

## МОДЕЛИ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ ДЛЯ РАСЧЁТА СВЯЗАННЫХ ДЕФОРМАЦИЙ И САМОНАПРЯЖЕНИЙ В ЭЛЕМЕНТАХ ИЗ НАПРЯГАЮЩЕГО БЕТОНА

**Введение.** Развитие технологий цементных бетонов в последнее десятилетие позволило получать так называемые бетоны с высокими эксплуатационными свойствами (англ. «High Performance Concrete»), но не избавило их от одного из главных недостатков – развития усадочных деформаций. Усадочные деформации в комбинации с относительно низкой прочностью бетона при растяжении (бетон по-прежнему остаётся искусственным камнем) приводит к тому, что в железобетонных конструкциях существует опасность образования трещин различной протяжённости и ширины раскрытия ещё до приложения проектных нагрузок.

Появление усадочных трещин приводит к нарушению предельных состояний эксплуатационной пригодности, снижает долговечность конструкций зданий и сооружений. Это особенно ощутимо в условиях перехода к строительству конструктивных систем из монолитного железобетона. В статически неопределимых конструктивных системах температурно-усадочные деформации могут не только снижать эксплуатационные характеристики конструктивных элементов, но и генерировать значительные по величине вынужденные усилия в конструктивных элементах. Температурно-усадочное трещинообразование в рамках традиционных подходов может быть ограничено или полностью исключено за счёт создания в элементах конструктивной системы предварительного напряжения (в случае монолитных конструкций – пост-напряжения). Однако механическое натяжение напрягающих элементов в построечных условиях является относительно трудоёмким процессом, требующим не только применения специальных механизмов и оборудования, но и персонала, имеющего высокую квалификацию. Баланс между конструктивно-технологическими преимуществами и экономическими затратами приходится искать в тех случаях, когда необходимо получать невысокие уровни обжатия бетона в конструктивном элементе, по существу лишь компенсирующие температурно-усадочные напряжения. Так, например, при возведении плоских дисков пост-напряжённых перекрытий рекомендовано, чтобы величина напряжений от обжатия напрягающими канатами составляла от 0,75 Н/мм<sup>2</sup> до 2,0 Н/мм<sup>2</sup>. Создание более высоких уровней обжатия в пост-напряжённых плоских плитах нерационально по ряду причин, включая необходимость установки дополнительного количества ненапрягаемой арматуры, имеющей сцепление с бетоном, ограничения дополнительных деформаций вертикальных элементов каркаса.

Применение напрягающего бетона при возведении железобетонных конструкций позволяет в ряде случаев не только компенсировать усадочные деформации, но и осуществить так называемый физико-механический способ предварительного напряжения конструкций [1].

Ещё в 1953 году известный французский исследователь И. Гийон в своей монографии [2] писал: «...Если будет получено значительное расширение бетона, обеспечивающее надлежащее натяжение арматуры, несомненно, мы получим совершенно новый способ предварительного напряжения балок».

Необходимо отметить, что за годы, прошедшие с момента разработки базовых положений теории самонапряжённого железобетона, некоторые из них вошли в противоречие с практикой и требуют корректировки. Это связано, очевидно, с тем, что на протяжении целого ряда лет практическое применение конструкций из напрягающего бетона опережало разработку теоретических положений, базировавшихся, главным образом, на энергетическом подходе. В некоторых случаях расчётные данные, полученные по эмпирическим зависимостям, не подтверждались результатами лабораторных ис-

пытаний и полевых измерений. Такая ситуация, безусловно, породила некоторое скептическое отношение как к собственно материалу, так и к методам расчёта конструкций из напрягающего бетона.

Вместе с тем, в последние годы проблема, связанная с исследованиями и практическим применением напрягающего бетона и самонапряжённых конструкций приобретает новое развитие. Это связано, главным образом, с тем обстоятельством, что до настоящего времени не найдены эффективные средства для борьбы с усадкой. Особенно ярко проблема усадки обозначилась, в частности, при получении высокопрочных бетонов с низким водо-вяжущим отношением, самоуплотняющихся бетонов высокой подвижности.

В ряде работ [3] показано, что применение расширяющегося или напрягающего цемента – это единственная возможность избежать негативных последствий усадки (в частности, аутогенной усадки) при производстве высокопрочных самоуплотняющихся бетонов.

Необходимо отметить, что до настоящего времени практическое применение конструкций из напрягающего бетона (главным образом это конструкции плоских плит на основании, элементы трубопроводов, сжатые элементы, решённые по схеме «бетон в стальной оболочке-трубе») базируется на лабораторном подборе составов и моделировании на опытных образцах требуемых параметров самонапряжения.

Вместе с тем, в последние годы возобновились попытки разработки расчётных аналитических моделей для определения связанных деформаций расширения, по значению (величине) которых можно рассчитать реакцию в ограничивающей связи, а далее из условий равновесия и соответствующую величину самонапряжения.

### 1. Аналитические модели, применяемые для расчёта собственных деформаций и напряжений элементов из напрягающего бетона

**1.1. Модели, основанные на энергетическом подходе.** В последние годы в публикациях зарубежных, а главным образом, японских исследователей [4, 5, 6], довольно активно развивается так называемый энергетический метод к оцениванию самонапряжения конструктивных элементов, изготовленных из напрягающего бетона при различных условиях ограничения деформаций свободного расширения. Следует отметить, что энергетический подход, базирующийся на законе сохранения энергии, сформулированный в начале 70-х годов прошлого столетия проф. В.В. Михайловым, в последние годы незаслуженно представляется достижением японского исследователя Y. Tsuji. Так, в его базовой статье [4], опубликованной в 1988 году, на которую ссылается большинство зарубежных исследователей, приводится следующее высказывание: «... Несколько лет назад (*Japan Concrete Journal*, vol. 19, №8, 1981) автором был предложен достаточно удобный метод, базирующийся на концепции количества работы, совершаемой при расширении... Этот метод позволяет выполнять оценивание самонапряжения несимметрично армированных элементов по результатам измерения количества работы, выполняемой одноосно ограниченным образцом с назначенным коэффициентом стального армирования, рассматриваемом в качестве базового или реферативного» ([4], с. 132).

\* «The author has proposed from some time ago a very convenient method based on conception of work quantity... Those methods are capable of making estimations by measuring work quantities of uniaxially restrained specimens with one kind of restraining steel ratio to be the reference for reinforced concrete members having reinforcing bars arranged asymmetrically in the direction of the cross-sectional height» [4], p. 132.

**Тур Виктор Владимирович**, профессор, доктор технических наук, заведующий кафедрой технологий бетона и строительных материалов Брестского государственного технического университета.

**Семенюк Ольга Сергеевна**, магистр технических наук, аспирантка кафедры технологий бетона и строительных материалов Брестского государственного технического университета.  
Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

Однако основы энергетического подхода были сформулированы ещё в начале 70-х годов прошлого столетия и изложены, в частности, в монографии проф. В.В. Михайлова и С.Л. Литвера [7].

Как отмечается в монографии [7], «... в результате упругого сопротивления, железобетон на напрягающем цементе расширяется в той степени, в какой увеличению его объёма сопротивляется то или иное количество арматуры. Иными словами, энергия расширения, которая при свободном расширении расходовалась бы на разрушение внутренних связей цементного камня бетона, теперь в значительной степени идёт на работу деформаций арматуры на растяжение и бетона на сжатие:

$$U_{CE} = 0,5 \cdot (P \cdot u_{CE} + P \cdot u_s) = 0,5 \cdot (\sigma_{CE} \cdot A_{CE} \cdot u_{CE} + \sigma_s \cdot A_s \cdot u_s) = 0,5 \cdot \sigma_{CE} \cdot A_{CE} \cdot \left( \frac{\sigma_{CE}}{E_c(t)} + u_s \right), \quad (1)$$

где  $U_{CE}$  – работа связанной деформации расширения;

$P$  – усилие, возникающее в бетоне и арматуре в результате самонапряжения;

$u_{CE}$  и  $u_s$  – деформации бетона и арматуры соответственно;

$\sigma_{CE}$  и  $\sigma_s$  – напряжения в бетоне и арматуре соответственно;

$A_{CE}$  и  $A_s$  – площадь сечения железобетонной конструкции и ограничивающей арматуры соответственно;

$E_c(t)$  – модуль упругости напрягающего бетона.

