

6. Единообразные предписания, касающиеся официального утверждения легковых автомобилей, приводимых в движение только двигателем внутреннего сгорания либо приводимых в движение при помощи гибридного электропривода, в отношении измерения объема выбросов двуоксида углерода и расхода топлива и/или измерения расхода электроэнергии и запаса хода на электротяге, а также транспортных средств категорий М1 и N1, приводимых в движение только при помощи электропривода, в отношении измерения расхода электроэнергии и запаса хода на электротяге. – Введены в действие 29.04.2005. – Женева: Евро-

пейская Экономическая комиссия Организации Объединенных наций, 2005. – 128 с.

7. Основы теории автомобиля и трактора: учебное пособие для механических специальностей вузов / В.В. Иванов, В.А. Иларионов, М.М. Морин. — М.: Высшая школа, 1970. – 224 с.

8. Дембіцкий, В.М. Математична модель процесу електродинамічного гальмування з рекуперацією енергії транспортного засобу, обладнаного електроприводом / В.М. Дембіцкий, О.П. Сітовський [та ін.] // Наукові нотатки. Вип. 45. – Луцьк: ЛНТУ, 2014. – С. 159–167.

Материал поступил в редакцию 22.09.15

SITOVSKYI O.F., DEMBITSKYJ V.N., KASHUBA A.N. *Mathematical modeling of the vehicle with electric drive*

This publication describes a mathematical model of the vehicle equipped with electric drive and energy recuperation system in the urban cycle. The article deals with urban driving cycle in the context of energy consumption.

УДК 521.763

Барсуков В.Г., Хвусевич В.М., Чикова Т.С., Барсуков В.В.

РАСЧЕТНАЯ ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ СТЕСНЕННОГО УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ МАТЕРИАЛА ПРИ ИНДЕНТИРОВАНИИ

Введение. Индентирование является весьма распространенным методом исследования деформационных свойств материалов, реализуемым на широком спектре устройств [1, 2]. В литературе предложены варианты определения показателей ряда деформационно-прочностных характеристик материала (модуль упругости, твердость, предел текучести, коэффициенты в функциональной зависимости сопротивления деформации) путем обработки диаграмм вдавливания [2–6]. Поскольку в процессе внедрения индентора возникает сложное напряженно-деформированное состояние, то при математической обработке экспериментальных данных используют те или иные упрощения, например, допущение о постоянстве нормальных напряжений на поверхности контакта [7, 8] или средних деформаций в отпечатке [9]. В ряде работ использованы методы, основанные на численном интегрировании дифференциальных уравнений механики деформируемого твердого тела [10–13]. В частности, в работе [13] выполнено конечно-элементное моделирование внедрения в упруго-пластический материал конического индентора с углом при вершине 140,6°, эквивалентного индентору Берковича. Установлено существование зоны затрудненной деформации вблизи вершины индентора, причем размеры области влияния (25–40 нм) сопоставимы с размером наноиндентора (радиус скругления 50–100 нм).

Вместе с тем, разработанные методы хорошо описывают начальную (упругую) или заключительную (пластическую) стадии процессов индентирования. Переходная стадия, соответствующая стесненному упруго-пластическому деформированию, изучена недостаточно [14, 15].

Краткий анализ методов индентирования. При статическом определении твердости в поверхность испытываемого материала с определенной силой вдавливаются индентор – тело, выполненное в виде шарика, алмазного конуса, пирамиды или иглы [16, 17]. В зависимости от способа измерения различают твердость по Бринеллю, Роквеллу, Мейеру, Мартелю, Кнупу, Шору, Виккерсу, Моосу и др.

Измерение твердости по Бринеллю основано на внедрении в плоскую поверхность испытываемого образца стального закаленного шарика определенного диаметра D (10; 5 или 2,5 мм) под постоянной нагрузкой P и измерении диаметра отпечатка d , остающегося после снятия нагрузки. Твердость, выраженную в кгс/мм², определяют по формуле

$$HB = \frac{2P}{\pi D(D - \sqrt{D^2 - d^2})} \quad (1)$$

Метод применяют для измерения твердости поверхности не более 450 HB [16]. При выборе шарика используют правило: диаметр отпечатка должен лежать в пределах 0,2...0,7 диаметра шарика.

