### р... – давление в потоке жидкости, Па.

Время коллапса, соответствующее времени от начала роста пузырыка до его полного схлопывания, с учетом дополнительных параметров (поверхностного натяжения  $\sigma$ , свойств сред внутри и снаружи каверны), рассчитывается из преобразованного дифференциального уравнения второго порядка

$$R \cdot \frac{d^2R}{dt^2} + \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = \frac{1}{\rho} \left(\rho_H - 4 \cdot \mu \cdot \frac{v_r}{R} - \frac{2 \cdot \sigma}{R} - \rho_{\infty}\right).$$

Далее, имея время коллапса пузырьков (  $t_k = 0.002 \div 0.003\,$  с), зная скорость и направление их движения в пространстве, можем определить и диапазон кавитационного воздействия в рабочем объеме аппарата.

Необходимая длина трубопровода за кавитатором (с учетом коэффициента  $\psi$  = 1,25)

$$L = 0.514 + 0.0025 \cdot 8.37 \cdot 1.25 = 0.54 \text{ M}.$$

Проверяем, достаточен ли имеющийся диаметр трубопровода для предотвращения его кавитационной эрозии:

$$D = 0.035 + 0.0025 \cdot 8.37 \cdot \cos 45^{\circ} \cdot 1.25 = 0.05 \text{ m}.$$

 $D < d_u$  – условие выполняется.

Исходя из конструктивных соображений и имеющихся экспериментальных данных по размерам заглубления конуса в диффузор, обтекатель может быть установлен статически с постоянным заглублением по следующей схеме (рис. 5).



**Puc. 5.** Вариант установки обтекателя

Опоры штока ромбовидного сечения, установленные за завихрителем, будут способствовать дополнительному измельчению обрабатываемого материала и выполнять функции своеобразной кавитационной решетки.

Заключение. Предложенная методика позволяет оперативно подобрать размеры сверхкавитационного аппарата при одном из двух рассмотренных вариантов кавитатора при заданной производительности установки.

### СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- Петров, О.А. Исследование и моделирование гидродинамических кавитаторов / О.А. Петров, П.Е. Вайтехович // Химическая промышленность сегодня. 2003. № 12 С. 52–56.
- Петров, О.А. Статические суперкавитаторы для гидродинамической обработки материалов / О.А. Петров, П.Е. Вайтехович // Химическая промышленность. – 2004. – Т. 81, № 2. – С. 68–72.
- 3. Гидродинамический кавитационный реактор: пат. № 6932 Республика Беларусь 7 D 21 B 1/36 / О.А. Петров, П.Е. Вайтехович. № a20011031; заявл. 03.12.2001; опубл. 30.06.2003. Режим доступа: http://www.belgospatent.org.by/database/index.php?prefinv&lng=ra&page=3&target=MjAwMTEwMzE=. Дата доступа: 13.11.2013.
- Гидродинамический кавитационный аппарат: пат. № 15001 Республика Беларусь В 01 F 13/06 / О.А. Петров, П.Е. Вайтехович, В.С. Францкевич. № a20091315; заявл. 11.09.2009; опубл. 30.04.2011. Режим доступа: <a href="http://www.belgospatent.org.by/database/">http://www.belgospatent.org.by/database/</a> index.php?pref^nv&lng=ro&page=3&target=MjAwOTEzMTU=. Дата доступа: 13.11.2013.
- Петров, О.А. Востребованность в широком спектре (применение суперкавитирую-щих аппаратов для повышения эффективности технологических процессов) / О.А. Петров, В.И. Романовский // Aquamagazine. – 2013. – № 4(68). – С. 48–50.
- 6. Петров, О.А. Математическая модель расчета параметров каверны / О.А. Петров, П.Е. Вайтехович // Известия НАН Беларуси. Сер. физ.-технич. наук. 2004. № 2. С. 35–37.

Материал поступил в редакцию 25.02.15

## PETROV O.A., ROMANOVSKY V.I. Technique of development of the hydrodynamic supercavitating devices

In article the technique allowing to pick up quickly the sizes of the supercavitational device at one of two considered options of execution of a kavitator is offered: the first presents himself metal plates with a fairing in the form of spheres, the second – in the form of Venturi's nozzle with a conic fairing.