Учитывая, что  $\frac{\sigma_{CE}}{E_c(t)}$  величина малая по сравнению с  $u_s$ , ею можно пренебречь и считать:

$$U_{CE} = \frac{1}{2} \cdot P \cdot u_s. \quad (2)$$

Работа эта представляется площадью треугольника  $O_0A_0H_0$  на графике распределения усилий сопротивления осевому растяжению обычного предварительного напряженного элемента (см. рис. 4.1 [7]).

В качестве основного преимущества данной модели [7] определяли возможность выполнения расчётов величины самонапряжения без необходимости установления зависимостей, описывающих кинетику развития деформаций расширения во времени. Пользуясь данной моделью, производят расчёт величины самонапряжения бетона к моменту стабилизации процесса расширения напрягающего бетона, опираясь только на так называемую энергетическую марку по самонапряжению, определяемую в стандартных условиях [8].

В монографии [7] (с. 185) отмечается, что «... многочисленными исследованиями доказано, что независимо от количества арматуры в обеих зонах (сечения)  $A_{sc}$  и  $A_{st}$ , т.е. когда  $A_{sc} \neq A_{st}$ , бетон конструкции получает по сечению почти равномерное сжатие. Это объясняется тем, что арматура в каждой из зон осу-

ществляет одинаковую работу деформации, в результате чего деформации и усилия в арматурах этих зон получаются разными, конструкция теряет прямолинейность, а бетон обжимается равномерно». Опираясь на данное утверждение при составлении нормативных документов [9, 10] была принята гипотеза о равномерном распределении самонапряжений по сечению (так, согласно п. 3.1 [7] самонапряжение бетона принимается равномерно распределённым по сечению: равнодействующая сил обжатия приложена в центре тяжести бетонного сечения). Безусловно, что принятая гипотеза позволила существенно упростить задачу расчёта величины самонапряжений в сечениях элемента, минуя определение величины связанной деформации. Здесь сразу же следует отметить, что ввиду этого обстоятельства в течение длительного времени величина деформации свободного расширения игнорировалась в качестве расчётного параметра для определения связанных деформаций.

Основываясь на положения предложенного подхода, для определения величины самонапряжения элементов из напрягающего бетона при произвольном количестве и положении ограничивающей арматуры, была предложена мультипликативная модель, включённая в нормативные документы [9, 10, 11].

Величину самонапряжения к моменту стабилизации расширения было предложено определять исходя из марки бетона по самонапряжению (как некоторого базового или реферативного показателя, внесённого в нормы) с учетом влияния таких факторов, как коэффициент армирования, расположение арматуры в бетоне (одно-, двух-, трехосное армирование). При этом в качестве базового требования рассматривалось выполнение условий равновесия продольных сил. При произвольном положении ограничивающей арматуры величину самонапряжения согласно [11] рассчитывают по мультипликативной модели вида:

$$\sigma_{CE} = f_{CE,d} \cdot k_s \cdot k_p \cdot k_e \cdot k_w \cdot k_0, \quad (3)$$

где  $\sigma_{CE}$  – самонапряжение к моменту стабилизации процесса расширения, равномерно распределённое по высоте сечения;

$f_{CE,d}$  – марка бетона по самонапряжению (энергоактивности), определяемая в стандартных условиях [8], как величина сжимающих напряжений в бетонном образце, твердение и расширение которого происходит в условиях упругого ограничения, эквивалентного по жёсткости  $\rho_l = 1\%$  стального армирования (при  $E_s = 200$  ГПа), определённая к моменту стабилизации процесса расширения.

Пояснения к определению коэффициентов  $k_s, k_p, k_e, k_w, k_0$  даны в [11].

По существу, в представленной модели марка по самонапряжению напрягающего бетона  $f_{CE,d}$  является выражением некоторой эталонной работы, совершаемой единицей объёма материала при расширении в условиях ограничения, эквивалентного по жёсткости армированию стальным стержням с  $\rho_l = 1\%$  (при  $E_s = 200$  ГПа). При зафиксированном значении величины связанной деформации эта работа может быть выражена в энергетических терминах следующим образом:

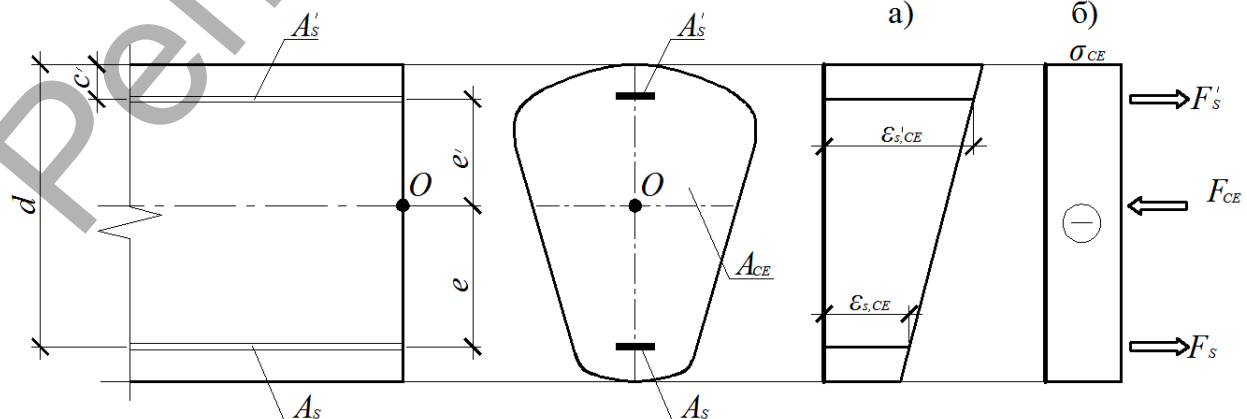


Рис. 1. Схема распределения связанных деформаций (а) и самонапряжений (б) по мультипликативной модели [11]

$$2 \cdot U_{CE} = \sigma_{CE} \cdot \varepsilon_{CE} \quad (4)$$

или:

$$U_{CE} = 0,5 \cdot \rho_l \cdot E_s \cdot \varepsilon_{CE}^2, \quad (5)$$

где  $\sigma_{CE}$  – величина самоупругости бетона в стандартных условиях ограничения (при  $\rho_l = 1\%$ ) к моменту стабилизации процесса расширения;

$\varepsilon_{CE}$  – связанная деформация, соответствующая достигнутой величине самоупругости.

Для стандартных условий ограничения при  $\rho_l = 1\%$  и  $E_s = 200$  ГПа работа, совершаемая напрягающим бетоном данной марки по самоупругости (энергоактивности) может быть записана в следующем виде:

$$U_{CE} = 0,5 \cdot 0,01 \cdot 200 \cdot 10^3 \cdot \varepsilon_{CE}^2 = 1000 \cdot \varepsilon_{CE}^2, \left[ \frac{\text{Н} \cdot \text{мм}}{\text{мм}^3} \right]. \quad (6)$$

При этом, как следует из закона сохранения энергии, эта работа является некоторой константой, независимо от изменения величины коэффициента армирования и положения арматурного ограничения в пределах сечения [7]. По существу, аналогичный подход был сформулирован в базовой работе Y. Tsuji [4].

При рассчитанной величине самоупругости  $\sigma_{CE}$  предварительные напряжения в арматуре  $\sigma_{s,CE}$  и  $\sigma'_{s,CE}$  определяются по следующим формулам:

$$\sigma_{s,CE} = \frac{\sigma_{CE} \cdot A_{CE} \cdot e'}{A_s \cdot (d - c')} ; \quad (7)$$

$$\sigma'_{s,CE} = \frac{\sigma_{CE} \cdot A_{CE} \cdot e}{A'_s \cdot (d - c')} , \quad (8)$$

где  $A_{CE}$  – площадь бетонного сечения;

$e$  и  $e'$  – расстояние от центра тяжести бетонного сечения до центра тяжести нижней и верхней ограничивающей деформации свободного расширения арматурной связи соответственно;

$A_s$  и  $A'_s$  – площадь нижней и верхней ограничивающей деформации свободного расширения арматурной связи соответственно;

$d$  – рабочая высота бетонного сечения;

$c'$  – расстояние от верхней грани бетонного сечения до центра тяжести верхней ограничивающей деформации свободного расширения арматурной связи.

