

## ПРОЕКТИРОВАНИЕ МУЛЬТИКОПТЕРНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

*Ширвель П.И., Чигарев А.В., Конон И.И.*

Белорусский национальный технический университет,  
Минск, Республика Беларусь

При проектировании систем управления и стабилизации любых летательных аппаратов важным этапом является выявление их динамических свойств как объекта управления. В данном проекте исследуется механика управления мобильной мехатронной системой на примере летательного аппарата типа мультикоптер. Отметим, что управление мультикоптером является достаточно сложной проблемой и в тоже время очень интересной задачей. Мехатронно-модульную систему изучаем на прочность, динамику и управление, включая элементы механики полета мультикоптера. Имеется обширная отечественная и зарубежная литература, посвященная построению математических моделей динамики движения летательных аппаратов. Настоящие исследования, в какой-то степени облегчая работу с этой литературой, дают рациональные приемы по выводу уравнений движения мобильных мехатронных систем, предлагают направления их решения и дальнейшей линеаризации, а также изучения статического и динамического равновесия мобильных мехатронно-модульных комплексов.

Мультикоптер (гексакоптер) моделируется, как комбинация шести роторов, работающих по принципу поперечной конфигурации. Конкретнее, рассматривается гексакоптер с известными техническими и физическими параметрами, движением которого можно управлять, изменяя силу тяги роторов двигателей в зависимости от скорости вращения пропеллеров (винтов). Довольно тонкий и легкий крестообразный каркас (рисунок 1) связывает двигатели, которые имеют закрытый корпус. В качестве последних рассматривается использование бесколлекторных двигателей. Все оси вращения винтов жестко закреплены и параллельны. Кроме того, они имеют фиксированный шаг вращения лопастей, потоки воздуха которых направлены вниз, чтобы получить направление подъемной силы вверх. Общее управление мультикоптером осуществляется путем изменения скорости вращения винтов. В качестве регулирующего устройства будет использоваться контроллер, задача которого состоит в стабилизации летающего робота в воздухе путем подачи управляющих сигналов всеми двигателями. Очевидно, что для выполнения качественного регулирования необходимо знать о динамическом поведении объекта.

Считаем, что мультикоптер движется относительно инерциальной системы отсчета, связанной с Землей и заданной декартовыми осями  $O_1x_1$ ,  $O_1y_1$  и  $O_1z_1$ , причем ось  $O_1z_1$  направлена противоположно вектору силы тяжести. В центре масс мультикоптера введем две подвижные системы координат: кенигову и связанную с телом.

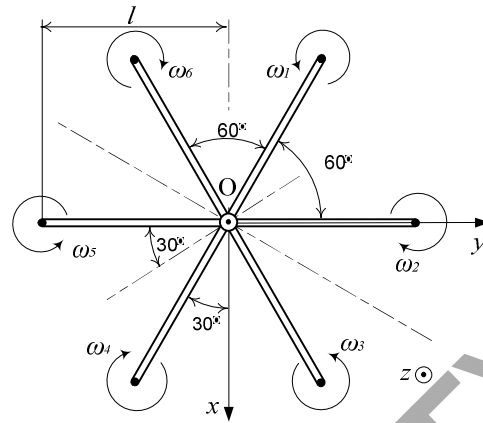


Рисунок 1

Кенигова система координат (с началом в центре тяжести мультикоптера) имеет строго фиксированное направление и ее оси параллельны осям  $O_1x_1y_1z_1$  (рисунок 2).