УДК 539.4

# Шматок Е.В., Остриков О.М.

# РАСЧЕТ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЛЕГИРУЮЩИХ КОМПОНЕНТОВ Mn И Ga В МАРТЕНСИТНОЙ ФАЗЕ МОНОКРИСТАЛЛИЧЕСКОГО ФЕРРОМАГНИТНОГО СПЛАВА ГЕЙСЛЕРА Ni₂MnGa У ЛИНЗОВИДНОГО ОСТАТОЧНОГО НЕКОГЕРЕНТНОГО МЕХАНИЧЕСКОГО ДВОЙНИКА

Введение. Исследование физико-механических свойств ферромагнитного сплава  $Ni_2MnGa$  являлось приоритетной задачей многих исследований и проведено на достаточно высоком уровне [1–7]. Интерес к материалу обусловлен широкими возможностями его практического применения, благодаря уникальным физико-механическим свойствам [8]. Однако, наиболее успешное техническое применение нового материала в качестве функционального элемента технических систем и в производстве, требует исчерпывающего ответа на вопрос о зависимости распределения легирующих компонентов в моделируемой среде от величины внутренних напряжений, обусловленных механи-

ческим двойникованием мартенситной фазы Ni<sub>2</sub>MnGa.

Распределение легирующих компонентов в расплаве, в процессе его получения неравномерно. На протекание диффузионных процессов непосредственно влияют области скопления дислокаций, образовавшиеся в результате кристаллизации монокристалла и последующего его деформирования. В итоге, с течением времени в монокристалле происходит диффузионное перераспределение элементов, приводя к их избыточной концентрации в непрогнозируемых областях. В свою очередь это оказывает влияние на функциональные свойства монокристалла (магнитоэластичность, магниточувствительность, время и

**Остриков Олег Михайлович**, к.физ.-мат.н., доцент, зав. кафедрой «Инженерная графика» Гомельского государственного технического университета имени П.О. Сухого.

**Шматок Евгений Викторович**, магистр технических наук, аспирант кафедры «Инженерная графика» Гомельского государственного технического университета имени П.О. Сухого.

Беларусь, ГГТУ, 246746, г. Гомель, пр. Октября, 48.

скорость срабатывания и т.д.). Поэтому разработка методов расчета распределения легирующих компонентов в монокристаллическом Ni<sub>2</sub>MnGa, обусловленного воздействием концентраторов напряжений, имеет важное научное и научно-техническое значение.

В связи с этим целью данной работы является определение полей распределения легирующих компонентов в монокристаллическом ферромагнитном сплаве Гейслера  $Ni_2MnGa$ , обусловленных влиянием напряженно-деформированного состояния, вызванного единичным линзовидным двойником.

Постановка задачи. На рис. 1 схематически изображен находящийся вдали от поверхности кристалла линзовидный двойник с некогерентными границами. Двойник, образовавшийся при условиях, описанных в [10], обладая собственным полем напряжений [11], стимулирует диффузионные процессы. В результате, с течением времени, происходит массоперенос легирующего компонента с изменением его локальной концентрации. Для повышения точности расчета, в случае сложной формы границ двойника, расчетную модель целесообразно представить в виде четырех участков (рис. 1), форма каждого из которых определяется функциями  $f_1(\xi)$ ,  $f_2(\xi)$ ,

 $f_{3}(\xi), f_{4}(\xi)$  [11].

ношения:

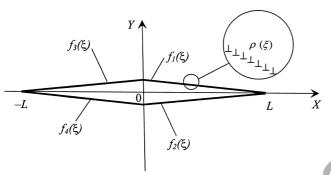


Рис. 1. Расчетное изображение линзовидного двойника в секущей плоскости [11]

Атомный радиус матрицы R сплава Гейслера  $\mathit{Ni}_2\mathit{MnGa}$  определим из соотношения:

$$R = \frac{2r_1 + r_2 + r_3}{4},$$

где  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$  – атомные радиусы Ni, Mn, Ga соответственно.

В сплаве под действием дислокационных напряжений происходит изменение концентрации C(x, y) элементов Mn и Ga с расстоянием от двойниковой границы вследствие диффузии частиц примеси U(x, y) [12].

$$C(x, y) = D_n \exp\left(-\frac{U(x, y)}{kT}\right),$$

$$U(x, y) = \frac{-4}{3}\pi R^3 \left(\frac{R - r_n}{R}\right) \sigma(x, y),$$

где  $D_n$  – доля легирующего компонента в объеме, удаленном от источников напряжений;  $r_n$  – атомный радиус легирующего компонента (i = 1, 2 или 3);  $\sigma(x,y)$  – суперпозиция нормальных компонент тензора напряжений, обусловленных линзовидным двойником.