В свою очередь, связанные деформации  $\varepsilon_{s,CE}$  и  $\varepsilon'_{s,CE}$  на уровне соответственно нижней и верхней арматурной связи, ограничивающей деформации свободного расширения напрягающего бетона (см. рис. 1), определяются по следующим формулам:

$$\varepsilon_{s,CE} = \frac{\sigma_{s,CE}}{E_s} ; \quad (9)$$

$$\varepsilon'_{s,CE} = \frac{\sigma'_{s,CE}}{E_s} , \quad (10)$$

где  $E_s$  – модуль упругости арматурной связи, ограничивающей деформации свободного расширения.

Как уже было отмечено ранее, основное преимущество модели, основанной на энергетическом подходе, определяли как возможность расчёта величины самоупругости в элементе к моменту стабилизации расширения, опираясь на так называемую энергетическую марку бетона по самоупругости ( $f_{CE,d}$ ), устанавливаемую в стандартных условиях [8] с применением одноосно симметрично армированных образцов с  $\rho_l = 1\%$ . Такой подход позволял выполнять расчёты без необходимости установления зависимостей, описывающих кинетику развития свободных деформаций расширения

во времени, изменения модуля упругости и функции ползучести напрягающего бетона в раннем возрасте.

В соответствии с [8] величина связанной деформации  $\varepsilon_{CE}$  может быть определена в стандартных условиях с использованием динамометрических кондукторов (см. рис. 1 в [8]) или бетонных образцов-призм с центральным стальным тязом при  $\rho_l = 1\%$ .

Следует отметить, что гипотеза о равномерном распределении самоупругостей по высоте сечения имеет свои ограничения и входит в противоречие с опытными данными [12], в частности, в тех случаях, когда имеет место резко несимметричное однорядное расположение арматуры в сечении. Так, например, располагая ограничивающую арматуру в один ряд по высоте бетонного сечения с эксцентриситетом относительно его центра тяжести  $\frac{e_s}{d_s} = 0,5$ , фор-

мально следует принять, что самоупругости распределены равномерно, но их величина (в соответствии с формулой (3)) снижается в 2 раза по сравнению с величиной самоупругостей в центрально армированном бетонном образце (при прочих равных условиях). Вместе с тем, для случая однорядного расположения арматуры невозможно рассчитать величину связанных деформаций, даже при том, что является справедливой гипотеза плоских сечений на стадии расширения напрягающего бетона. При данных условиях трудно утверждать о том, что равнодействующая самоупругостей будет располагаться в центре тяжести бетонного сечения (несовпадение равнодействующих в бетоне и арматуре ведёт к появлению неуравновешенного момента в сечении к моменту стабилизации расширения). Как было показано в монографии [1], величину собственных сжимающих напряжений (самоупругостей) следует в общем случае определять как результат обжатия равнодействующей в арматурном стержне к моменту стабилизации расширения (по существу, применение напрягающего бетона – это физико-химический способ натяжения арматурных стержней в процессе твердения и расширения вяжущего). При этом величина достигаемого самоупругости определяется исключительно достигаемой величиной упругой деформации бетона в процессе расширения. Как и в случае традиционной предварительно напряжённой конструкции условия равновесия после передачи обжимающего усилия, должны выполняться и в самоупруго-напряжённой конструкции.

В работе Y. Tsuji [4] представлен модифицированный вариант расчётной модели, базирующейся на положениях энергетического подхода и рассматривающей условия равновесия для сечений элемента к моменту стабилизации процесса расширения (см. рис. 2). При формулировании расчётной модели [4] в её основу были положены следующие предпосылки:

- связанные деформации расширения к моменту его стабилизации распределены линейно по высоте сечения, т.е. выполняется гипотеза плоских сечений на стадии расширения бетона в раннем возрасте;
- работа, совершаемая единицей объёма напрягающего бетона  $U_{CE}$  при деформировании ограничивающих связей является постоянной и не зависит от их жёсткости (коэффициента армирования сечения, внешних ограничивающих связей и т.д.);
- обеспечивается совместность деформаций бетона и арматуры на стадии расширения (не наблюдается смещения напрягающего бетона относительно ограничивающей арматуры).

В общем случае для сечения, имеющего симметрию относительно центральной оси, условия равновесия могут быть записаны:

$$\begin{cases} \int_{A_c} \sigma_{CE}(y_c) dA_c + \sum_{j=1}^k A_{s,j} \cdot \varepsilon_{s,j} \cdot E_s = 0; \\ \int_{A_c} \sigma_{CE}(y_c) \cdot y_c dA_c + \sum_{j=1}^k A_{s,j} \cdot \varepsilon_{s,j} \cdot E_s \cdot y_{s,j} = 0; \end{cases} \quad (11)$$

или переходя к численному интегрированию:

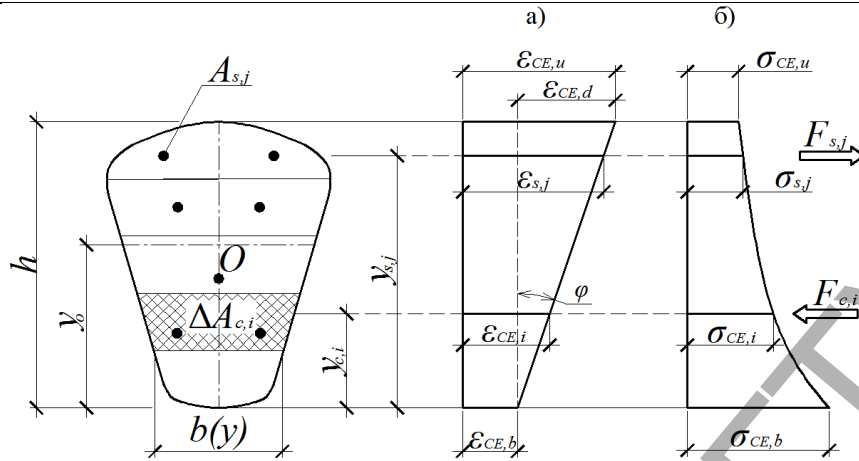


Рис. 2. Схема распределения связанных деформаций (а) и самонапряжений (б) при расчётах элемента из напрягающего бетона с многоярдым армированием в соответствии с модифицированной моделью [4]

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \sigma_{CE,i} \cdot \Delta A_{c,i} + \sum_{j=1}^k A_{s,j} \cdot \varepsilon_{s,j} \cdot E_s = 0; \\ \sum_{i=1}^n \sigma_{CE,i} \cdot y_{c,i} \cdot \Delta A_{c,i} + \sum_{j=1}^k A_{s,j} \cdot \varepsilon_{s,j} \cdot E_s \cdot y_{s,j} = 0. \end{cases} \quad (12)$$

Величину самонапряжения при установленном значении работы  $U_{CE}$ , совершаемой единицей объёма напрягающего бетона, определяют по формуле:

$$\sigma_{CE,i} = \frac{2 \cdot U_{CE}}{\varepsilon_{CE,i}}. \quad (13)$$

В соответствии с гипотезой плоских сечений, распределение связанных относительных деформаций по высоте сечения выражается:

$$\varepsilon_{CE,i} = \varepsilon_{CE,b} + \varphi \cdot y_{c,i}, \quad (14)$$

где  $\varphi$  – кривизна сечения на стадии расширения напрягающего бетона, определяемая по формуле:

$$\varphi = \frac{\varepsilon_{CE,u} - \varepsilon_{CE,b}}{h} = \frac{\varepsilon_{CE,d}}{h}. \quad (15)$$

Таким образом, уравнения (12) могут быть записаны через связанные относительные деформации в следующем виде:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \frac{2U_{CE} \cdot \Delta A_{c,i}}{\varepsilon_{CE,b} + \varepsilon_{CE,d} \cdot \frac{y_{c,i}}{h}} + \sum_{j=1}^k A_{s,j} \cdot \left( \varepsilon_{CE,b} + \varepsilon_{CE,d} \cdot \frac{y_{s,j}}{h} \right) \cdot E_s = 0; \\ \sum_{i=1}^n \frac{2U_{CE} \cdot \Delta A_{c,i} \cdot y_{c,i}}{\varepsilon_{CE,b} + \varepsilon_{CE,d} \cdot \frac{y_{c,i}}{h}} + \sum_{j=1}^k A_{s,j} \cdot \left( \varepsilon_{CE,b} + \varepsilon_{CE,d} \cdot \frac{y_{s,j}}{h} \right) \cdot E_s \cdot y_{s,j} = 0. \end{cases} \quad (16)$$

