УДК 517.948

О ВОССТАНОВЛЕНИИ СЕТОЧНЫХ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ ГРАНИЧНЫХ ЗАДАЧ ПОЛИНОМАМИ ЧЕБЫШЕВА

Трофимов А. В.
УО «Брестский государственный университет им. А.С.Пушкина», г. Брест
Научный руководитель – Мадорский В.М., кандидат физ.-мат. наук, доцент

Конечно-разностным методом решалась задача:

$$L[x, y(x), y'(x), y''(x)] = f(x),\ x \in [a,b],$$
$$L(y(a), y'(a)) = 0,$$
$$L(y(b), y'(b)) = 0.$$

В качестве конкретных представителей задачи рассматривались следующие три нелинейные краевые задачи:

1. $$y''(x) - (1 - y^2(x))y'(x) + y(x) = \tfrac{1}{9}(x^8 + 3x^3 - 9x^2 + 18x),\ 0 \le x \le 3,$$
$$y(0) = 0,\ y(3) = 9,$$
$$y(x) = \frac{x^3}{3}.$$

2. $$y''(x) + y'(x) + y(x) + y^3(x) = \cos x + \sin^3 x,\ -\pi \le x \le \pi,$$
$$y(-\pi) = y(\pi) = 0,$$
$$y(x) = \sin x.$$

3. $$y''(x) + (y'(x))^2 + y(x) + y^2(x) = 1,\ 0 \le x \le 2\pi,$$
$$y(0) = y(2\pi) = 0,$$
$$y(x) = \sin x.$$

Для восстановления в аналитическом виде приближённых сеточных решений использовалась неравномерная сетка, состоящая из n корней полинома Чебышева I рода.

Невязка на приближённые решения находилась по формуле:

$$\left\| L[x, y(x), y'(x), y''(x)] - f(x) \right\|_{L_2[a,b]}.$$

При решении задачи использовалось 3-ёх точечная аппроксимация производных по системе неравномерных узлов.

Нелинейная система решалась одним из нелокальных сверхлинейных итерационных процессов.[1]

Шаг 1. Решается линейное уравнение относительно Δx_n:

$$f'(x_n)\Delta x_n = -f(x_n),\ \ n = 0,1,2,...$$

Шаг 2. Вносится поправка в вектор x_n:

$$x_{n+1} = x_n + \beta_n \Delta x_n,\ \ n = 0,1,2,...,\ \ \beta_0 \in \lfloor 10^{-3}, 10^{-1} \rfloor.$$

Шаг 3. Если $\| f(x_{n+1}) \| < \varepsilon$, где ε - малая величина (параметр останова), то конец просчётов, иначе переход на шаг 4.

Шаг 4. Определяется новая шаговая длина: если $\|f(x_{n+1})\| < \|f(x_n)\|$, то $\beta_{n+1} = 1$ иначе

$$\beta_{n+1} = \min\left(1, \frac{\|f(x_n)\|\gamma_n}{\|f(x_{n+1})\|\beta_n}\right), \gamma_{n+1} = \frac{\|f(x_n)\|\gamma_n\beta_{n+1}}{\|f(x_{n+1})\|\beta_n}, n = 0,1,2,..., \gamma_0 = \beta_0^2$$

и осуществляется переход на шаг 1.

При тех же входных данных для всех трёх задач в таблице приведены средние арифметические невязок.

	Количество узлов		
N запуска	n=10	n=15	n=20
1	5,18939919947691E-17	6,29312212895089E-17	3,43767148499694E-17
2	3,56378524417662E-17	1,74632476698947E-16	1,80382886098853E-19
3	2,43007726719648E-18	2,43555942616395E-15	2,4967436032531E-18
4	2,43742222095381E-18	2,47662248315181E-15	2,55625438697336E-18

Аппроксамация полиномами Чебышева I рода весьма эффективна даже при малом количестве членов отрезка ряда Фурье.

Литература

1. Мадорский, В.М. Квазиньютоновские процессы решения нелинейных уравнений: монография / В.М. Мадорский. – Брест: Изд-во БрГУ, 2005. – 186 с.

УДК 519.95

ОПЕРАТОРНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ ДУ И СИСТЕМ С РАЗРЫВНОЙ ПРАВОЙ ЧАСТЬЮ

Тухто Н.Н.
УО «Брестский государственный технический университет», г. Брест
Научный руководитель – Тузик Т.А., доцент

В электротехнике очень часто приходится иметь дело с сигналами, которые нельзя представить в виде непрерывной функции. Так, например, в теории автоматического управления для исследования качества регулирования широко используются ступенчатые функции. Такие функции, имеющие конечное число разрывов первого рода (конечных) называются разрывными.

Уравнение, описывающее электрическую цепь, как правило является линейным дифференциальным уравнением (ЛДУ) первого или высших порядков. Поэтому возникает необходимость в решении таких уравнений с разрывной правой части.

Будем решать уравнения с помощью преобразования Лапласа [1-2]. В данной работе рассмотрены некоторые уравнения и системы уравнений такого типа.

Рассмотрим следующие примеры:

1. Найти решение дифференциального уравнения $x'' + x = f(t)$

$$f(t) = \begin{cases} 1, \text{ åñëè } 0 \le t < 1, \\ -1, \text{ åñëè } 1 \le t < 2, \\ 0, \text{ åñëè } t \ge 2. \end{cases}$$

при нулевых начальных условиях: $x(0) = 0,\ x'(0) = 0.$