

2. Пусть $|\mu| > 1$. Оператор A_μ ограничен тогда и только тогда, когда $(\mu^k \alpha_k) \in l_2$. При этом A_μ ядерный,

$$\text{tr} A_\mu = \sum_{n=0}^{\infty} \mu^n \alpha_{2n}.$$

3. Пусть $|\mu| = 1$. Тогда $A_\mu = \Gamma_\mu V_\mu$, где Γ_μ – ганкелев, V_μ – унитарный, $V_\mu(x) = (\mu^k x_k)_{k=0}^{\infty}$. В частности, оператор A_μ ограничен тогда и только тогда, когда найдется такая функция $\psi \in L^\infty(T)$, что $\alpha_n = \hat{\psi}(n)$, при $n \in \mathbb{Z}^+$. При этом

$$\|A_\mu\| = \inf\{\|\psi\|_{L^\infty} : \alpha_n = \hat{\psi}(n), n \in \mathbb{Z}_+\}.$$

В теореме $\hat{\psi}$ являются коэффициентами Фурье данной функции.

Литература

1 Пеллер, В. В. Операторы Ганкеля и их приложения / В. В. Пеллер. – Москва-Ижевск: НИЦ Регулярная и хаотическая динамика, 2005. – 1028 с.

Е. В. Кузьмина

(БрГУ им. А. С. Пушкина, Брест)

ОБОБЩЕННЫЕ РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

Предметом исследования являются обобщенные решения линейного дифференциального уравнения

$$u' + \frac{s}{x}u = 0, \text{ где } s = \text{const}. \quad (1)$$

Пусть для определенности $u(-1) = (-1)^s$. В пространстве распределений уравнению (1) соответствует семейство уравнений вида

$$u' + s \left(P \left(\frac{1}{x} \right) + M \delta \right) u = 0, \quad (2)$$

где M – произвольная комплексная постоянная, $P\left(\frac{1}{x}\right)$ – обобщенная функция, заданная выражением $\left\langle P\left(\frac{1}{x}\right), \varphi \right\rangle = \int \frac{1}{x} \varphi(x) dx$, в котором интеграл понимается в смысле главного значения по Коши [1].

Теорема. Пусть $s = 2k - 1$, где $k \in \mathbb{N}$ и аппроксимация коэффициента $q = s \left(P\left(\frac{1}{x}\right) + M\delta \right)$ задана формулой

$$q_\varepsilon(x) = \lambda \frac{s}{x + i\varepsilon} + (1 - \lambda) \frac{s}{x - i\varepsilon}, \quad \text{где } \lambda = \frac{1}{2} - \frac{M}{2i\pi}.$$

Задача Коши для уравнения (2) разрешима в пространстве обобщенных функций тогда и только тогда, когда $M = i\pi - \frac{2i\pi t}{s}$, где t – целое число, такое, что $t \geq s$ или $t \leq 0$. При $t \geq s$ обобщенным решением является распределение $P\left(\frac{1}{x^s}\right) + \frac{(-1)^s}{(s-1)!} i\pi \delta^{(s-1)}$, а при $t \leq 0$ – распределение $P\left(\frac{1}{x^s}\right) - \frac{(-1)^s}{(s-1)!} i\pi \delta^{(s-1)}$.

Литература

1 Владимиров, В. С. Обобщенные функции в математической физике / В. С. Владимиров. – М.: Наука, 1979. – 320 с.

К. В. Пищик

(ГрГУ им. Я. Купалы, Гродно)

ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫЙ РАЦИОНАЛЬНЫЙ ПРОЦЕСС ЭРМИТА-ФЕЙЕРА НА ОТРЕЗКЕ

В работе построены интерполяционные рациональные функции Эрмита-Фейера на отрезке с узлами Чебышева-Маркова первого рода.

Пусть

$$m_n(x) = \cos \sum_{k=1}^n \arccos \frac{x + a_k}{1 + a_k x},$$