При разбиении сечения на элементарные площадки  $\Delta A_{c,i}$  можно записать окончательно:

$$\begin{cases} 2U_{CE} \cdot \Delta A_{c,i} \sum_{i=1}^n \frac{1}{\varepsilon_{CE,b} + \varepsilon_{CE,d} \cdot \frac{y_{c,i}}{h}} + \varepsilon_{CE,b} \cdot R_{1,1} + \frac{\varepsilon_{CE,d}}{h} \cdot R_{1,2} = 0; \\ 2U_{CE} \cdot \Delta A_{c,i} \sum_{i=1}^n \frac{y_{c,i}}{\varepsilon_{CE,b} + \varepsilon_{CE,d} \cdot \frac{y_{c,i}}{h}} + \varepsilon_{CE,b} \cdot R_{2,1} + \frac{\varepsilon_{CE,d}}{h} \cdot R_{2,2} = 0. \end{cases} \quad (17)$$

В уравнениях (11)–(17):

$\sigma_{CE,i}$  – самонапряжение в бетоне на уровне центра тяжести  $i$ -й элементарной площадки;

$\Delta A_{c,i}$  – площадь  $i$ -й элементарной площадки;

$A_{s,j}$  – площадь арматурной связи, ограничивающей деформации свободного расширения;

$\varepsilon_{s,j}$  – связанная относительная деформация на уровне  $j$ -го арматурного стержня в сечении;

$E_s$  – модуль упругости арматуры;

$y_{c,i}$  – расстояние от нижней грани сечения до центра тяжести  $i$ -й выделенной элементарной полосы бетона по высоте сечения;

$y_{s,j}$  – расстояние от нижней грани сечения до центра тяжести  $j$ -го арматурного стержня в сечении;

$U_{CE}$  – работа, совершаемая бетоном в стандартных условиях (центральное осевое ограничение стальным стержнем с  $\rho_l = 1\%$ ), определяемая в зависимости от заданной марки бетона по самонапряжению  $f_{CE,d}$ ;

$\varepsilon_{CE,i}$  – связанная относительная деформация в бетоне на уровне центра тяжести  $i$ -й элементарной полосы бетона;

$\varepsilon_{CE,b}$  – связанная относительная деформация бетона на уровне нижней грани сечения;

$\varepsilon_{CE,u}$  – связанная относительная деформация бетона на уровне верхней грани сечения;

$\varepsilon_{CE,d} = \varepsilon_{CE,u} - \varepsilon_{CE,b}$  – разность связанных относительных деформаций на уровне верхней и нижней грани сечения;

$h$  – высота бетонного сечения.

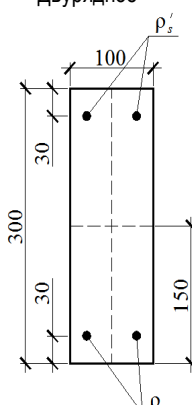
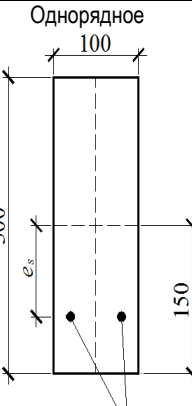
$$R_{1,1} = \sum_{j=1}^k A_{s,j} \cdot E_s; \quad R_{1,2} = R_{2,1} = \sum_{j=1}^k A_{s,j} \cdot E_s \cdot y_{s,j};$$

$$R_{2,2} = \sum_{j=1}^k A_{s,j} \cdot E_s \cdot y_{s,j}^2.$$

Решая совместно систему уравнений (17), а затем пользуясь формулой (14), устанавливают распределение по высоте сечения связанных деформаций, а далее – вычисляют распределение самонапряжений по высоте сечения, пользуясь зависимостью (13).

С использованием представленной модели был выполнен численный эксперимент. При проведении расчётов в первом случае (см. рис. 3 а), в), д)) рассматривали балку прямоугольного поперечного сечения с размерами  $b \times h = 100 \times 300$  мм, выполненную из напрягающего бетона и армированную стальными стержнями ( $E_s = 200$  ГПа), расположенными у противоположных граней сечения (расстояния от грани сечения до центра тяжести ближайших арматурных стержней – 30 мм). Для всех анализируемых вариантов суммарный коэффициент армирования сохранялся постоянным и равным стандартному

Таблица 1. Программа численного эксперимента

Схема армирования сечения	Коэффициент армирования сечения		$e_s$ , мм	№ рис. с соответствующими расчётами случаю эпюрами распределения связанных относительных деформаций и самонапряжений
	Верхними арматурными стержнями $\rho_{s'}^{\prime}$ , %	Нижними арматурными стержнями $\rho_{s_i}$ , %		
	0,1	0,9	96	3 а)
	0,3	0,7	48	3 в)
	0,5	0,55	6	3 д)
	–	1,0	96	3 б)
	–	1,0	48	3 г)
	–	1,05	6	3 е)

Примечание:  $e_s$  – эксцентриситет ограничивающей арматуры относительно центра тяжести бетонного сечения

$\Sigma \rho_l = 1\%$ . При проведении расчётов во втором случае (см. рис. 3 б), г), е) были сохранены условия численного эксперимента с двухрядным расположением армирования с тем отличием, что ограничивающая арматура с  $\Sigma \rho_l = 1\%$  располагалась в один ряд с переменным эксцентриситетом относительно центра тяжести бетонного сечения. При этом, значения эксцентриситетов  $e_s$  (расстояние от центра тяжести всей сосредоточенной арматуры в сечении до центра тяжести бетонного сечения) назначали такими же по величине, как и в случае несимметричного двухрядного армирования. Программа численного эксперимента представлена в таблице 1.

Модельная балка была выполнена из напрягающего бетона с энергетической маркой по самонапряжению  $f_{CE,d} = 1,6$  МПа (в соответствии с [8]). Для данной марки напрягающего бетона по самонапряжению величина связанной деформации составляет  $\varepsilon_{s,ref} = 80 \cdot 10^{-5}$ , а работа единицы объема напрягающего бетона, определённая в соответствии с формулами (5) и (6), составляет  $U_{CE,ref} = 64 \cdot 10^{-5}$  Н·мм/мм<sup>3</sup>. Решая систему уравнений (17), находили распределение связанных относительных деформаций по высоте сечения, а затем рассчитывали соответствующие им значения величины самонапряжения по следующим зависимостям:

- вариант 1: по формуле (13);
- вариант 2: по зависимости, предложенной проф. В.В. Михайловым:

$$\sigma_{CE,i} = 0,0085 \cdot (f_{CE,d})^{1,25} \cdot \left( \frac{1}{\varepsilon_{CE,i}} \right)^{0,25} \quad (18)$$

В формулу (18) энергетическую марку по самонапряжению напрягающего бетона  $f_{CE,d}$  следует подставлять в кг/см<sup>2</sup>, а результат расчёта величины самонапряжения  $\sigma_{CE,i}$  по зависимости (18) получают в МПа.