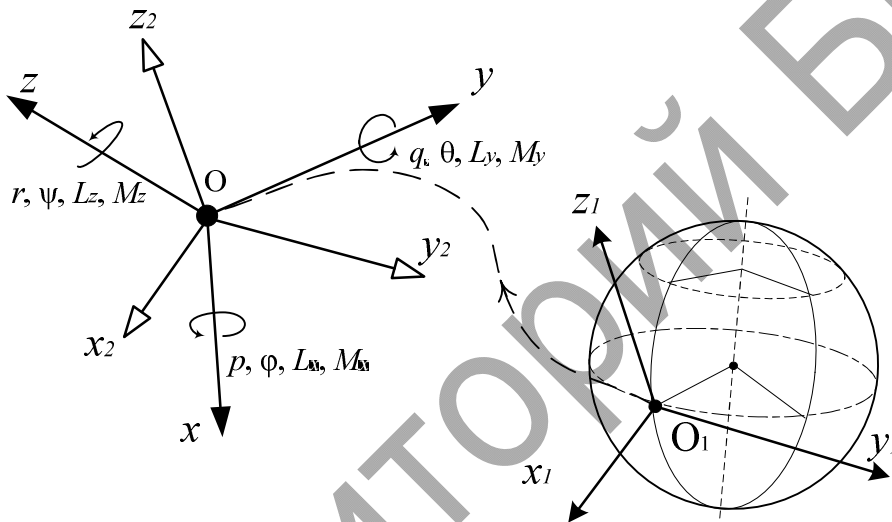


Рисунок 2

Так как управляющая сила прикладывается в подвижной системе координат, то уравнения движения мультикоптера (гексакоптера) будем записывать по отношению к связанной, как бы впаянной в тело, системы отсчета. Оси такой системы (рисунок 3) выходят из центра тяжести исследуемого объекта, который в дальнейшем будем считать неподвижным относительно корпуса аппарата. Ось  $Ox$  направлена вдоль строительной оси корпуса по направлению движения вперед. Ось  $Oy$  располагают в плоскости симметрии аппарата перпендикулярно оси  $Ox$  вправо (поперечная ось). Ось  $Oz$  дополняет систему до правосторонней. Связанная система  $Oxyz$  неподвижна относительно корпуса мультикоптера. Движение мобильного мехатронного комплекса будем описывать в компонентах действующих сил и моментов, линейных и угловых скоростей, а также текущего положения системы в пространстве.

Таким образом, при выводе дифференциальных уравнений движения рассматриваемой мобильной мехатронной системы делаются следующие допущения:

- мультикоптер рассматривается как абсолютно твердое тело, имеющее 6 степеней свободы – аппарат может совершать 3 линейных и 3 угловых (вращательных) перемещения;

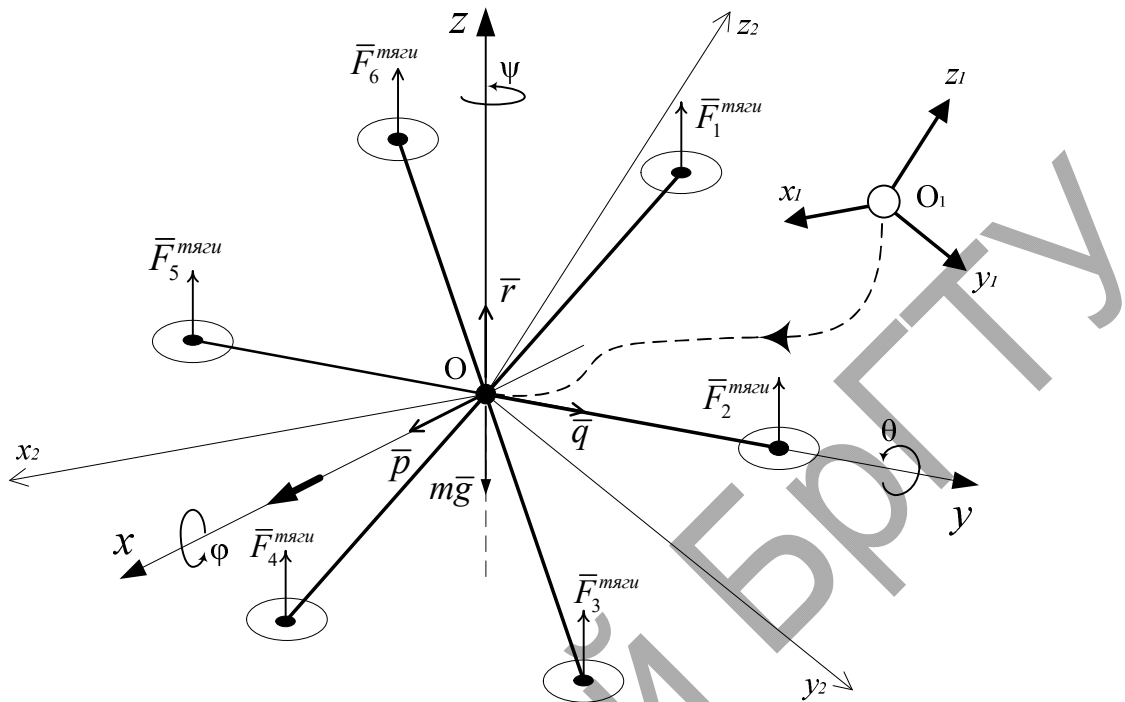


Рисунок 3

- не учитываются влияние ветра, а также сферичность и вращение Земли;
- мультикоптер имеет вертикальную (или вертикальную и продольную) плоскость симметрии;
- моменты инерции летательного аппарата постоянны.