Используя приближение непрерывного распределения двойникующих дислокаций на двойниковых границах, применявшееся в работах [13–15], напряжения  $\sigma(x, y)$  рассчитываются из равенства:

$$\sigma(\textit{x},\textit{y}) = \sigma_{xx}\left(\textit{x},\textit{y}\right) + \sigma_{yy}\left(\textit{x},\textit{y}\right) + \sigma_{zz}\left(\textit{x},\textit{y}\right),$$
 где  $\sigma_{xx}\left(\textit{x},\textit{y}\right)$ ,  $\sigma_{yy}\left(\textit{x},\textit{y}\right)$ ,  $\sigma_{zz}\left(\textit{x},\textit{y}\right)$  – нормальные компоненты тензора напряжений, каждая из которых определяется из соот-

$$\sigma_i(x, y) = \sum_{i=1}^4 \sigma_i^{(m)}(x, y),$$

где i – принимает значения xx, yy или zz, соответствующие нормальным компонентам тензора напряжений; m – число границ линзовидного двойника, (m = 1, 2, 3 или 4);  $\sigma_i^{(m)}(x,y)$  – нормальная компонента тензора напряжений, образуемых соответствующими участками границ двойника.

Компоненты  $\sigma_i^{(m)}(x,y)$  в соответствии с [13], определяются по формулам:

$$\sigma_{i}^{(1)}(x,y) = \int_{0}^{L} \sqrt{1 + (f_{1}'(\xi))^{2}} \rho(\xi) \sigma_{i}^{(1,0)}(x,y,\xi) d\xi,$$

$$\sigma_{i}^{(2)}(x,y) = \int_{0}^{L} \sqrt{1 + (f_{2}'(\xi))^{2}} \rho(\xi) \sigma_{i}^{(2,0)}(x,y,\xi) d\xi,$$

$$\sigma_{i}^{(3)}(x,y) = \int_{0}^{L} \sqrt{1 + (f_{3}'(\xi))^{2}} \rho(\xi) \sigma_{i}^{(3,0)}(x,y,\xi) d\xi,$$

$$\sigma_{i}^{(4)}(x,y) = \int_{0}^{L} \sqrt{1 + (f_{4}'(\xi))^{2}} \rho(\xi) \sigma_{i}^{(4,0)}(x,y,\xi) d\xi.$$

Здесь L – половина длины двойника;  $\rho(\xi)$  – плотность распределения двой-никующих дислокаций на двойниковых границах;  $\xi$  – параметр интегрирования;  $\sigma_i^{(m,0)}(x,y,\xi)$  – напряжения, обусловленные единичной двойникующей дислокацией, находящейся на границе двойника и рассчитываемые по формулам [13]:

$$\sigma_{xx}^{(n,0)}(x,y,\xi) = -\frac{\mu b_{xp}}{2\pi(1-\nu)} \left[ y + f_n(\xi) \right] \frac{\left[ 3(x-\xi)^2 + (y+f_n(\xi))^2 \right]}{\left[ (x-\xi)^2 + (y+f_n(\xi))^2 \right]^2},$$

$$\sigma_{yy}^{(n,0)}(x,y,\xi) = \frac{\mu b_{xp}}{2\pi(1-\nu)} \left[ y + f_n(\xi) \right] \frac{\left[ (x-\xi)^2 - (y+f_n(\xi))^2 \right]}{\left[ (x-\xi)^2 + (y+f_n(\xi))^2 \right]^2},$$

$$\sigma_{zz}^{(n,0)}(x,y,\xi) = -\frac{\mu b_{xp}}{\pi(1-\nu)} \frac{\left[ y + f_n(\xi) \right]}{(x-\xi)^2 + (y+f_n(\xi))^2},$$

где  $\mu$  – модуль сдвига;  $\nu$  – коэффициент Пуассона;  $b_{\kappa\rho}$  – модуль краевой составляющей вектора Бюргерса частичной двойникующей дислокации.

Форма четырех выделенных участков двойниковых границ, в случае если они прямолинейны, описывается функциями [13]:

$$f_1(\xi) = -\frac{H}{2} \left(\frac{\xi}{L} - 1\right), \quad f_2(\xi) = \frac{H}{2} \left(\frac{\xi}{L} - 1\right),$$
  
$$f_3(\xi) = \frac{H}{2} \left(\frac{\xi}{L} + 1\right), \quad f_4(\xi) = -\frac{H}{2} \left(\frac{\xi}{L} + 1\right),$$

где H – половина максимальной ширины двойника.

