А.И. Жук
Беларусь, Брест, БрГТУ

О ПРИБЛИЖЕНИИ СИСТЕМ ОБОБЩЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Пусть на отрезке $T=[0;a]\subset R$ задано уравнение:

$$\dot{x}^i(t)=\sum_{j=1}^{q} f^{ij}(t,x(t))\dot{L}^j(t),\ i=\overline{1,p} \qquad (1)$$

с начальным условием $x(0)=x_0$. Здесь f^{ij} $i=\overline{1,p}$, $j=\overline{1,q}$ – липшицевы функции, $x(t),x_0\in R^p$, $L^j(t)$, – функции ограниченной вариации на T.

Уравнение (1) содержит произведение обобщенных функций, поэтому не является корректным, в связи с этим его решение зависит от подхода к трактовке подобного рода задач. Одним из таких подходов является концепция новых обобщенных функций [1].

Пусть R – вещественная прямая. На множестве последовательностей из элементов R введем отношение эквивалентности: $(x_n)\sim(y_n)$, если $\exists n_0\in N$, $\forall n\ge n_0$, $x_n=y_n$, обобщенным числом назовем класс эквивалентности $\tilde{x}=[(x_n)]$. Множество обобщенных чисел обозначим $\tilde{R}$. Рассмотрим подмножество

$$H=\{\tilde{h}\in\tilde{R}:\tilde{h}=[(h_n)],h_n>0,\forall n\in N,\lim_{n\to\infty}h_n=0\}.$$

На множестве всех последовательностей $\{f_n\}$ таких, что $f_n\in C^\infty(R)$, введем отношение эквивалентности: $(f_n)\sim(g_n)$, если $\exists n_1\in N$, $\forall n\ge n_1$, $\forall x\in R,$ $f_n(x)=g_n(x).$ Класс эквивалентности $[(f_n)]$ будем называть мнемофункцией [1] и обозначать $\tilde{f}$. Обозначим через $G(R)$ множество всех мнемофункций. Алгебру мнемофункций вида $\tilde{f}(\tilde{x})=[(f_n(x_n))]$, где $\tilde{x}=[(x_n)]\in\tilde{R}$, а $[f_n(x)]\in G(R)$, $\forall x\in R,$ обозначим $G(\tilde{R})$. Определим на $G(\tilde{T})$ обобщенный дифференциал

$$d_{\tilde{h}}\tilde{f}(\tilde{x})=[(f_n(x+h_n)-f_n(x))],\ \tilde{x}=[(x)]\in\tilde{T},\ \tilde{h}\in H.$$

Будем говорить, что мнемофункция $\tilde{f}=[(f_n)]$ ассоциирует элемент f из топологического пространства Ω, если последовательность $\{f_n\}$ при $n\to\infty$ сходится к f в топологии Ω. Заменим обычные функции в (1) на соответствующие им новые обобщенные функции, получим:

$$d_{\tilde{h}}\tilde{x}^i(\tilde{t})=\sum_{j=1}^{q}\tilde{f}^{ij}(\tilde{t},\tilde{x}(\tilde{t}))d_{\tilde{h}}\tilde{L}^j(\tilde{t}),\ i=\overline{1,p} \qquad (2)$$

с начальным условием $\tilde{x}\big|_{[0,\tilde{h}]}=\tilde{x}^0$, где $\tilde{h}=[\{h_n\}]\in H,\ \tilde{a}=[\{a\}]\in T$ и $\tilde{t}=[\{t_n\}]\in\tilde{T}$, $\tilde{x}=[\{x_n(t)\}],\ \tilde{f}=[\{f_n(x)\}],\ \tilde{x}^0=[\{x_n^0(t)\}],\ \tilde{L}=[\{L_n(t)\}]$ и $x_n^0\to x(0).$

Таким образом, под решением уравнения (1) будем понимать ассоциированное решение уравнения (2). Если заменить в (2) каждую новую обобщенную функцию представителем класса ее определяющего, получим

$$x_n^i(t+h_n)-x_n^i(t)=\sum_{j=1}^{q} f_n^{ij}(t,x_n(t))[L_n^j(t+h_n)-L_n^j(t)],\ i=\overline{1,p} \tag{3}$$

$$x_n(t)\big|_{[0,h_n)}=x_{n0}(t), \tag{4}$$

Здесь $L_n^j(t)=(L^j*\rho_n)(t)=\int_0^{\frac{1}{n}} L^j(t+s)\rho_n(s)ds,\ j=\overline{1,q}$, где $\rho_n(t)=n\rho(nt)$, $\rho\ge 0,\ su\rho\rho(\rho)\subseteq[0,1],\ \int_0^1\rho(s)ds=1$, а $f_n = f*\tilde{\rho}_n$, где

$$\tilde{\rho}_n(x_0,x_1,...,x_p)=n^p\tilde{\rho}(nx_0,nx_1,...,nx_p),\ \tilde{\rho}\in C^\infty(R^{p+1}),\ \tilde{\rho}\ge 0,$$
$$\int\limits_{[0,1]^{p+1}}\tilde{\rho}(x_0,x_1,...,x_p)dx_0dx_1...dx_p=1,\ su\rho\rho(\tilde{\rho})\subset[0,1]^{p+1}.$$

Пусть t – произвольная фиксированная точка из отрезка T. Тогда t можно представить в виде $t=\tau_t+m_th_n$, где $\tau_t\in[0,h_n),\ m_t\in N$. Несложно видеть, что решение системы (3)–(4) можно записать в виде, где $i=\overline{1,p}$:

$$x_n^i(t)=x_{n0}^i(\tau_t)+\sum_{j=1}^{q}\sum_{k=0}^{m_t-1} f_n^{ij}(\tau_t+kh_n,x_n(\tau_t+kh_n))[L_n^j(\tau_t+(k+1)h_n)-L_n^j(\tau_t+kh_n)].$$

Для описания предельного поведения задачи (3)–(4) рассмотрим систему

$$x^i(t)=x_0^i+\sum_{j=1}^{q}\int_0^t f^{ij}(s,x(s-))dL^j(s),\ i=\overline{1,p}. \tag{5}$$

Теорема. Пусть $f^{ij}\ i=\overline{1,p},,\ \ j=\overline{1,q},$ *удовлетворяют условию Липшица и ограничены.* $L^j(t)\ j=\overline{1,q},$ *– функии ограниченной вариации и непрерывны. Тогда ассоциированное решение задачи Коши* (2) *является решением системы уравнений* (5) *в пространстве* $L^p(t)$, *если* $\left|x_{n0}(\tau_t)-x_0\right|\to 0$ *в пространстве* $L^p(t)$.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лазакович, Н. В. Стохастические дифференциалы в алгебре обобщенных случайных процессов / Н. В. Лазакович // Докл. НАН Беларуси. – 1994. – Т. 38, № 5. – С. 23–27.

Т.И. Каримова, Л.П. Махнист, В.С. Рубанов
Беларусь, Брест, БрГТУ

О ПРОБЛЕМНОМ ОБУЧЕНИИ В ВУЗЕ

В настоящее время Республиканским институтом высшей школы разрабатывается макет образовательных стандартов поколения 3+, в основе которых лежит модульно-компетентностный подход. Внедрение новых образовательных стандартов приведет к появлению проблем по выполнению их требований. Одной из них является проблема выбора методов и технологий организации образовательного процесса. В связи с тем, что в современном мире все более актуальной становится идея непрерывного образования, а значит, важно ориентироваться на развитие у обучающегося способности к саморазвитию и самообразованию, особый интерес вызывает технология проблемного обучения.