- вариант 3: как для внецентренно сжатого элемента в случае предварительного напряжения соответствующего ряда ограничивающей арматуры. В этом случае самонапряжённая конструкция рассматривается как вариант предварительно напряжённой конструкции, в которой натяжение арматуры выполнено физико-химическим способом. Распределение напряжений по высоте сечения в данном случае определяется по традиционной зависимости:

$$\sigma_{CE,i} = \frac{\sum F_{s,j}}{A_{CE}} \pm \frac{\sum F_{s,j} \cdot e_{s,j} \cdot y_{c,i}}{I_{CE}} \quad (19)$$

где  $F_{s,j}$  – усилие, возникающее в ограничивающей арматурной связи в результате расширения напрягающего бетона;

$e_{s,j}$  – эксцентриситет ограничивающих стальных стержней относительно центра тяжести бетонного сечения;

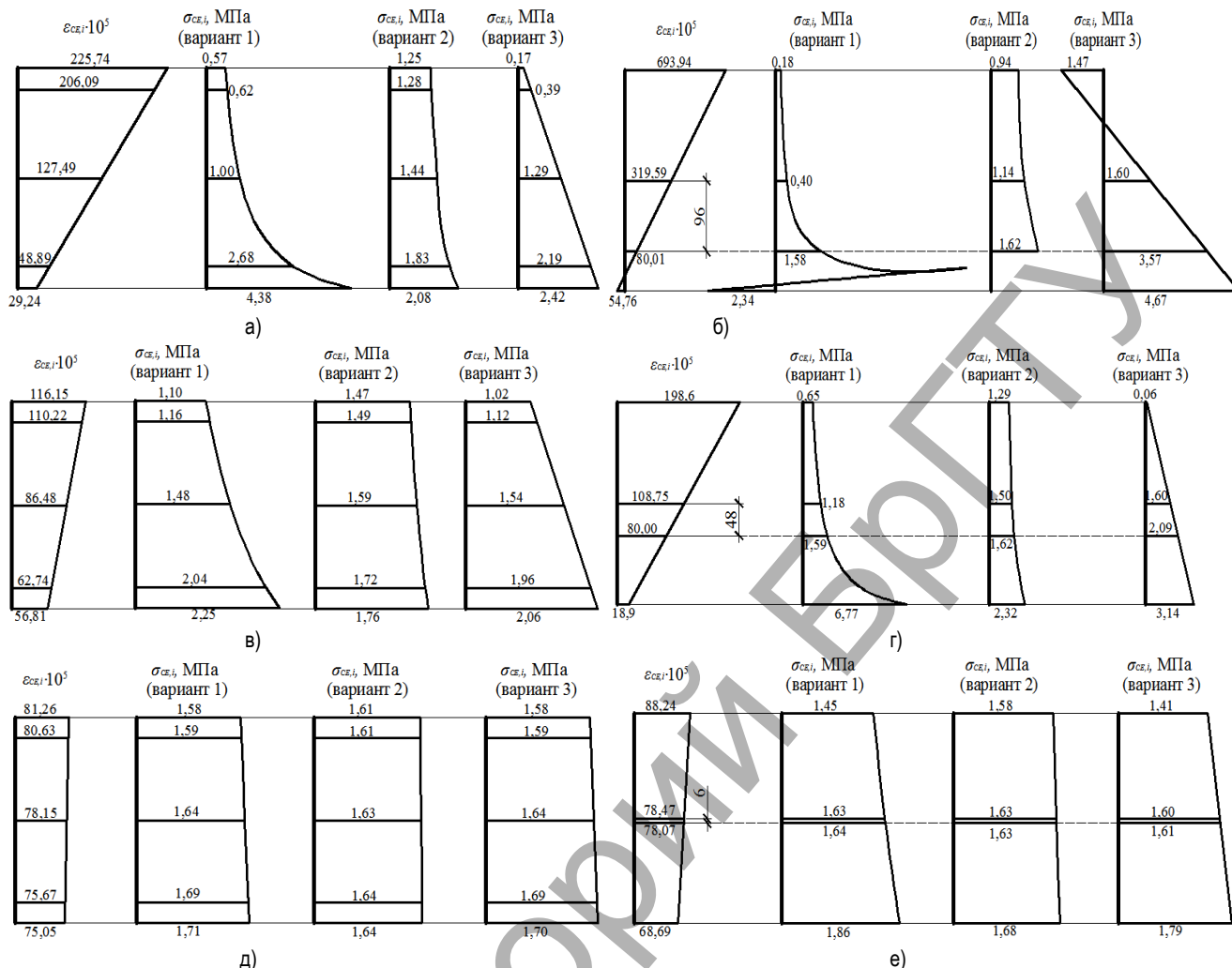


Рис. 3. Результаты расчётов по модели [4] при различных схемах армирования поперечного сечения

$U_{c,i}$  – расстояние от центра тяжести бетонного сечения до волокна, на уровне которого определяется величина самонапряжения;

$A_{CE}$  – площадь бетонного сечения;

$I_{CE}$  – момент инерции бетонного сечения.

Эпюры распределения связанных относительных деформаций и самонапряжений по высоте бетонного сечения, соответствующие различным расчётным ситуациям (рассматриваемые расчётные ситуации представлены в табл. 1) приведены на рис. 3 (величины связанных относительных деформаций и самонапряжений рассчитывались на уровнях верхней и нижней граней бетонного сечения, центра тяжести бетонного сечения, а также на уровне центра тяжести ограничивающих арматурных связей).

Результаты моделирования (см. рис. 3 а), в), д)) для случая двухрядного армирования поперечного сечения показали, что при увеличении эксцентриситета ограничивающей арматуры (смещение центра тяжести арматурного ограничения относительно центра тяжести бетонного сечения) относительные деформации, подчиняясь закону плоских сечений, распределяются всё более неравномерно. При этом, на эпюрах распределения самонапряжений (за исключением эпюры, построенной по результатам расчёта по формуле (19)) наблюдается возрастание напряжений в местах, где установлено большее количество ограничивающей арматуры. При том, что градиент напряжений для основной части сечения является довольно малым. Кроме того, имеет место несовпадение в распределении напряжений, вычисленных по варианту 3 (как для традиционной преднапряжённой конструк-

ции исходя из зафиксированного усилия в арматуре) и по вариантам 1 и 2 (по зависимостям (13) и (18) для вычисления  $\sigma_{ср,i}$ ).

Обращает на себя внимание тот факт, что при сформулированном подходе для сечения с двухрядным расположением арматурного ограничения, только в случае его симметричного расположения по высоте сечения имеет место равномерное распределение самонапряжений. При этом, пользуясь зависимостью проф. В.В. Михайлова, вычисленные напряжения имеют наименьший градиент (что, очевидно, позволило записать в [7] утверждение о том, что «... Независимо от количества арматуры в обеих зонах сечения, т.е. когда  $A_s \neq A'_s$ , бетон конструкции получает по сечению практически равномерное сжатие»).

Как следует из результатов численного моделирования (см. рис. 3 б), г), е)) для случая однорядного армирования поперечного сечения, только в случае малых эксцентриситетов могут быть получены приемлемые решения. При этом, даже в данном случае наблюдается существенное несовпадение с решениями, полученными при двухрядном расположении арматуры при прочих равных условиях (равные значения коэффициентов армирования и эксцентриситетов ограничивающей связи относительно центра тяжести бетонного сечения), исключение составляют только центрально армированные элементы (рис. 3 д) и е)). Формально условия равновесия для сечения, записанные в виде системы уравнений (17), выполняются при некоторой комбинации фибровых деформаций. Однако трудно утверждать, что полученные распределения относительных деформаций соответствуют опыту, имеют физический смысл и адекватно описывают процесс расширения напрягающего бетона элемента.

Обращает на себя внимание следующий факт: в случае одно-рядного расположения армирования (см. рис. 3 б), г), е)), независимо от эксцентриситета ограничивающей связи, связанные относительные деформации на уровне арматуры остаются практически постоянными и близкими к  $\epsilon_{s,ref} = 80 \cdot 10^{-5}$ , что соответствует величине связанной относительной деформации элемента с центральным (осевым) расположением ограничивающей связи (при  $\frac{e_s}{d_s} = 0$ ). При этом, вращение эпюры, показывающей распределе-

ния относительных деформаций, происходит относительно точки, соответствующей связанной деформации ограничивающей арматуры. Представленные результаты расчёта противоречат опытным данным, полученным при испытаниях элементов с несимметричным однорядным армированием, полученных, например, в работе [12] (см. рис. 4). При этом для условий однорядного армирования только в случае очень малых эксцентриситетов (т.е. когда  $\frac{e_s}{d_s} \rightarrow 0$ ) удаётся получить решения, близкие к опытным данным (деформациям, зафиксированным по измерениям в опытах).