Результаты расчетов и их обсуждение. Результаты расчетов распределения концентрации Mn и Ga на основании представленной четырехфункциональной модели в окрестностях и внутри единичного остаточного клиновидного механического двойника, образованного в сплошной конденсированной среде NizMnGa вдали от поверхности, представлены на рис. 2 и 3. Исходные данные для NizMnGa принимались следующими: L=60 мкм; H=20 мкм;  $\rho(\xi)={\rm const}=$   $\rho=2,5\cdot10^5;\ v=0,33;\ b_{Kp}=2,91\ A;\ v=19,231\ \Gamma\Pi a;$   $k=1,38\cdot10^{-23}\ {\rm Dx/K^{-1}}.$  Атомные радиусы составных элементов:  $r_1=1,24\ A(Ni);\ r_2=1,3\ A(Mn);\ r_3=1,39\ A(Ga)$  [13].

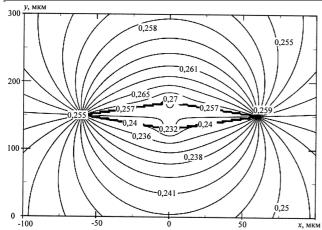


Рис. 2. Распределение концентраций Mn под влиянием напряженнодеформированного состояния в окрестностях единичного линзовидного двойника

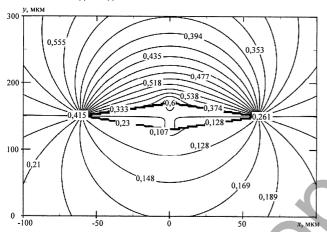


Рис. 3. Распределение концентраций Ga под влиянием напряженнодеформированного состояния в окрестностях единичного линзовидного двойника

Результат расчетов характера распределения Мп в окрестных областях клиновидного двойника показан на рис. 2. Линии равных величин концентраций отражают средние и пиковые значения распределения Мп в близлежащем к двойнику объеме металла, в участках наибольшего скопления дислокаций - у границ клиновидного двойника. У верхней границы общая величина концентрации Мп превышает величины концентрации примеси нижней границы двойника. Кроме этого, по мере удаления от верхней границы двойника в положительном направлении оси ОУ, численные значения концентрации *Mn* уменьшают свою величину, что объясняется понижением влияния нормальных напряжений в данных участках [11]. У нижней границы двойника ситуация несколько иная - по мере движения в положительном направлении вдоль оси ОУ, при приближении к нижней границе двойника, наблюдается постепенное уменьшение значения концентрации Мп, вплоть до экстремума у устья на нижней границе двойника. Это связано с действием нормальных напряжений на нижней границе двойника и имеющих меньшую величину [11].

Распределение концентрации Mn по мере следования вдоль оси OX в положительном направлении не претерпевает значительных изменений: рассматриваемый легирующий компонент вдоль верхней границы двойника имеет самую низкую концентрацию у его левой вершины, далее концентрация постепенно возрастает на границе (с незначительным пиком у середины двойника) и более высокая концентрация Mn наблюдается у правой вершины двойника. Распределение Mn на нижней границе двойника имеет небольшое отличие, заключающееся в отсутствии изменений концентрации данного компонента по всей границе в целом (за исключением участков у вершин двойника и средней его части).

Результаты моделирования диффузионного изменения концентрации *Ga* показано на рис. 3. Как видно из рис. 3, распределение *Ga* является симметричным относительно оси ОУ. Это связано с симметричностью напряжений, стимулирующих данные диффузионные процессы. При продвижении вдоль двойника в положительном направлении оси ОУ видно, что у верхней границы двойника значение величины распределения концентрации Ga постепенно убывает начиная от максимального пикового значения на границе двойника. Рассматривая расчетную область вдоль оси ОУ в отрицательном направлении видно, что минимальная концентрация Ga наблюдается не на нижней границе двойника, а в объемах материала, расположенных ниже данной границы. Дальнейшее изменение значений концентрации на рассматриваемом участке происходит в сторону ее увеличения. Это связано в первую очередь с конфигурацией напряжений вокруг двойника, а также с атомным радиусом Ga, который больше атомных радиусов Ni и Mn, что также влияет на характер диффузионного процесса.

Следует отметить, что перераспределение легирующего компонента происходит и внутри двойника. При этом легирующий компонент дрейфует к двойниковым границам, приводя к локальному изменению (порой существенному) в этих областях соотношения между элементами сплава Ni<sub>2</sub>MnGa. Это в свою очередь приводит к локальному изменению уникальных физико-механических свойств Ni<sub>2</sub>MnGa.