Измерение твердости по Мейеру по схеме аналогично методу Бринелля. Вычисление НМ производится как отношение нагрузки к площади проекции отпечатка шарика на плоскость, перпендикулярную направлению действия нагрузки [17], т.е.

$$HM = \frac{4P}{\pi d^2} \quad (2)$$

По размерам отпечатка, остающегося после снятия нагрузки, определяют твердость по Виккерсу и микротвердость. В качестве индентора (вдавливается наконечника) в этих методах используют четырехгранную пирамидку с углом при вершине 136° (2,38 рад). Твердость по Виккерсу HV определяется по формуле [17]

$$HV = 0,189P/d_o^2,$$

где P – нагрузка, Н; d_o – размер диагонали отпечатка, остающегося после снятия нагрузки, мм. Испытания проводят при нагрузках от 9,8 до 980 Н, в зависимости от толщины детали [16]. Метод Виккерса используется для определения твердости малотолщинных деталей и изделий с покрытиями.

Микротвердость по Кнупу определяют путем вдавливания алмазной пирамиды с углами между противоположными гранями 2,27 и 3,01 рад [17].

Для измерения твердости термо- и химико-термически обработанных сталей, твердых сплавов, керамики, покрытий, цветных металлов и сплавов широко используют метод Роквелла, согласно которому в твердое тело внедряют алмазный конус с углом при вершине 120° (для шкал А и С) или стальной закаленный шарик диаметром 1,588 мм (для шкалы В) [16]. Определение твердости по Шору основано на измерении глубины проникновения в материал усеченного конуса под действием пружины.

Применяются также методы определения твердости по отскоку легкого бойка, падающего с определенной высоты на испытуемую поверхность. В частности, по Мартелю шарик падает на гладкую

Барсуков Владимир Георгиевич, д.т.н., проректор Гродненского государственного университета имени Янки Купалы.

Чикова Тамара Семеновна, д.ф.-м.наук, профессор кафедры технической механики Гродненского государственного университета имени Янки Купалы.

Беларусь, 230023, г. Гродно, ул. Э. Ожешки, 22.

Барсуков Виктор Владимирович, инженер Гродненского дома науки и техники.

поверхность металла с некоторой высоты и оставляет на ней сферический отпечаток [18]. Показатель твердости HMR определяется как отношение работы деформации к объему вытесненного из отпечатка материала. Это отношение имеет размерность давления и рассматривается как динамическая твердость материала. Уточнение метода с учетом упругого восстановления отпечатка приведено в работе Тейбора [19]. Твердость по Мартелю (HMR) имеет ту же размерность, что и HM , описывает один и тот же процесс, поэтому в работе [18] предложено считать $HMR=K \cdot HM$, где $K=1,14-1,30$ – безразмерный параметр, величина которого определяется расчетом или экспериментально.

Сравнительный анализ твердости минералов производят по Моосу путем царапания более твердым минералом менее твердого. В качестве эталонов шкалы приняты в порядке убывания твердости следующие минералы: алмаз-10, корунд-9, топаз-8, кварц-7, ортоклаз-6, апатит-5, флюорит-4, кальцит-3, гипс-2, тальк-1.

В *нанотвердомерах* при индентировании и царапании в основном применяют трехгранные пирамидальные инденторы Берковича, поскольку технология их изготовления путем скалывания алмаза по кристаллографическим плоскостям обеспечивает наиболее совершенную по остроте вершину с радиусом скругления 50–100 нм и менее [13].

Несмотря на то, что испытания материалов при помощи вдавливания индентора широко распространены в технике и при проведении научных исследований, силовые параметры этих процессов изучены недостаточно.

В связи с этим *целью* данной *работы* явилось определение условий стесненного упруго-пластического деформирования при индентировании материалов, а также установление влияния радиуса скругления индентора на изменение критических значений усилий.

