

Е.Н. Швычкина, Е.Н. Рубанова
Беларусь, Брест, БрГТУ

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПАКЕТА В ЛЕКЦИИ «ЗНАКОЧЕРЕДУЮЩИЕСЯ РЯДЫ»

Использование компьютерных математических пакетов в процессе обучения математическим дисциплинам в технических вузах является актуальным и перспективным направлением [1]. На сегодняшний день среди таких компьютерных систем лидирует СКА *Mathematica*, которая является постоянно совершенствующейся системой. Система *Mathematica* позволяет превратить весь материал, подготовленный для лекции: пояснения, уравнения, примеры, иллюстрации и демонстрации – в динамическую презентацию, которую можно оперативно изменять [2].

При изучении студентами темы «Знакопеременные ряды», которая включена в программу дисциплины «Математика» для технических специальностей, возникает понятие «условной сходимости знакопеременных рядов». Для более осознанного понимания этого термина можно предложить использовать программные модули, которые находятся в свободном доступе на официальном сайте Wolfram Demonstration Project. Для использования на лекции модулей, приведенных ниже, не обязательно наличие программного продукта СКА *Mathematica* на компьютере, достаточно лишь доступа в Интернет, что позволяет использовать их онлайн. Также можно осуществить их демонстрацию в свободной для скачивания программе Wolfram CDF Player. Однако это очень сильно ограничивает возможности лекторов. В данной статье использование СКА *Mathematica* позволило авторам работы доработать и усовершенствовать программные модули с учетом требований программы ВУЗа. Например, для демонстрации условной сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ предложен следующий программный

модуль [2] (рисунок 1). Данный модуль осуществляет моделирование группировки слагаемых рассматриваемого знакопеременного ряда таким образом, чтобы его сумма равнялась заданному числу. На рисунке 1 показано, как сгруппировать члены ряда, чтобы его сумма равнялась 0,8. Изменяя положение ползунка, можно изменять значение суммы ряда. При этом ниже будет показан знакопеременный ряд, сгруппированный должным образом и соответствующие частичные суммы, посчитанные перед изменением знака с «+» на «-».

значение суммы ряда

примерное число изменений знака

показывать члены ряда

показывать частичные суммы

показывать число положительных и отрицательных слагаемых

Знакопеременный ряд:

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{6} + \frac{1}{9} - \frac{1}{8} + \frac{1}{11} - \frac{1}{10} + \frac{1}{13} - \frac{1}{12} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} - \frac{1}{14} + \frac{1}{19} - \frac{1}{16} + \frac{1}{21} - \frac{1}{18} + \frac{1}{23} - \frac{1}{20} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} - \frac{1}{22} + \frac{1}{29} - \frac{1}{24} + \dots$$

Частичные суммы непосредственно перед изменением знака:

{1, 0.5, 0.8333, 0.5833, 0.9262, 0.7595, 0.8706, 0.7456, 0.8365, 0.7365, 0.8135, 0.7301, 0.8556, 0.7842, 0.8368, 0.7743, 0.8219, 0.7664, 0.8099, 0.7599, 0.8369, 0.7915, 0.8259, 0.7843}

Количество членов, которые являются положительными, отрицательными, положительными, и т.д.:

{1, 1, 1, 1, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 1, 1, 1}

Рисунок 1 – Скриншот программного модуля, осуществляющего моделирование группировки слагаемых знакопеременного ряда

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Швычкина, Е. Н. Использование СКА Mathematica при математической подготовке студентов в техническом университете / Е. Н. Швычкина // Математическое моделирование и новые образовательные технологии в математике : сб. ст. / Брест, гос. ун-т им. А. С. Пушкина. – Брест : БрГУ, 2015. – С. 110–113.

2. Wolfram Web Resources [Electronic resource] / ed. S. Wolfram. – Champaign, 2013. – Mode of access: <http://www.wolfram.com>. – Date of access: 01.02.2014.

3. Mode of access: <http://www.demonstrations.wolfram.com/RearrangingTheAlternatingHarmonicSeries/>.

М.М. Юхимук

Беларусь, Брест, БрГТУ

**ОБИСЧЕЗАЮЩИХ НА БЕСКОНЕЧНОСТИ РЕШЕНИЯХ ЗАДАЧИ
О СКАЧКЕ В БЕСКОНЕЧНО СВЯЗНЫХ ОБЛАСТЯХ**

В краевых задачах теории аналитических функций часто требуется найти решение в классе функций, исчезающих на бесконечности. Мероморфную функцию $f(z)$ такого типа легко построить в виде $f(z) = r(z) \cdot \varphi(z)$, где $r(z)$ – правильная рациональная функция, а $\varphi(z)$ – мероморфная функция, ограниченная вне окрестностей своих полюсов (методы построения таких функций, полученных вариацией полюсов эллиптических функций, описаны в [1]). Рассмотрим способ построения ограниченной мероморфной функции, имеющей полюсы только первого порядка.

Пусть члены последовательности $(A_j)_{j=1}^{\infty} \subset \mathbf{C}$ удовлетворяют условию

$\sum_{j=1}^{\infty} |A_j| = A < +\infty$, а последовательность $(\gamma_j)_{j=1}^{\infty} \subset \mathbf{C}$ такова, что

$\inf_{\substack{j,k \in \mathbf{N} \\ j \neq k}} |\gamma_j - \gamma_k| = d > 0$. Рассмотрим функцию $\varphi(z) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{A_j}{z - \gamma_j}$. Пусть $\delta < \frac{d}{2}$ –

произвольное положительное число. Тогда $\forall z \in \bigcap_{j \in \mathbf{N}} \{z \in \mathbf{C} \mid |z - \gamma_j| \geq \delta\}$ получим

$|\varphi(z)| \leq \sum_{j=1}^{\infty} \frac{|A_j|}{|z - \gamma_j|} \leq \frac{1}{\delta} \sum_{j=1}^{\infty} |A_j| = \frac{A}{\delta}$. Таким образом, функция $\varphi(z)$ ограничена вне

δ -окрестностей своих полюсов, а функция $f(z) = r(z) \cdot \varphi(z)$, где $r(z)$ – произвольная правильная рациональная функция, будет стремиться к нулю при $z \rightarrow \infty$ вне окрестности полюсов функций $r(z)$ и $\varphi(z)$.

Построим теперь пример задачи о скачке в бесконечно связной области с исчезающим на бесконечности решением. Рассмотрим семейство контуров $L_k : |z - 2k| = r$ ($k \in \mathbf{N}$, $r < 1$). Введем обозначия: $D_k^+ = \{z \in \mathbf{C} \mid |z - 2k| < r\}$, $D^+ = \bigcup_{k \in \mathbf{N}} D_k^+$, $D^- = \mathbf{C} \setminus \overline{D^+}$. Поставим задачу нахождения кусочно-аналитической в

бесконечно связной области $D^- \cup D^+$ функции $\Phi(z)$, предельные значения которой непрерывны вплоть до кривых L_k и удовлетворяют на них краевым условиям