УДК 512.542

А.А. АРТЮШЕНЯ, А.А. ТРОФИМУК
Брест, БрГУ имени А.С. Пушкина

КОНЕЧНЫЕ РАЗРЕШИМЫЕ ГРУППЫ С ПОРЯДКАМИ ФАКТОРОВ НОРМАЛЬНОГО РЯДА, СВОБОДНЫМИ ОТ ЧЕТВЕРТЫХ СТЕПЕНЕЙ

Рассматриваются только конечные группы. Используемые обозначения и определения соответствуют [1]. Пусть r и m – натуральные числа. Говорят, что r свободно от $m-x$ степеней, если p^m не делит r для всех простых p. При $m=2$ говорят, что r свободно от квадратов, при $m=3$ – от кубов, а при $m=4$ – от четвертых степеней.

Нормальным рядом группы G называется цепочка подгрупп

$$1=G_0 \subseteq G_1 \subseteq \ldots \subseteq G_m = G, \qquad (1)$$

в которой подгруппа G_i нормальна в группе G для всех i. Фактор-группы G_{i+1}/G_i называются факторами нормального ряда (1).

Если порядок группы G свободен от квадратов, то в группе G существует циклическая холлова подгруппа N такая, что G/N циклическая [2, теорема IV.2.11]. В частности, производная длина G не превосходит 2.

В работе [3] были исследованы разрешимые группы, обладающие нормальным рядом, факторы которого имеют порядки, свободные от кубов. В частности, нильпотентная длина группы G не превышает 4, а производная длина группы $G/\Phi(G)$ не превышает 5. Доказана следующая теорема.

Теорема. *Пусть разрешимая группа G обладает нормальным рядом, факторы которого имеют порядки, свободные от четвертых степеней. Тогда нильпотентная длина группы G не превышает 4, а производная длина фактор-группы $G/\Phi(G)$ не превышает 6.*

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Монахов, В. С. Введение в теорию конечных групп и их классов / В. С. Монахов. – Минск : Выш. шк., 2006. – 207 с.
2. Huppert, B. Endliche Gruppen I / B. Huppert. – Berlin ; Heidelberg ; New York : Springer, 1967.
3. Трофимук, А. А. Конечные разрешимые группы с порядками факторов нормального ряда, свободного от кубов / А. А. Трофимук, В. С. Монахов // Вестн. Брест. ун-та. Сер. 4, Физика и математика. – № 1. – 2010. – С. 118–126.