

$t_1 - t_0 \geq \max\{m, l\}$; $A_i(t), i = \overline{1, m}, t \in T$ и $B_j(t), j = \overline{0, l}, t \in T$ — соответственно заданные $n \times n$ - и $n \times r$ -матрицы; $f(t), t \in T$ — заданная n -вектор-функция; $\xi(t), t \in T$ — дискретный случайный процесс с нулевым математическим ожиданием и заданной матрицей ковариации; $\varphi(t), t \in T_0$ — n -мерная случайная начальная функция с нулевым математическим ожиданием и заданной матрицей ковариации, принимающая значение при каждом $t \in T_0$ из заданного множества $\Phi(t) \subset R^n$; $A_{ij}, i, j = \overline{0, m-1}$ — заданные матрицы, $\alpha_j, j = \overline{0, m-1}$ — заданные n -мерные случайные векторы; E — символ математического ожидания.

Задача. Пусть заданы n -векторы $\alpha_j, j = \overline{0, m-1}$ и момент времени $t_1 \geq 0$. Среди всех начальных функций $\varphi(t), t \in T_0$ и управлений $u(t), t \in T$, порождающих решение $x(t, \varphi(t), u(t))$ системы (1), удовлетворяющее (3), требуется выбрать такие $\varphi^0(t), t \in T$ и $u^0(t), t \in T$, для которых целевой квадратичный функционал

$$J = E \left\{ \frac{1}{2} \sum_{t=t_0}^{t_1} x'(t) \alpha(t) x(t) + \frac{1}{2} \sum_{t=t_0}^{t_1} u'(t) \beta(t) u(t) \right\},$$

где "''" (штрих) — операция транспонирования, $\alpha(t), t \in T$ — симметричная и неотрицательная $n \times n$ -матрица, $\beta(t), t \in T$ — симметричная и положительная $r \times r$ -матрица, принимает наименьшее возможное значение.

Решение задачи сводится к следующему: 1) проверка существования допустимых начальных функций и управлений; 2) построение упрощенной задачи; 3) решение упрощенной задачи, и переход к первоначальной задаче.

ОБ АППРОКСИМАЦИИ СТОХАСТИЧЕСКИХ ИНТЕГРАЛОВ В АЛГЕБРЕ ОБОБЩЕННЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ. НЕОДНОРОДНЫЙ СЛУЧАЙ

Т.И. Русина (Брест, Беларусь)

С позиции алгебр обобщенных случайных процессов [1] исследованы аппроксимации стохастических θ -интегралов с неоднородными функциями и получены необходимые и достаточные условия сходимости, что позволяет классифицировать способы аппроксимации стохастических θ -интегралов в неоднородном случае.

Пусть $T = [0, a]$ — отрезок вещественной прямой R , $a \in R$, а (Ω, A, P) — полное вероятностное пространство. Обозначим через $B(t)$

процесс броуновского движения. В качестве обобщенного случайного процесса броуновского движения рассматривается элемент алгебры $G(\tilde{T}, \Omega)$ [1]: $\tilde{B}(t) = [B_n(t)]$, где $B_n(t) = (B * \rho_n)(t) = \int_0^{1/n} B(t+s)\rho(s)ds$,

$\rho_n(t) \in D(\mathbb{R})$, $\rho_n(t) \geq 0$, $\text{supp } \rho_n(t) \subset [0, 1/n]$ и $\int_0^{1/n} \rho_n(t)dt = 1$. Пусть $h_n > 0$, тогда

для всех $t \in T$:

$$E(B_n(t+h_n) - B_n(t))^2 = h_n \iint_{\substack{0 \leq s, \tau \leq 1/n \\ |s-\tau| \leq h_n}} (1 - \frac{|s-\tau|}{h_n}) \rho_n(s)\rho_n(\tau) dsd\tau = h_n K(n, h_n)$$

В качестве представителя обобщенной функции \tilde{f} [2], ассоциирующей $f(x, y) : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, рассматривается последовательность $f_n = f * \rho_n$, где

$$\rho_n(u, v) \in D(\mathbb{R}^2), \rho_n(u, v) \geq 0, \text{supp } \rho_n(u, v) \subset [0, 1/n]^2, \int_0^{1/n} \int_0^{1/n} \rho_n(u, v) du dv = 1.$$

Для всех $t \in T$ существует $m_t \in \mathbb{N}$, $0 \leq \tau_t \leq h_n$, такое, что $t = \tau_t + m_t h_n$.

Теорема 1. Пусть $f(x, y) \in C_B^2(\mathbb{R}^2)$, $f \neq \text{const}$. Конечная сумма

$\sum_{k=1}^{m_t} f_n(t_{k-1}, B_n(\tau_t + (k-1)h_n))(B_n(\tau_t + kh_n) - B_n(\tau_t + (k-1)h_n))$ сходится в $L^2(\Omega, A, P)$ и равномерно по $t \in T$ при $n \rightarrow \infty$, $h_n \rightarrow 0$ тогда, и только тогда, когда числовая последовательность $K(n, h_n)$ сходится при $n \rightarrow \infty$, $h_n \rightarrow 0$

Теорема 2. Пусть $f(x, y) \in C_B^2(\mathbb{R}^2)$, $f \neq \text{const}$. Конечная сумма

$\sum_{k=1}^{m_t} f_n(\tau_t + kh_n, B_n(\tau_t + kh_n))(B_n(\tau_t + kh_n) - B_n(\tau_t + (k-1)h_n))$ сходится в $L^2(\Omega, A, P)$ и равномерно по $t \in T$ при $n \rightarrow \infty$, $h_n \rightarrow 0$ тогда, и только тогда, когда числовая последовательность $K(n, h_n)$ сходится при $n \rightarrow \infty$, $h_n \rightarrow 0$.

Литература. 1. Лазакович Н.В. Стохастические дифференциалы в алгебре обобщенных случайных процессов // Доклады АН Беларуси. - 1994. - Т.38, №5. - С.23-27.

2. Егоров Ю.В. К теории обобщенных функций // Успехи математических наук. - 1990. - Т.45, вып.5 (275). - С. 3-40.

ПОСТРОЕНИЕ ОБРАТНЫХ СВЯЗЕЙ В ЗАДАЧЕ СЛЕДЯЩИХ СИСТЕМ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ЗАДАННЫХ ДВИЖЕНИЙ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Е.А. Ружицкая (г.Гомель, БЕЛАРУСЬ)

Пусть дана динамическая система

$$\dot{x} = Ax + bu,$$

(1)