Метод анализа. Процесс деформирования материалов при индентировании условно разделяли на три стадии. В начальной стадии деформация является упругой. При некотором критическом значении силы P происходит зарождение точки пластического течения на глубине, приблизительно равной 0,48 радиуса пятна касания (рис. 1а), а дальнейший рост P сопровождается образованием пластической линзы (рис. 1б) и выходом ее на поверхность (рис. 1в).

Сложность анализа состоит в том, что развитие очага пластической деформации происходит стесненно, в окружении упруго-деформируемого материала, и удобных для практики методик не разработано.

В соответствии с методом линеаризации [20, 21] примем допущение, что деформации на границе раздела упругой и пластической зон подчиняются закону Гука (завышенная оценка, т.к. в окрестностях зоны текучести диаграмма напряжение–деформация несколько отклоняется от линейной зависимости). Поэтому расчет будет не точный, а приближенный, оценочный.

Для расчета условий зарождения и развития области стесненно-упруго-пластического деформирования используем третью теорию пластичности (теория Треска-Сен-Венана).

Результаты анализа и их обсуждение. Для металлов и других материалов с коэффициентом Пуассона, равным 0,3, максимальное давление в зоне контакта сферического индентора с упругим полупространством вычисляется по формуле [14, 21]

$$p_{\max} = 0,3883 \sqrt{\frac{P \cdot R^2}{E_{np}^2}}, \quad (3)$$

а радиус пятна контакта r_c

$$r_c = 1,1093 \sqrt{\frac{P \cdot R}{E_{np}}}, \quad (4)$$

где R – радиус индентора; P – сжимающее усилие; E_{np} – приведенный модуль упругости контактирующих тел.

Пластическое течение материала в точке В действия наибольших касательных напряжений (рис. 1а) наступает [14, 21] при

$$\sigma_H = \sigma_{H1} = \frac{\sigma_T}{0,62} = 1,61\sigma_T, \quad (5)$$

а выход зоны пластического течения на поверхность происходит при

$$\sigma_H = \sigma_{H2} = \frac{\sigma_T}{0,266} = 3,76\sigma_T, \quad (6)$$

где σ_T – предел текучести испытываемого материала.

Из формулы (3) для контакта сферы с полупространством совместно с (5) и (6) получены аналитические зависимости для расчета величин критических нагрузок, соответствующих переходу от упругого деформирования к пластическому в характерных точках:

- на глубине 0,48 радиуса пятна касания

$$P_1 = \frac{\sigma_m^3 R^2}{0,014 E_{np}^2} = 71,83 \frac{\sigma_m^3 R^2}{E_{np}^2}, \quad (7)$$

- на границе пятна касания

$$P_2 = \frac{\sigma_m^3 R^2}{0,0011 E_{np}^2} = 909,62 \frac{\sigma_m^3 R^2}{E_{np}^2}. \quad (8)$$

Здесь R – радиус индентора, E_{np} – приведенный модуль упругости $E_{np} = \frac{2E_1 E_2}{E_1 + E_2}$, E_1, E_2 – модули упругости индентора и

испытываемого материала, P_1 и P_2 – соответственно значения усилия, при котором происходит зарождение области пластического течения и выход ее на поверхность материала.

Произведем оценку размеров пятен контакта, соответствующих переходу от упругого к упруго-пластическому деформированию.

Подставив в (4) вместо P критические значения усилий P_1 и P_2 из формул (7) и (8), после преобразований получаем зависимости для расчета соответствующих радиусов пятен контакта r_{c1} и r_{c2} :

- зарождение точки пластического состояния

$$r_{c1} = 1,1093 \sqrt{\frac{P_1 \cdot R}{E_{np}}} = 4,61 \frac{\sigma_m R}{E_{np}}, \quad (9)$$

- выход пластической линзы на поверхность

$$r_{c2} = 1,1093 \sqrt{\frac{P_2 \cdot R}{E_{np}}} = 10,745 \frac{\sigma_m R}{E_{np}}. \quad (10)$$

Относительный радиус пятна контакта (отношение радиуса пятна контакта к радиусу индентора) может быть получен делением формул (9) и (10) на R .

При вдавливании стального закаленного шарика ($E=210$ ГПа)

отношение $\frac{\sigma_m}{E_{np}}$ составляет для конструкционных материалов величину порядка 0,001.