Также принимаем, что динамика мультикоптера полностью определяется его полной массой, положением центра масс и тензором инерции. Здесь имеется в виду, что заданы все внешние силы и внешние связи, которые, в свою очередь, могут зависеть от формы тела или его частей. Детали распределения масс мобильной мехатронной системы никак не сказываются на его движении, т.е. если как-то перераспределить массы внутри летательного аппарата, что не изменится положение центра масс и тензор инерции тела, то не изменится и движение аппарата при заданных внешних силах (хотя, отметим, что при этом, вообще говоря, должны измениться внутренние напряжения в самом твердом теле).

Для оценки движения гексакоптера далее рассмотрим базовую модель, которая состоит из легкой крестообразной несущей конструкции с шестью винтами, установленными на ее концах. Нечетные винты (роторы 1,3,5) вращаются против часовой стрелки, в то время как четные (2,4,6) вращаются по часовой стрелке. Для получения уравнений движения мобильной мехатронной системы разложим движение мультикоптера на поступательное (вместе с центром масс) относительно системы координат  $O_1x_1y_1z_1$  и вращательное вокруг центра инерции  $O$ . Вообще говоря, для твердого тела конкретных размеров его поступательное и вращательное движения взаимосвязаны. В рассматриваемом случае – движение мультикоптера в пространстве – считаем, что эта взаимосвязь очень слабая. И в дальнейшем будем предполагать, что вращательное движение

происходит независимо от движения центра масс. Угловое положение мобильной мехатронной системы относительно ее центра инерции по трем осям задается углами крена, тангажа и рыскания, определяющими вращение мультикоптера вокруг осей  $Ox_2y_2z_2$  ( $O_1x_1y_1z_1$ ) соответственно. Связь между динамическими и кинематическими параметрами в инерциальной и подвижной системе координат будем задавать через матрицу поворота от подвижной к инерционной системе.

УДК 621.865:004.896

## РАЗРАБОТКА МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ МУЛЬТИКОПТЕРА

*Чигарев А.В., Ширвель П.И., Конон И.И.*

Белорусский национальный технический университет,  
Минск, Республика Беларусь

Настоящий проект подводит некоторый итог научных исследований коллектива авторов. Эти исследования были вызваны задачами определения в реальном режиме времени ориентации мобильных мехатронных систем типа «мультикоптер» с целью обеспечения дальнейших натурных и численных экспериментов в реальном воздушном и виртуальном 3D пространстве. Разработанные математические зависимости позволяют определить ориентацию гексакоптера, когда известны значения опорных физических параметров в данной точке пространства. Также в работе представлен последовательный вывод соотношений для механико-математической модели многофункционального мультикоптера с  $N$  двигателями, имеющим в общем случае только одну плоскость симметрии. Конкретнее, рассматривается гексакоптер с известными техническими и физическими параметрами, движением которого можно управлять, изменяя силу тяги роторов двигателей в зависимости от скорости вращения пропеллеров.

Считая мультикоптер твердым телом, рассмотрим движение свободного твердого тела, представленного на схемах выше. Примем, что  $m$  – масса аппарата,  $\bar{v}$  – скорость центра масс,  $\bar{L}$  – кинетический момент аппарата в его движении относительно центра масс,  $\bar{F}$  и  $\bar{M}$  – главный вектор и главный момент внешних сил относительно точки  $O$ . Из основных теорем динамики твердого тела следует, два векторных дифференциальных уравнения:

$\frac{d(\bar{K}_0)}{dt} = \sum_k \bar{F}_k$  и  $\frac{d\bar{L}_0}{dt} = \sum_i \bar{M}_i$ . Здесь  $\bar{K}_0 = m\bar{v}$  – вектор количества движения

мобильной мехатронной системы,  $\bar{F}_k$  – действующие внешние силы;  $\bar{L}_0 = J \cdot \bar{\omega}$  – вектор кинетического момента относительно центра масс,  $J$  – тензор инерции,  $\bar{\omega}$  – вектор угловой скорости мультикоптера относительно точки  $O$ ;  $\bar{M}_i$  – внешние моменты, действующие на мобильную мехатронную систему.

Так как управляющая сила (тяга движителей) прикладывается в подвижной системе координат, жестко фиксированной с телом, запишем уравнения движения в связанной системе  $Ox_2y_2z_2$  с учетом возможного вращательного движения аппарата (и одновременно с ним связанной системы координат с угловой скоростью  $\bar{\omega}$ ):