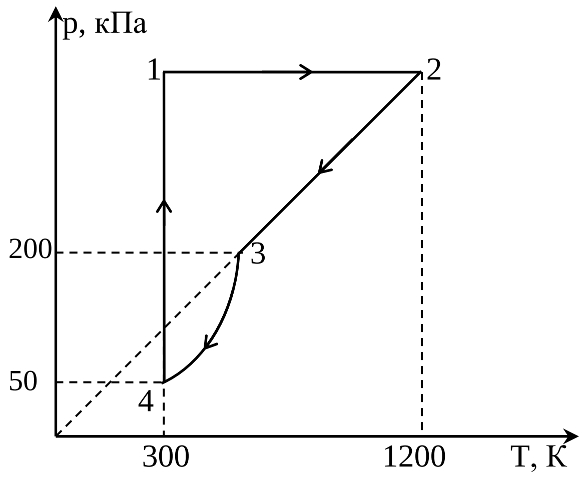


Рисунок 3.20

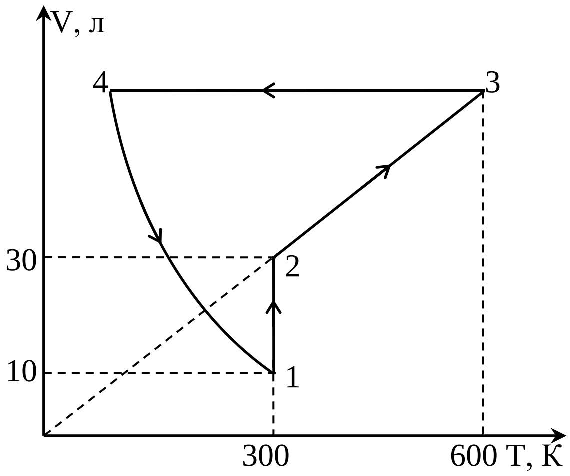


Рисунок 3.21

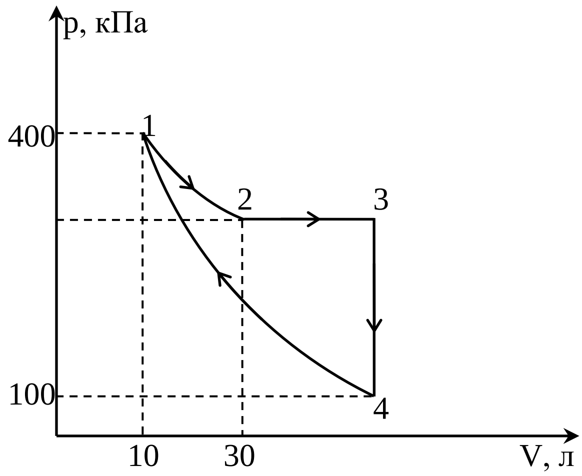


Рисунок 3.22

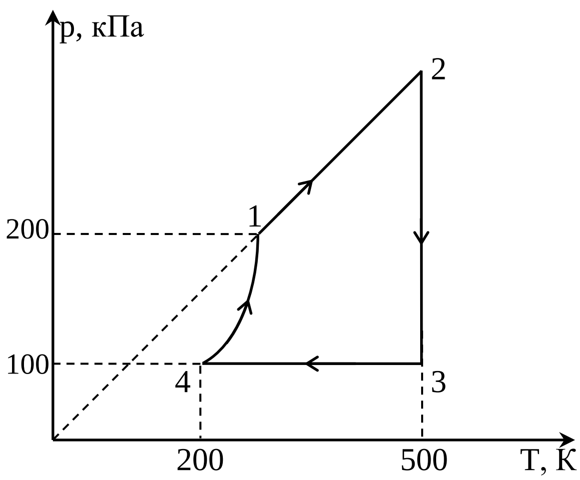


Рисунок 3.23

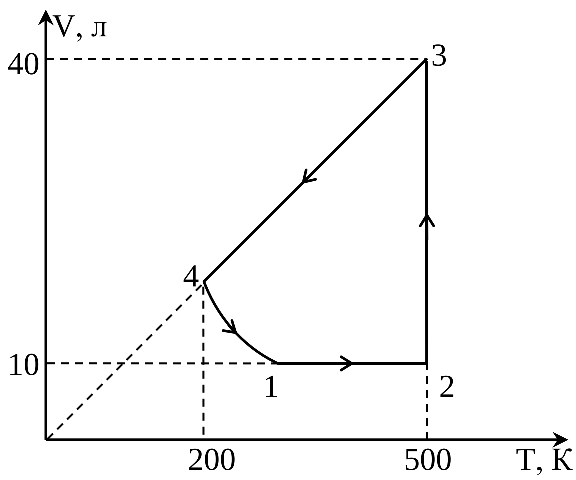


Рисунок 3.24

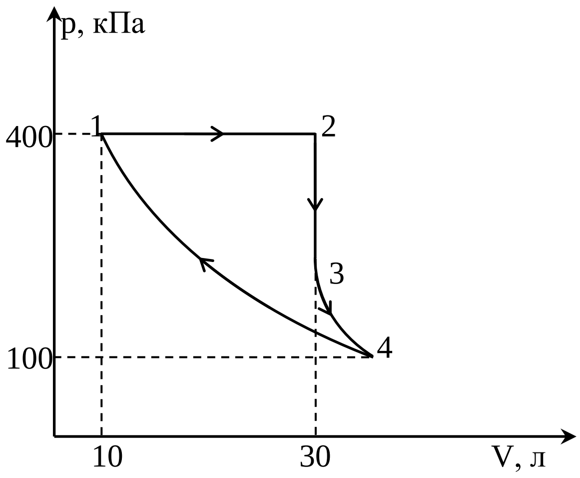


Рисунок 3.25

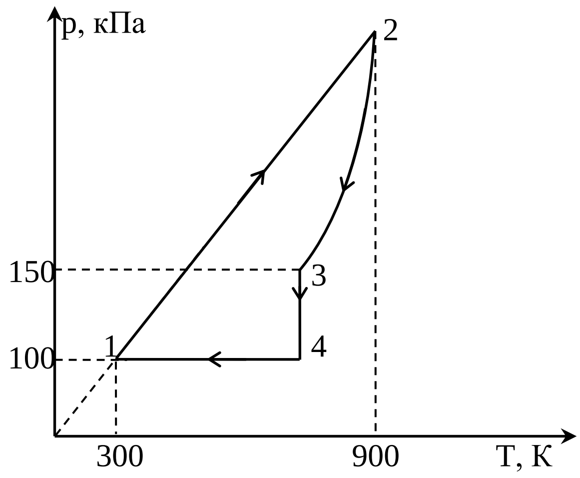


Рисунок 3.26

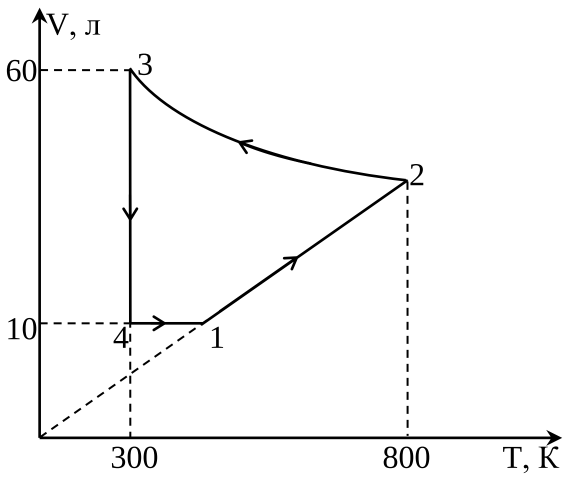


Рисунок 3.27

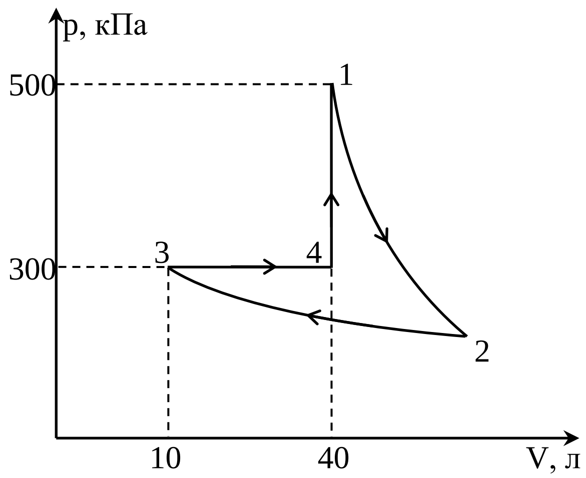


Рисунок 3.28

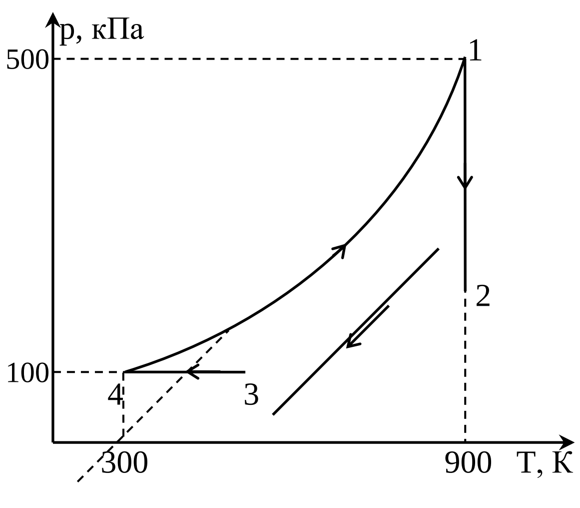


Рисунок 3.29

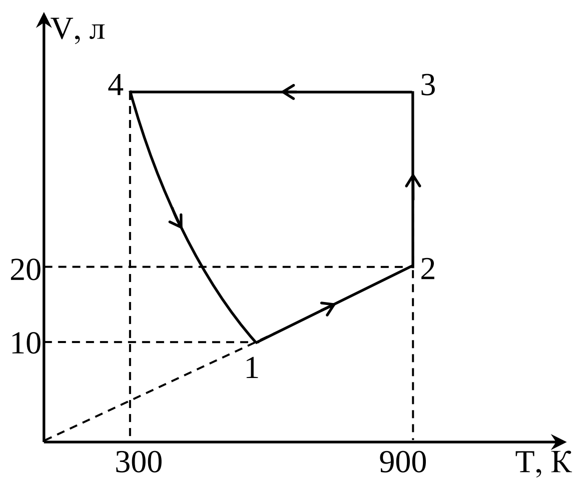


Рисунок 3.30

Список литературы

1. Чопчиц, Н. И. Комплексные задачи по физике / Н.И. Чопчиц. – Брест : Изд-во БрГТУ, 2014. – 108 с.