Расчетные значения параметров стесненного упруго-пластического деформирования для ряда материалов приведены в таблицах 1–3.

Из таблицы 1 видно, что радиусы пятен контакта являются величинами третьего порядка малости в сравнении с радиусами инденторов. Поэтому, учитывая относительные размеры пятна касания, индентирование можно рассматривать на начальной стадии процесса, соответствующей стесненному упруго-пластическому деформированию, как *высоконапряженный микроконтакт*.

Значения радиусов, взятых для расчетов, соответствуют принятым в методе Бринелля. Нетрудно убедиться, что расчетные значения критических усилий P_1 и P_2 многократно меньше номинальных для метода Бринелля.

Таблица 1. Расчетные значения относительных радиусов пятна контакта для ряда конструкционных материалов

Наименование и обозначение материала	Предел текучести, МПа	Модуль упругости, ГПа	Относительный радиус	
			$\frac{r_{c1}}{R}$	$\frac{r_{c2}}{R}$
Бронза Бр010Н1Ф1	165	100	0,0056	0,01305
Сталь 10	210	210	0,0046	0,0107
Сталь 20	250	210	0,0055	0,0128
Сталь 35 нормализованная	270	210	0,0059	0,0137
Сталь 40X улучшенная	650	210	0,0143	0,0333
Сталь 40XH, ТВЧ HRC 45...50	750	210	0,0165	0,0384
Сталь 38X2МЮА	850	210	0,01887	0,04397

Таблица 2. Расчетные значения усилий P_1 стадии начала стесненного упруго-пластического для ряда конструкционных материалов

Наименование и обозначение материала	Усилие, Н при радиусе индентора, мм		
	1,25	2,5	5,0
Бронза Бр010Н1Ф1	0,0275	0,110	0,439
Сталь 10	0,024	0,096	0,384
Сталь 20	0,040	0,162	0,648
Сталь 35 нормализованная	0,051	0,204	0,816
Сталь 40X улучшенная	0,712	2,847	11,387
Сталь 40XH, ТВЧ HRC 45...50	1,093	4,373	17,49
Сталь 38X2МЮА	1,592	6,366	25,46

Таблица 3. Расчетные значения усилий P_2 стадии завершения стесненного упруго-пластического для ряда конструкционных материалов

Наименование и обозначение материала	Усилие, Н при радиусе индентора, мм		
	1,25	2,5	5,0
Бронза Бр010Н1Ф1	0,348	1,391	5,565
Сталь 10	0,298	1,192	4,768
Сталь 20	0,515	2,051	8,204
Сталь 35 нормализованная	0,646	2,584	10,335
Сталь 40X улучшенная	9,03	36,05	144,20
Сталь 40XH, ТВЧ HRC 45...50	13,84	55,37	221,50
Сталь 38X2МЮА	20,154	80,62	322,47

Сравнение результатов расчета по схеме Бринелля и Мейера для нагрузок, соответствующих переходу от упругого к пластическому деформированию. Преобразуем формулу Бринелля с учетом условия, что диаметры зоны контакта являются величинами третьего порядка малости в сравнении с диаметрами вдавливаемых сферических инденторов. Из разложения корня квадратного в ряд Маклорена с удержанием первых двух членов из формулы Бринелля получаем:

$$HB_{кр} = \frac{2P}{\pi D^2 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{d^2}{D^2}}\right)} = \frac{2P}{\pi D^2 \left(1 - \left(1 - \frac{1}{2} \frac{d^2}{D^2}\right)\right)} = \frac{4P}{\pi d^2},$$

что является математической записью формулы (2) Мейера.

Следовательно, в зоне перехода от упругого деформирования к пластическому формулы Бринелля и Мейера дают при соответствующих критических усилиях практически равноценные результаты.

