НЕОДНОРОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ В ДИФФЕРЕНЦИАЛАХ В АЛГЕБРЕ ОБОБЩЕННЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Т. И. Русина (Брест, Беларусь), О. Л. Яблонский (Минск, Беларусь)

В алгебре обобщенных случайных процессов $G(\tilde{T},\Omega)$ [1] рассматривается уравнение в дифференциалах, которое на уровне представителей примет вид:

$$\begin{cases} X_n(t+h_n) - X_n(t) = f_n(t, X_n(t))(B_n(t+h_n) - B_n(t)) + g_n(t, X_n(t))h_n \\ X_n(t)|_{[0,h_n)} = X_n^0(t), \end{cases} \tag{1}$$

где $h_n > 0$, $B_n(t) = (B * \rho_n^1)(t) = \int_0^{1/n} B(t+s)\rho_n^1(s)ds$, $f_n = f * \rho_n^2$, $g_n = g * \rho_n^2$, $\rho_n^i(t) \in \mathbf{C}^\infty(\mathbb{R}^i)$, $\rho_n^i(t) \geq 0$, $supp\ \rho_n^i(t) \subset [0;1/n]^i$, $\int_{[0;1/n]^i} \rho_n^i(s)ds = 1$, $i = 1,2$. Здесь $f \in C_B^2(\mathbb{R}^2)$ и $g \in C_B^1(\mathbb{R}^2)$, $B(t)$ — стандартный процесс броуновского движения. Пусть поток σ-алгебр $\mathcal{F}_t$ порожден $B(t)$.

Для описания пределов решений задачи (1) рассмотрим следующее уравнение

$$X(t) = x + (\theta)\int_0^t f(s, X(s))dB(s) + \int_0^t g(s, X(s))ds, \tag{2}$$

где $t \in T$, $x \in \mathbb{R}$, $\theta \in [0,1]$ и интеграл в правой части — стохастический θ-интеграл [2].

Введем в рассмотрение последовательность

$$K(n,h_n) = \iint\limits_{\substack{0 \leq s,\tau \leq 1/n \\ |s-\tau| \leq h_n}} \left(1 - \frac{|s-\tau|}{h_n}\right)\rho_n(s)\rho_n(\tau)\,ds\,d\tau.$$

Теорема 1. *Пусть $f \in C_B^2(\mathbb{R}^2)$, $g \in C_B^1(\mathbb{R}^2)$. Если $n \to \infty$, $h_n \to 0$, так что $1/n^2 = o(h_n)$ причем "начальное условие" задачи Коши (1) $X_n^0(t)$ принадлежит $\mathbf{L}^2(\Omega,\mathcal{A},P)$ и является $\mathcal{F}_{t+\frac{1}{n}}$ измеримым для любого $t \in [0,h_n)$ и, кроме этого, $\sup\limits_{t\in[0;h_n)} E[X_n^0(t) - x]^2 \to 0$, то для сходимости последовательности $X_n(t)$ решений задачи (1) в $\mathbf{L}^2(\Omega,\mathcal{A},P)$ и равномерно по $t \in T$ необходимо и достаточно, чтобы сходилась числовая последовательность $K(n,h_n)$.*

Теорема 2. *Пусть выполнены условия первой теоремы и $K(n,h_n) \to (1-2\theta)$, где $\theta \in [0;\frac{1}{2}]$, тогда при $n \to \infty$, $h_n \to 0$*

$$\sup_{t\in T} E[X_n(t) - X(t)]^2 \to 0,$$

где $X_n(t)$ и $X(t)$ — решение задачи Коши (1) и уравнения (2) соответственно.

Литература

1. *Лазакович Н. В.* Стохастические дифференциалы в алгебре обобщенных случайных процессов. *Доклады АН Беларуси.* Т. 38 № 5, (1994) 23–27.

2. *Яблонский О. Л.* Классификация способов аппроксимации стохастических интегралов в алгебре обобщенных случайных процессов. *Доклады НАН Беларуси.* Т. 44 № 2, (2000) 22–26.