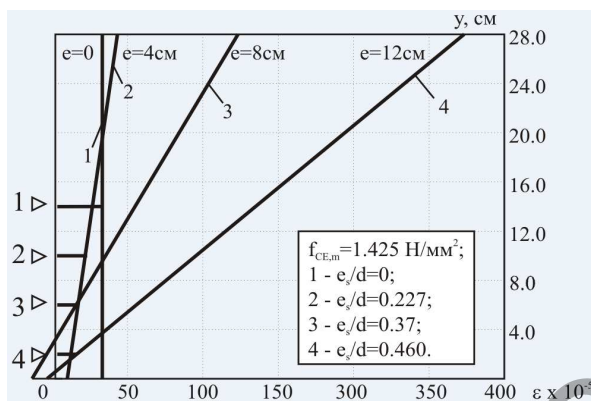


Рис. 4. Распределение связанных относительных деформаций опытных балок с однорядным армированием по высоте сечения к моменту стабилизации процесса расширения по результатам исследований [12]

Это объясняется тем, что в рамках сформулированного энергетического подхода величина связанной деформации при произвольном коэффициенте армирования может быть записана в следующем виде [6]:

$$\epsilon_s = \sqrt{\frac{\rho_{I,ref}}{\rho_I}} \cdot \epsilon_{s,ref} \quad (20)$$

где  $\epsilon_s$  – связанная относительная деформация ограничивающей связи при произвольном коэффициенте армирования  $\rho_I$ ;

$\epsilon_{s,ref}$  – связанная относительная деформация ограничивающей связи в стандартных условиях, соответствующих ограничению с коэффициентом армирования  $\rho_{I,ref}$ .

В исследованиях [6] показано, что при возрастании коэффициента армирования наблюдается стабилизация самонапряжений и их прирост заметно снижается. Это связывают главным образом с тем, что для активных напрягающих бетонов процесс расширения может интенсивно развиваться в направлении, перпендикулярном направлению ограничивающего армирования. На основании обширных экспериментальных исследований [6] была предложена зависимость (20), которая может быть преобразована к следующему виду:

$$\epsilon_s = \left( \frac{\rho_{I,ref}}{\rho_I} \cdot \sqrt{\frac{1,57 \cdot \rho_I}{0,0057 + \rho_I}} \right) \cdot \epsilon_{s,ref} \quad (21)$$

Обозначения в формуле (21) аналогичны обозначениям в формуле (20).

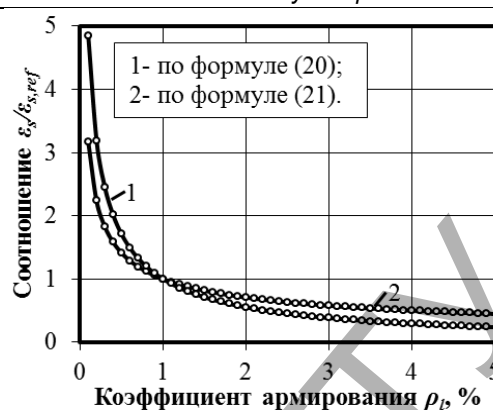


Рис. 5. Сравнение результатов расчёта соотношения  $\epsilon_s / \epsilon_{s,ref}$  по зависимостям (20) и (21)

На рис. 5 показаны графики, связывающие отношение  $\epsilon_s / \epsilon_{s,ref}$  и коэффициент армирования  $\rho_I$ , полученные по расчётным зависимостям (20) и (21). Как видно из представленного сравнения, только в диапазоне значений коэффициента армирования, близких к  $\rho_I = 1\%$ , результаты расчётов по зависимости (20) существенно не отличаются от результатов расчёта по зависимости (21). Вместе с тем, как в одном, так и в другом случае, следует вводить ограничение на применение данных зависимостей: при  $\rho_I \rightarrow 0\%$ , т.е. для образцов напрягающего бетона, расширяющихся свободно (без ограничения), связанная деформация должна приближаться к деформации свободного расширения. Формально, из зависимостей (20) и (21) следует, что в данном случае  $\epsilon_s \rightarrow \infty$ . Равно, как и при  $\rho_I \rightarrow \infty$  (условно абсолютно жёсткое ограничение деформаций свободного расширения), в соответствии с зависимостями (20) и (21) связанная деформация  $\epsilon_s \rightarrow 0$ , а, следовательно, и величина самонапряжения стремится к нулю, что, опять же, приводит к потере физического смысла. Так, в ряде публикаций утверждается, что оценить истинное значение собственных напряжений (по существу энергоактивность материала), возможно только в условиях абсолютно жёсткого ограничения [1].

Следует обратить внимание на то, что напряжения, рассчитанные по зависимостям (13) и (18), распределены нелинейно по высоте сечения (см. рис. 3).

При этом, даже в случае двухрядного (многорядного) расположения арматурных стержней (как ограничивающих связей) сложно ожидать, что самонапряжения (а это по сути напряжения, генерированные упругой составляющей деформации расширения) к моменту стабилизации процесса свободного расширения будут распределены по высоте сечения нелинейно.

Как неоднократно подчёркивалось в работах [1, 7], применение напрягающего бетона следует рассматривать как физико-химический способ создания предварительного напряжения элемента, когда натяжение арматурных стержней осуществляется при её деформировании в процессе твердения и расширения напрягающего бетона (при реализации твердофазового механизма расширения по проф. В.В. Михайлову).

Безусловно, в процессе расширения напрягающего бетона (особенно в ранней фазе твердения) происходит непрерывное перераспределение внутренних усилий в сечении элемента в результате проявления неупругих свойств материала в раннем возрасте. Вместе с тем, реакцию, уравновешивающую усилие в ограничивающей связи, даёт только упругая составляющая деформаций в бетоне. С учётом результатов проведённого численного анализа, представляется целесообразным рассматривать полную деформационную модель расширяющейся композитной системы в условиях внешнего ограничения.

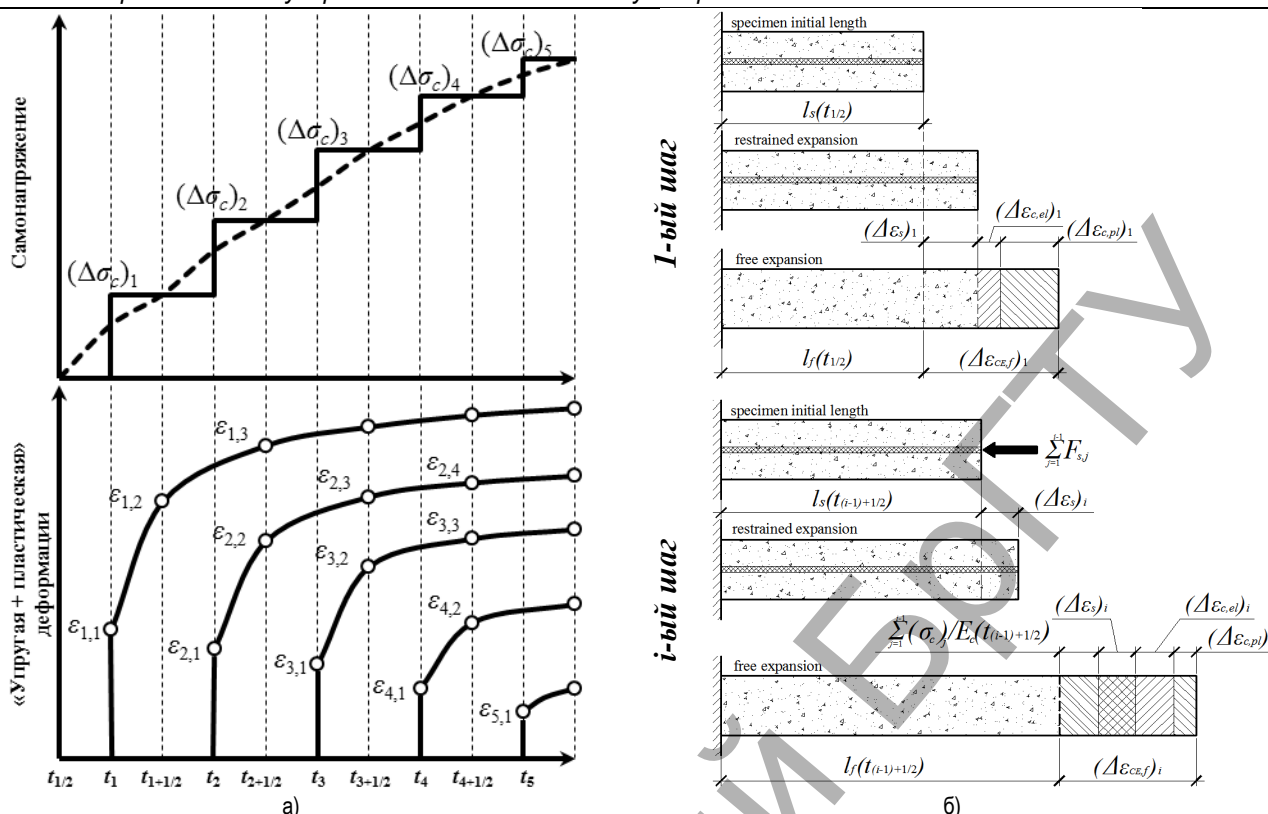


Рис. 6. Схема развития во времени приращений напряжений и относительной деформации (а) и расчётная схема к определению связанных относительных деформаций расширения для случая ограничивающей связи конечной жёсткости (б)