Среднее давление в зоне контакта при переходе от упругого к стесненному упруго-пластическому деформированию с учетом (4)

$$p_{cp} = \frac{P}{\pi r_c^2} = 0,2593 \sqrt{\frac{PR^2}{E^2_{пр}}}, \quad (11)$$

Сравнение (2) и (11) показывает, что

$$p_{cp} = \frac{2}{3} p_{max}. \quad (12)$$

Подставив вместо p_{max} значения σ_{H1} и σ_{H2} формул (5) и (6), получаем значения среднего давления на пятне контакта, соответствующего зарождению области стесненного упруго-пластического деформирования $p_{1cp} = 1,07\sigma_m$, а выходу этой зоны на поверхность $p_{2cp} = 2,51\sigma_m$.

Что касается анализа *наноиндентирования*, то, учитывая размеры радиуса наноиндентора (50–100 нм), а также величину пятна контакта при переходных процессах (на 2 порядка меньше радиуса), применение методов механики сплошных сред должно быть сопряжено с учетом анизотропии свойств миникристаллов (зерен), а также влияния соседних зерен, границ раздела, деформационного и термического изменения свойств поверхности при подготовке образцов (шлифование, полирование), и даже дислокаций.

Таким образом, результаты выполненных исследований позволили установить, что размеры пятна контакта, соответствующие стадии стесненного упруго-пластического деформирования, существенно (на 2–3 порядка) меньше размеров радиуса индентора, а значения усилий, при которых наблюдается стесненное упруго-пла-

стическое деформирование, также многократно меньше номинальных усилий индентирования. При этом средние давления на пятне контакта находятся в диапазоне 1,07–2,5 предела текучести индентируемого материала.

Заключение. Результаты выполненных исследований позволили произвести расчетную оценку параметров стесненного упруго-пластического деформирования материала при индентировании и наноиндентировании. Показано, что размеры пятен контакта, соответствующие зарождению области стесненного упруго-пластического деформирования и выходу этой области на поверхность индентируемого материала, существенно малы в сравнении с радиусом индентора. Определены соответствующие значения усилий и средних напряжений.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Бульчев, С.И. Испытание непрерывным вдавливанием индентора / С.И. Бульчев, В.П. Алехин – М.: Машиностроение, 1990. – 224 с.
2. Федосов, С.А. Определение механических свойств материалов микроиндентированием. Современные зарубежные методики / С.А. Федосов, Л. Пешек. – М.: Физический факультет МГУ, 2004. – 100 с.
3. Bukaille, J.L. Determination of plastic properties of metals by instrumented indentation using different sharp indenters / J.L. Bukaille, S. Stauss, E. Felder, J. Michler // Acta Mater. – 2003. – V. 51. – № 6. – P. 1663–1678.
4. Коновалов, Д.А. Определение кривых деформационного упрочнения металлов по результатам вдавливания конических инденторов / Д.А. Коновалов, С.В. Смирнов, А.В. Коновалов // Дефектоскопия. – 2008. – № 12. – С. 55–63.
5. Cholacoop, N. Depth- sensing instrumented indentation with dual sharp indenters / N. Cholacoop, M. Dao, S. Suresh // Acta Mater. – 2003. – V. 51. – № 13. – P. 3713–3729.
6. Бульчев, С.И. Соотношение между восстановленной и невосстановленной твердостью при испытании наноиндентированием // ЖТФ. – 1999 – Т. 69. – Вып. 7. – С. 42–48.
7. Oliver, W.C. An improved technique for determining hardness and elastic modulus using load- displacement sensing indentation experiment / W.C. Oliver, G.M. Pharr // Mater. Res. – 1992. – V. 7. – № 6. – P. 1564–1583.
8. Васаускас, С.С. Диаграмма твердости и ее применение для определения характеристики прочности металлов / С.С. Васаускас, В.Ю. Жиднос // Заводская лаборатория. – 1962 – № 5. – С. 605–608.
9. Dao, M. Computational modeling of the forward and reverse problems in instrumented sharp indenters / M. Dao, N. Cholacoop, K.J. Van Vliet, T.A. Venkatesh, S. Suresh // Acta Mater. – 2001. – V. 49. – № 19. – P. 3899–3918.
10. Бакиров, М.Б. Математическое моделирование процесса вдавливания сферы в упруго-пластическое полупространство / М.Б. Бакиров, М.А. Зайцев, И.В. Фролов // Заводская лаборатория – 2001. – Т. 67. – № 1. – С. 37–47.
11. Pelletier, H. Limits of using bilinear stress- strain curve for finite element modeling of nanoindentation response on bulk materials / H. Pelletier, J. Krier, A. Cornet, P. Mille // Thin Solid Films – 2000. – V. 379. – № 1–2. – P. 147–155.
12. Смирнов, С.В. Влияние радиуса скругления вершины индентора на напряженно- деформированное состояние при внедрении индентора в упруго-пластический материал / С.В. Смирнов, Е.О. Экземплярова // Физическая мезомеханика. – 2009. – Т. 12. – № 6. – С. 73–78.
13. Барсуков, В.Г. Трибомеханика дисперсных материалов. Технологические приложения / В.Г. Барсуков, Б. Крупич. – Гродно: ГрГУ, 2004 – 240 с.
14. Мышкин, Н.К. Механика фрикционного контакта / Н.К. Мышкин, М.И. Петроковец – Гомель: ИММС НАНБ, 2000. – С. 58.
15. Кенько, В.М. Неметаллические материалы и методы их обработки / В.М.Кенько. – Мн.: Дизайн ПРО, 1998. – 240 с.
16. Богданович, П.Н. Трение и износ в машинах / П.Н. Богданович, В.Я. Прушак – Мн.: Выш. шк., 1999. – 374 с.
17. Мильман, Ю.В. Определение твердости по Мартелю при инструментальном индентировании – энергетическая концепция твердости материалов / Ю.В. Мильман, Л.В. Мордель // Актуальные проблемы прочности. Материалы 53 Международной научной конференции. 2–5 октября 2012 г. – Витебск, Беларусь. – Часть I. – С. 19–21.
18. Tabor, D. The hardness of metals. – Clarendon Press: Oxford, 1951. – 130 p.
19. Новожилов, В.В. Вопросы механики сплошной среды. – СПб.: Издательство С.-Петербург. ун-та, 2010. – 362 с.
20. Александров, А.В. Основы теории упругости и пластичности: учебник для строит. спец. вузов – М.: Высш. шк., 1990 – 400 с.