Заключение. Используя принцип суперпозиции полей напряжений, предложен четы-рехфункциональный метод расчета полей распределения концентрации Mn и Ga в напряженно-деформированной области линзовидного остаточного механического двойника, образованного в мартенситной фазе монокристалла  $Ni_2MnGa$  вдали от поверхности. Метод использован для расчета изменения концентрации элементов Mn и Ga в сплошной конденсированной среде монокристалла  $Ni_2MnGa$ . В результате решения поставленной задачи были определены области наибольшей локализации элементов Mn и Ga, a также изучен характер их распределения в окрестных областях двойника.

# СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- Large magnetic-field-induced strains in Ni2MnGa single crystals / K.
   Ullakko [et all]; Appl. Phys. Lett. V. 69 // Massachusetts Institute of Technology. – 1996. – P. 1966.
- Sozinov, A. Large magnetic-field-induced strains in Ni-Mn-Ga alloys in rotating magnetic field / A. Sozinov [et all]. – Helsinki: University of Technology, Laboratory of Physical Metallurgy and Materials Science – 2000 – P. 7.
- Mullner, P. Stress-induced twin rearrangement resulting in change of magnetization in a Ni-Mn-Ga ferromagnetic martensit / P. Mullner, V.A. Chemenk, G. Kostorz // Scripta Materialia – 2003 – Vol. 49. – P. 129–133
- Heczko, O. Magnetic properties and domain structure of magnetic shape memory Ni-Mn-Ga alloy / O. Heczko, K. Jurek, K. Ullakko // Journal of Magnetism and Magnetic Materials – 2001. – Vol. 226– 230. – P. 996–998.
- Hirsinger, L. Lexcelent C. Modelling detwinning of martensite platelets under magnetic and stress actions on Ni-Mn-Ga alloys / L. Hirsinger, C. Lexcelent // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2003. – V. 254–255. – P. 275–277.
- Mullner, P. Large cyclic deformation of a Ni-Mn-Ga shape memory alloy induced by magnetic fields / P. Mullner [et all]. // Journal of Applied Physics. – 2002. – Vol. 92, № 11. – P. 6708–6713.
- Остриков, О.М. Исследование пластической деформации поверхности монокристалла Ni₂MnGa методом индентирования / О.М. Остриков, А.Л. Созинов, А.В. Сорока // Инженернофизический журнал. 2012. Т. 85, № 5. С. 1132–1141.
- Tellinen, J. Basic properties of magnetic shape memory actuators / J. Tel-linen [et all] // 8 International conference Actuator, 2002.
- Planes, A. Magnetocaloric effect and its relation to shape-memory properties in ferromagnetic Heusler alloys / A. Planes, L. Manosa, M. Acet // J. Phys.: Condens. Matter – 2009 – Vol. 21, № 29 – P. 201–233.

- Косевич, А.М. Дислокации в теории упругости. / А.М. Косевич. Киев: Наук. думка, 1978. – 220 с.
- Шматок, Е.В. Расчет напряжений и смещений в Ni2MnGa у линзовидного двойника с использованием четырехфункциональной модели при непрерывном распределении двойникующих дислокаций на двойниковых границах. / Е.В. Шматок, О.М. Остриков // Проблемы физики, математики и техники 2014 №2(19) С. 19–24.
- Эккерт, Э.Р. Теория тепло- и массообмена // Пер. с англ. под ред. А.В. Лыкова / Э.Р. Эккерт, Р.М. Дрейк – М.-Л.: Госэнергоиздат., 1961. – 548 с.
- Остриков, О.М. Механика двойникования твердых тел: монография / О.М. Остриков. Гомель: Учреждение образования «Го-

- мельский государственный технический университет имени П.О. Сухого», 2008 301с.
- Остриков, О.М. Напряженное состояние у поверхности кристалла, деформируемой сосредоточенной нагрузкой, при наличии клиновидного двойника / О.М. Остриков // Журнал технической физики. – 2009. – Т. 79, № 5. – С. 137–139.
- Остриков, О.М. Метод расчета распределения деформаций у клиновидного двойника с использованием подходов макроскопической дислокационной модели / О.М. Остриков // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2009. – № 4. – С. 52–58.

Материал поступил в редакцию 27.02.15

SHMATOK E.V., OSTRIKOV O.M. Calculation of distribution of the alloying Mn and Ga components in a martensitny phase of a single-crystal ferromagnetic alloy of Geysler of Ni<sub>2</sub>MnGa at the linzovidny residual incoherent mechanical double

On the basis of four-functional model of the linzovidny double calculation of distribution of Mn and Ga in a ferromagnetic alloy of Geysler of Ni<sub>2</sub>MnGa is executed. Areas of localization of the alloying component and nature of its distribution at the double are defined.