**1.2. Модели, основанные на деформационном подходе. Модифицированная деформационная модель для расчёта собственных деформаций.** Базовые положения деформационной модели расширяющейся композитной системы для различных уровней моделирования рассматривались в наших работах [13].

В последние годы этому направлению уделяется всё более широкое внимание в публикациях зарубежных исследователей [3, 14], в которых используются, как правило, общие модели для расчёта деформаций усадки и расширения, температурных деформаций.

Базовые уравнения для расчёта собственных связанных деформаций включают, как правило, относительные деформации свободного расширения (усадки) – как базовую характеристику, функции ползучести бетона и модуля упругости бетона в раннем возрасте, а также степень упругого ограничения относительных деформаций свободного расширения.

Практически все наиболее известные решения в рамках деформационной модели сводятся к рассмотрению дискретной деформационной модели, в которой процесс расширения рассматривается на элементарных временных интервалах  $\Delta t_i$ , на которых происходит приращение деформаций свободного расширения, и учитывается изменение физико-механических свойств материала, включая развитие деформаций ползучести в раннем возрасте (см. рис. 6 а). При этом базовые уравнения для вычисления связанных деформаций записывают только для «первого элементарного шага» – для временного интервала  $\Delta t_1$ .

В общем случае базовое уравнение для определения приращения эффективной относительной деформации свободного расширения  $d\epsilon_{CE,f}$  в условиях осевого может быть записано в виде алгебраической суммы:

$$d\epsilon_{CE,f} = d\epsilon_s + d\epsilon_{c,el} + d\epsilon_{c,pl}, \quad (22)$$

где  $d\epsilon_s$  – приращение связанной относительной деформации ограничивающей связи;

$d\epsilon_{c,el}$  – приращение упругой части относительной деформации напрягающего бетона;

$d\epsilon_{c,pl}$  – приращение пластической части относительной деформации напрягающего бетона.

Величина приращения связанной относительной деформации расширения выражается из (22) следующим образом (см. рис. 6 б):

$$d\epsilon_s = d\epsilon_{CE,f} - d\epsilon_{c,el} - d\epsilon_{c,pl}. \quad (23)$$

Следует отметить, что концепция данной модели применена в работе [3] к расчёту связанных деформаций расширяющихся бетонов и далее проверена на опытных данных, полученных авторами. Как следует из сравнения, приведенного в [3], расчёт в соответствии с данной моделью даёт вполне приемлемое совпадение с опытом для элементов как с однорядным, так и с двурядным армированием сечения. Вместе с тем, попытка применить данную модель к опытным данным, полученным другими авторами (в частности к данным, полученным в рамках настоящих исследований), показала, что результаты расчёта имеют значительную погрешность (см. раздел 2.4) при сравнении с экспериментальными данными. Анализ показал, что в опытах [3] были испытаны бетоны, полученные с применением расширяющихся добавок, позволяющих получить относительную деформацию свободного расширения к моменту стабилизации процесса расширения не более 0,04%. При этом стабилизация процесса расширения (как и в подавляющем большинстве опытов других зарубежных авторов, например [5, 14]) наступала в довольно раннем возрасте бетона (не позднее, чем на пять суток после изготовления и хранения образцов). Следует отметить, что в случае применения энергоактивных напрягающих бетонов с деформацией свободного расширения более 0,2%, стабилизация свободного расширения которых наступает в более поздние сроки (на 14-е и более суток), а уровень самонапряжения в стандартных условиях ограничения может превышать 3 МПа.

Применение активного напрягающего бетона позволяет осуществить натяжение арматурных стержней. В таких условиях нельзя пренебречь приращениями усилия в арматурных стержнях, возникаю-



щими на очередных этапах приращения относительных деформаций и для последующих этапов расширения выступающими в качестве внешней нагрузки, как это сделано в работе [3]. Именно в результате действия этой реакции, выступающей в качестве дополнительного ограничения деформаций свободного расширения, наблюдается снижение скорости развития связанных деформаций по отношению к скорости развития деформации свободного расширения, что наблюдалось при проведении экспериментальных исследований. Подобные соображения высказывались ранее в наших работах [14].

**1.2.1. Случай симметричного расположения связей конечной жёсткости.** С учётом выполненного анализа, для расчёта величины связанных деформаций, а далее и самонапряжений, предложена модифицированная модель, учитывающая влияние реакции ограничения на развитие деформаций расширения на последующих (отличных от первого) временных интервалах.

При разработке деформационной модели для определения собственных деформаций и самонапряжений приняты следующие предпосылки:

1. Приращение связанной деформации напрягающего бетона на стадии расширения на произвольном  $i$ -м временном интервале для заданного уровня ограничения определяется как алгебраическая сумма относительных деформаций свободного расширения, упругой и пластической деформации напрягающего бетона, а также упругой относительной деформации напрягающего бетона от усилия в ограничивающей связи, достигнутого к началу расширения напрягающего бетона на произвольном  $i$ -м временном интервале (данное усилие рассматривается в качестве дополнительного ограничения деформаций свободного расширения напрягающего бетона).
2. Все усилия, действующие на стадии расширения напрягающего бетона, относятся к категории внутренних и взаимоуравновешены. Рассматриваются совместно уравнения равновесия, уравнения совместности деформаций и физические законы, описывающие изменение прочностных и деформационных характеристик напрягающего бетона в раннем возрасте (в том числе модуля упругости и функции ползучести), а также кинетику развития собственных деформаций свободного расширения.
3. На стадии расширения напрягающий бетон и ограничивающая арматура деформируются совместно после достижения бетоном начальной прочности  $f_{cm,0}(t) \geq 7,5$  МПа.
4. Для стадии расширения является справедливой гипотеза плоского сечения (линейное распределение связанных относительных деформаций по высоте сечения).
5. Самонапряжения в элементе определяют только как результат упругой деформации напрягающего бетона при расширении и могут быть вычислены по величине реакции в ограничивающей связи как для традиционного предварительно напряжённого элемента.

Для случая симметричного расположения ограничивающей связи конечной жёсткости (см. рис. 6 б) базовое уравнение для расчёта прироста связанной относительной деформации расширения  $\Delta \epsilon_s(t_{i+1/2})$  на произвольном  $i$ -ом временном интервале может быть записано в следующем виде:

$$\Delta \epsilon_s(t_{i+1/2}) = \Delta \epsilon_{CE,f}(t_{i+1/2}) - \Delta \epsilon_{c,el}(t_{i+1/2}) - \Delta \epsilon_{c,pl}(t_{i+1/2}) - \frac{\sum_{j=1}^{i-1} F_{s,j}}{E_c(t_{(i-1)+1/2})}, \quad (24)$$

где  $\Delta \epsilon_{CE,f}(t_{i+1/2})$  – прирост свободной относительной деформации расширения на произвольном  $i$ -м временном интервале;

$\Delta \epsilon_{c,el}(t_{i+1/2})$  – прирост упругой составляющей относительной деформации напрягающего бетона на произвольном  $i$ -м временном интервале;

$\Delta \epsilon_{c,pl}(t_{i+1/2})$  – прирост пластической составляющей относительной деформации напрягающего бетона на произвольном  $i$ -м временном интервале от действия постоянных по величине напряжений (приростов), возникших на предыдущих временных интервалах;

$\sum_{j=1}^{i-1} F_{s,j}$  – результирующее усилие в арматуре (ограничивающей связи), достигнутое к моменту старта процесса расширения напрягающего бетона на произвольном  $i$ -м временном интервале;

$E_c(t_{(i-1)+1/2})$  – модуль упругости напрягающего бетона к моменту старта процесса расширения на произвольном  $i$ -м временном интервале.

