Е.В. Арабчик
Беларусь, Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

ИНВАРИАНТНЫЕ ПОДПРОСТРАНСТВА ПОДГРУПП ЛИ ГРУППЫ ЛИ ВРАЩЕНИЙ ПЯТИМЕРНОГО ПРОСТРАНСТВА ЛОРЕНЦА

Рассмотрим пятимерное пространство Лоренца, т.е. пространство L_5. Пусть G – группа Ли движений пространства L_5, H – группа Ли вращений пространства L_5, $\overline{G}$ – агебра Ли группы Ли G, $\overline{H}$ – алгебра Ли группы Ли H.

Для векторов пространства $\overline{G}$ определяется операция $[a, b]$ – коммутирование, а сам результат называется коммутатором. Операция коммутирования в алгебре Ли $\overline{G}$ определяется по правилу $[A, B] = AB - BA$, где $A, B \in \overline{G}$. Рассмотрим в алгебре Ли $\overline{G}$ базис $i_1, i_2,\ldots, i_{15}$. Соответственно

$$i_1 = e_{21},\ i_2 = e_{31},\ i_3 = e_{41},\ i_4 = e_{51},\ i_5 = e_{61},\ i_6 = e_{23}-e_{32},\ i_7 = e_{24}-e_{42},$$
$$i_8 = e_{25}-e_{52},\ i_9=e_{26}+e_{62},\ i_{10}= e_{34}-e_{43},\ i_{11} = e_{35}-e_{53},\ i_{12} = e_{36} +e_{63},$$
$$i_{13} = e_{45}-e_{54},\ i_{14} = e_{46} +e_{64},\ i_{15} = e_{56} +e_{65},$$

где $e_{\alpha\beta}$ - (6×6) – матрицы, у которых в α-й строке и в β-м столбце стоит 1, а остальные элементы нули. При этом вектора $i_1,\ldots, i_5$ задают базис алгебры Ли группы Ли параллельных переносов, а вектора $i_6,\ldots, i_{15}$ задают базис алгебры Ли $\overline{H}$.

В работе получены формулы для коммутаторов базисных векторов алгебры Ли $\overline{G}$, которые затем применяются для исследования свойств подгрупп Ли группы Ли G.

Т.А. Артюшеня, А.А. Трофимук
Беларусь, Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

О РАЗРЕШИМЫХ ГРУППАХ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ИНДЕКСАМИ *P*-СУБНОРМАЛЬНЫХ ПОДГРУПП

Рассматриваются только конечные группы. Все обозначения и используемые определения соответствуют [1].

В работе [2] было введено определение: подгруппа G группы G называется Р-субнормальной в G, если либо $H = G$, либо существует цепь подгрупп $H = H_0 \subset H_1 \subset \ldots \subset H_{n-1} \subset H_n = G$ такая, что $|H_i : H_{i-1}|$ – простое число для любого $i = 1,\ldots,n$. Обозначается $H\ \mathrm{P}\text{-}sn\ G$.

Введем следующие функции:

$$t(G) = \max_{p\in\pi(G)} t_p(G);$$

$$t_p(G) = max\{n \mid p^n \,\|\, |H^G : H|, H\ \mathrm{P}\text{-}sn\ G\},\ p\in\pi(G).$$

Здесь $p^k \| n$ означает, что p^k делит n, $k \in N \cup \{0\}$, но p^{k+1} не делит n; H^G – наименьшая нормальная подгруппа группы G, содержащая H; $|G:H|$ – индекс подгруппы H в группе G.

Получены точные оценки нильпотентной и производной длины разрешимой группы, у которой $t(G) \le 1$.

Теорема. *Пусть G – разрешимая группа и $t(G) \le 1$. Тогда нильпотеная длина не превышает* 4*, а производная длина фактор-группы $G/\Phi(G)$ не превы-шает* 5*,* 2*-длина и* 3*-длина не превышает* 2*, а p-длина не превышает* 1 *для $p > 3$.*

Пример. При помощи компьютерной системы GAP построена группа $G=[E_{3^2}]GL(2,3)$ порядка 432 с единичной подгруппой Фраттини. Здесь E_{3^2} – элементарная абелева группа порядка 3^2. Легко проверить, что $t(G)\le 1$. Кроме того, G имеет производную длину равную 5, нильпотентную длину равную 4, 2- и 3-длину равную 2. Таким образом, оценки инвариантов, полученные в теореме, являются точными.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Huppert, B. Endliche Gruppen I / B. Huppert // Berlin; Heidelberg; New York : Springer, 1967.

2. Васильев, А. Ф. О конечных группах сверхразрешимого типа / А. Ф. Васильев, Т. И. Васильева, В. Н. Тютянов // Сиб. мат. журн. – 2010. – Т. 51, № 6. – С. 1270–1281.

А.И. Басик, Н.В. Солопов
Беларусь, Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

СЛАБОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ТИПА РИМАНА–ГИЛЬБЕРТА ДЛЯ НОРМАЛЬНЫХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ В $\mathbf{R}^4$

Пусть $h>0$, через Ω обозначим множество

$$\left\{x=\left(x_1,x'\right)\in\mathbf{R}^4 \mid 0<x_1<h,\, x'\in\mathbf{R}^3\right\}.$$

Под задачей типа Римана–Гильберта будем понимать задачу отыскания решения $U=\left(u_1(x),u_2(x),u_3(x),u_4(x)\right)^T$ эллиптической системы

$$\Lambda U:=\sum_{j=1}^{4}A_j\frac{\partial U}{\partial x_j}+BU=F(x)\quad\left(x\in\Omega\right),\tag{1}$$

удовлетворяющего граничным условиям

$$u_1\big|_{x_1=0}=u_2\big|_{x_1=h}=u_3\big|_{\partial\Omega}=u_4\big|_{\partial\Omega}=0.\tag{2}$$

Здесь $A_1=E_4$ – единичная матрица четвертого порядка, A_2,A_3,A_4 – постоянные действительные квадратные матрицы размера 4×4, удовлет-воряющие соотношениям $A_kA_j^T+A_jA_k^T=2\delta_{jk}E_4\ \left(j,k=\overline{1,4}\right)$, T означает транспонирование, δ_{jk} – символ Кронекера; B,F – заданные в области Ω, соответственно матрица-функция размера 4×4 и четырёхмерный вектор-столбец.

Через $C_\Lambda(\Omega)$ обозначим класс бесконечно дифференцируемых вектор-функций U удовлетворяющих граничным условиям (2) и интегрируемых в квадрате по Ω вместе со всеми производными до второго порядка включительно. Замыкание $C_\Lambda(\Omega)$ по норме пространства $W_2^1(\Omega)$ обозначим через $S_\Lambda(\Omega)$. Через $\Lambda^*:=-A_1\frac{\partial}{\partial x_1}+\sum_{j=2}^{4}A_j\frac{\partial}{\partial x_j}+B^T$ обозначим формально сопряженный оператор оператору Λ, $S_{\Lambda^*}(\Omega)$ – соответствующее формально сопряженное пространство.

Будем называть вектор-функцию $U\in L_2(\Omega)$ слабым решением задачи (1), (2), если для любой вектор-функции $V\in S_{\Lambda^*}(\Omega)$ выполняется равенство