Материал поступил в редакцию 18.01.15

BARSUKOV V.G., KHVISEVICH V.M., CHIKOVA T.S., BARSUKOV V.V. The calculation estimate of constrain elastic- plastic deformation parameters of materials for indentation

The peculiarities of material indentation as following realize three stage process are looked. The initial stage is correspond to elastic deformation, the intermediate stage-to constrain elastic- plastic deformation, and the principal final stage- to free plastic deformation. The results of fulfilled investigation permit to realize the calculation estimate of constrain elastic- plastic deformation parameters of material for indentation. It's shown that sizes of contact spot correspond to engender of constrain elastic- plastic deformation region and exit of this region on indentation materials' surface are considerable smaller in comparison with indenters radius. According values of forces and stresses are determinate

УДК 628.16.087+631.171:636.5

Штепа В.Н., Прокопеня О.Н., Кот Р.Е., Пуха В.М.

МИКРОПРОЦЕССОРНАЯ СИСТЕМА ДОЗИРОВАНИЯ РЕАГЕНТОВ НА ОСНОВЕ НЕЧЁТКОЙ ЛОГИКИ

Введение. В силу распространенности процессов дозирования в различных отраслях промышленности существует потребность в производстве дозирующего оборудования внутри страны, поскольку

ку большая часть его в настоящее время импортируется. Для организации производства указанного оборудования отечественным машиностроительным комплексом необходимо обеспечить разработку

Штепа Владимир Николаевич, к.т.н., руководитель НИЛ «Экоинженерия и информационных технологий», доцент кафедры высшей математики и информационных технологий Полесского государственного университета.

Кот Роман Евгеньевич, научный сотрудник НИЛ «Экоинженерия и информационных технологий», доцент кафедры высшей математики и информационных технологий Полесского государственного университета.

Пуха Владимир Михайлович, научный сотрудник НИЛ «Экоинженерия и информационных технологий», доцент кафедры высшей математики и информационных технологий Полесского государственного университета.

Беларусь, 225710, г. Пинск, ул. Днепровской Флотилии, 23.