

## УСЛОВИЯ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ШАЗИ С ШЕСТЬЮ ОСОБЫМИ ТОЧКАМИ

Швычкина Е.Н. (БрГУ, Брест)

Рассмотрим дифференциальное уравнение Шази с шестью особыми точками вида

$$w''' = \sum_{k=1}^6 \frac{(w' - a_k')(w'' - a_k'') + A_k(w' - a_k')^3 + B_k(w' - a_k')^2}{w - a_k} + \sum_{k=1}^6 \frac{C_k(w' + a_k')}{w - a_k} + Dw'' + Ew' + \prod_{i=1}^6 (w - a_i) \sum_{k=1}^6 \frac{F_k}{w - a_k}. \quad (1)$$

Уравнение (1) содержит 32 функции по  $z: a_k, A_k, B_k, C_k, F_k$  ( $k = \overline{1,6}$ ), и  $D, E$ . Эти функции удовлетворяют специальной системе (S), состоящей из 31 алгебраического и дифференциального уравнения. Была доказана

**Теорема:** Если для дифференциального уравнения Шази вида (1), коэффициенты  $a_k, A_k, C_k, F_k$  ( $k = \overline{1,6}$ ), и  $D, E$  являются постоянными величинами,  $B_k = 0$  ( $k = \overline{1,6}$ ) и удовлетворяют системе (S), тогда система вида

$$\begin{cases} w'' = -f_1(z, w)w'^2 + f_2(z, w)v + f_3(w), \\ v' = -2f_1(z, w)w'v; \end{cases} \quad (2)$$

является эквивалентной уравнению (1).

**Пример.**

Рассмотрим систему (2) с фиксированными постоянными коэффициентами  $a_k$  ( $k = \overline{1,6}$ ) вида

$$a_1 = 1, \quad a_2 = -\frac{1}{2}, \quad a_3 = -\frac{1}{4}, \quad a_4 = -2, \quad a_5 = \frac{1}{4}, \quad a_6 = \frac{3}{2}.$$



Решая систему дифференциальных уравнений для определения коэффициентов системы (2), получим функции  $f_1(z, w)$ ,  $f_2(z, w)$ ,  $f_3(z, w)$ , аналитический вид которых не приводится по причине их громоздкости. Нахождение функций  $f_i(z, w)$  ( $i = \overline{1, 3}$ ) требует больших вычислений, которые были реализованы в СКА *Mathematica*. Решая задачу Коши для уравнения (1) с начальными условиями  $w(1) = 2$ ,  $w'(1) = 2$ ,  $w''(1) = 2$  и соответствующими начальными условиями для эквивалентной системы (2)  $w(1) = 2$ ,  $w'(1) = 2$ ,  $v(1) = 0$ , получим

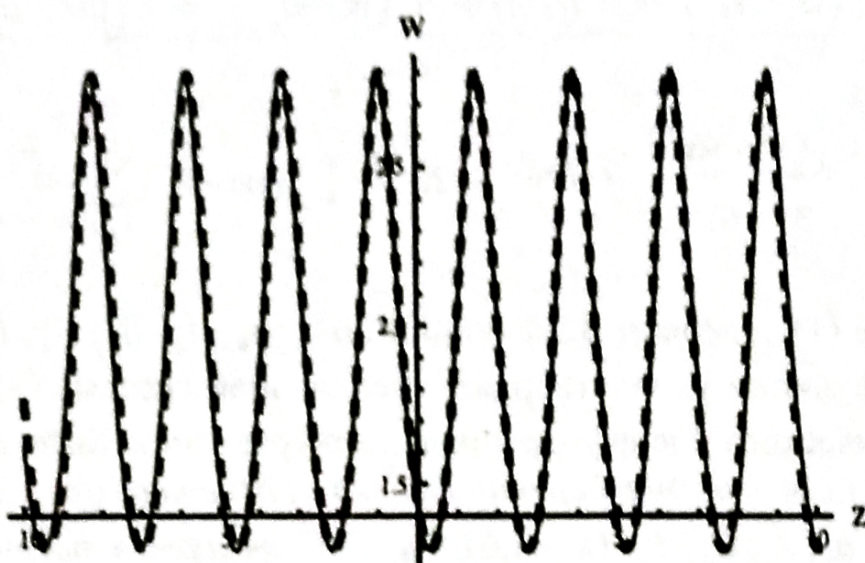


Рисунок 1. График функции  $w(z)$

Видим, что графики обоих частных решений совпадают. При этом сплошной линией изображено решение уравнения (1), а пунктирной линией решение системы (2).

#### Список литературы

- 1 Кудряшов, Н.А., Аналитическая теория нелинейных дифференциальных уравнений / Н.А. Кудряшов - Ижевск. - 2004. - 360 с.
- 2 Мартынов, И.П. О решении системы уравнений Шази/ И.П. Мартынов, А.В. Чичурин //Неінійні коливання 2009, Т.12, №1, с.92-98.
- 3 Прокопеня, А.Н. Применение системы Mathematica к решению обыкновенных дифференциальных уравнений./ А.Н. Прокопеня, А.В. Чичурин - Минск: БГУ, 1999. - 256 с.
- 4 Chazy, J. Sur les equations differentielles du troisieme order et d'ordre superieur, don't l'integrale generale a ses points critiques fixes./ J. Chazy Acta Math., 1911, N 34, p. 317 - 385.