2. Чопчиц, Н. И. Современная парадигма физпрактикума по решению задач и комплексные задачи по физике / Н.И. Чопчиц, А.А. Гладыщук // Методыка выкладання дысцiплiн фiзiчнага профiлю ў вышэйшых навучальных установах: тэзiсы рэспублiк. нав.-метод. канф. – Брэст, 1992. – С. 10.

3. Гладыщук, А. А. Концепция и практический опыт преподавания физики в Брестском политехническом институте / А.А. Гладыщук // Методыка выкладання дысцiплiн фiзiчнага профiлю ў вышэйшых навучальных установах: тэзiсы рэспублiк. нав.-метод. канф. – Брэст, 1992. – С. 18.

4. Комплексны задачи в курсе физики / Н.И. Чопчиц [и др.]. – Методические материалы по вопросам преподавания физики в высшей школе республики. – Минск, 1991. – С. 114.

Учебное издание

Составители:
Барковская Марина Михайловна
Гладыщук Анатолий Антонович
Савчук Оксана Фёдоровна

ФИЗИКА I

Методические рекомендации для выполнения самостоятельной работы с индивидуальными домашними заданиями для студентов технических специальностей дневной и заочной форм обучения

Ответственный за выпуск: Гладыщук А.А.
Редактор: Боровикова Е.А.
Компьютерная вёрстка: Соколюк А.П.
Корректор: Никитчик Е.В.

Подписано в печать 19.09.2019 г. Формат 60х84 $^{1}/_{16}$. Бумага «Performer».
Гарнитура «Times New Roman». Усл. печ. л. 3,72. Уч. изд. л. 4,0. Заказ № 1236. Тираж 22 экз.
Отпечатано на ризографе учреждения образования «Брестский государственный технический университет». 224017, г. Брест, ул. Московская, 267