Сумма приростов упругой и пластической относительной деформации напрягающего бетона представлена в следующем виде:

$$\Delta \epsilon_{c,el}(t_{i+1/2}) + \Delta \epsilon_{c,pl}(t_{i+1/2}) = (\Delta \sigma_c)_i \cdot J(t_{i+1/2}; t_i) + \sum_{j=1}^{i-1} \left[ (\Delta \sigma_c)_j \cdot \frac{\Delta \phi(t_j; t_j)}{E_{cm,t28}} \right] \quad (25)$$

$$\Delta \phi(t_j; t_j) = \phi(t_{i+1/2}; t_j) - \phi(t_{(i-1)+1/2}; t_j),$$

где  $(\Delta \sigma_c)_i$  – прирост самонапряжения на рассматриваемом  $i$ -м временном интервале;

$J(t_{i+1/2}; t_j)$  – функция ползучести напрягающего бетона в раннем возрасте;

$(\Delta \sigma_c)_j$  – прирост самонапряжения на  $j$ -м временном интервале;

$E_{cm,t28}$  – модуль упругости напрягающего бетона, соответствующий 28-ми суткам реального возраста бетона;

$\phi(t_{i+1/2}; t_j)$  – коэффициент ползучести в момент времени  $t_{i+1/2}$ , вызванный действием постоянного по величине напряжения, приложенного в момент времени  $t_j$ ;

$\phi(t_{(i-1)+1/2}; t_j)$  – коэффициент ползучести в момент времени  $t_{(i-1)+1/2}$ , вызванный действием постоянного по величине напряжения, приложенного в момент времени  $t_j$ .

Подставляя (25) в (24), прирост связанной относительной деформации расширения  $\Delta \epsilon_s(t_{i+1/2})$  на произвольном  $i$ -м временном интервале можно рассчитать по формуле:

$$\Delta \epsilon_s(t_{i+1/2}) = \Delta \epsilon_{CE,f}(t_{i+1/2}) - (\Delta \sigma_c)_i \cdot J(t_{i+1/2}; t_i) - \sum_{j=1}^{i-1} \left[ (\Delta \sigma_c)_j \cdot \frac{\Delta \phi(t_j; t_j)}{E_{cm,t28}} \right] - \frac{\sum_{j=1}^{i-1} F_{s,j}}{E_c(t_{(i-1)+1/2})}. \quad (26)$$

Для случая симметричного армирования приращение самонапряжений на  $i$ -м временном интервале можно записать через реакцию в ограничивающей связи в следующем виде:

$$(\Delta \sigma_c)_i = \Delta \epsilon_s(t_{i+1/2}) \cdot E_s \cdot \rho_l, \quad (27)$$

где  $E_s$  – модуль упругости связи, ограничивающей деформации свободного расширения напрягающего бетона;

$\rho_l$  – коэффициент продольного армирования бетонного сечения.

В общем случае произведение  $E_s \cdot \rho_l$  выражает осевую жёсткость ограничивающей связи.

Подставляя (27) в (26), получаем:

$$\Delta \varepsilon_s(t_{i+1/2}) = \Delta \varepsilon_{CEf}(t_{i+1/2}) - \Delta \varepsilon_s(t_{i+1/2}) \cdot E_s \cdot \rho_i \cdot J(t_{i+1/2}; t_i) - \sum_{j=1}^{i-1} \left[ (\Delta \sigma_c)_j \cdot \frac{\Delta \phi(t_j; t_j)}{E_{cm,t28}} \right] \cdot \frac{\sum_{j=1}^{i-1} F_{s,j}}{E_c(t_{i-1+1/2})} \quad (28)$$

Решая уравнение (28), определяют связанную относительную деформацию расширения  $\Delta \varepsilon_s(t_{i+1/2})$  на произвольном  $i$ -м временном интервале, а затем по формуле (27) рассчитывают приращение сжимающих напряжений в бетоне (самонапряжений) на рассматриваемом  $i$ -м временном интервале  $(\Delta \sigma_c)_i$ .

В свою очередь величину результирующего самонапряжения на  $i$ -м временном интервале  $(\sigma_c)_i$  рассчитывают как сумму всех приращений величины самонапряжения на временных интервалах  $j \in [1; i]$ :

$$(\sigma_c)_i = \sum_{j=1}^i (\Delta \sigma_c)_j \quad (29)$$

В рассматриваемой модели функция ползучести принята в традиционном виде:

$$J(t_{i+1/2}; t_j) = \frac{1}{E_c(t_j)} + \frac{\phi(t_{i+1/2}; t_j)}{E_{cm,t28}} \quad (30)$$

где  $E_c(t_j)$  – модуль упругости бетона в модифицированном возрасте, соответствующем реальному возрасту бетона  $t_j$ .

Значения модуля упругости напрягающего бетона при сжатии  $E_c(t_j)$  в раннем возрасте предложено рассчитывать по зависимости из [15], представляющую собою функцию модифицированного возраста напрягающего бетона и его модуля упругости, соответствующего 28-ми суткам реального возраста:

$$E_c(t) = E_{cm,t28} \cdot \exp \left[ s \left( 1 - \left( \frac{t_{m,28} - a}{t_j - a} \right) \right) \right] \quad (31)$$

где  $t$  – реальный возраст бетона, к моменту достижения которого определяется величина модуля упругости;

$s$  – эмпирический коэффициент, учитывающий тип цемента; для дальнейших расчётов по результатам выполненных опытов (см. раздел 2.3) в рамках данного исследования было принято  $s=0,11$ ;

$a$  – эмпирический коэффициент, влияние времени схватывания бетона; для дальнейших расчётов по результатам выполненных опытов (см. раздел 2.3) в рамках данного исследования было принято  $a=0,2$ ;

$t_{m,28}$  – модифицированный возраст бетона, соответствующий 28-ми суткам реального возраста бетона;

$t_j$  – модифицированный возраст бетона, соответствующий  $t$  суткам реального возраста бетона, к моменту достижения которого определяется величина модуля упругости.

Модифицированный возраст бетона  $t_j$ , соответствующий  $t$  суткам реального возраста бетона, скорректированный с учётом влияния температурного режима, регистрируемого на стадии твердения и расширения напрягающего бетона в раннем возрасте, определяется по формуле:

$$t_j = \sum_{j=1}^n \Delta t_j \cdot \exp \left[ 13,65 - \frac{4000}{273 + T(\Delta t_j) / T_0} \right] \quad (32)$$

где  $\Delta t_j$  – количество суток (дней) с температурой  $T$  (°C);

$$T_0 = 1^\circ \text{C}.$$

Для определения величины коэффициента ползучести  $\phi(t, t_0)$  в раннем возрасте в предложенной аналитической модели была принята следующая зависимость, базирующаяся на концепции, предложенной в [16]:

$$\phi(t, t_0) = \phi_0 \left[ \frac{t - t_0}{\beta_H + (t - t_0)} \right]^{0,3} \quad (33)$$

где  $\phi_0$  – базовый коэффициент ползучести, определяемый для

бетона в раннем возрасте:  $\phi_0 = 5,31 \left( \frac{E_c(t_0)}{E_{c,t28}} - 1,0 \right)^2 + 1,11$

(здесь,  $E_c(t_0)$  – модуль упругости напрягающего бетона, который рассчитывается по формуле (31) и соответствует модифицированному возрасту бетона  $t_0$ , к моменту наступления которого начинает действовать постоянное по величине напряжение);

$t$  – модифицированный возраст бетона, который рассчитывается по формуле (32) и соответствует реальному возрасту бетона к моменту определения данного коэффициента ползучести от действия постоянного по величине напряжения;

$t_0$  – модифицированный возраст бетона, который рассчитывается по формуле (32) и соответствует реальному возрасту бетона к началу действия постоянного по величине напряжения;

$\beta_H$  – коэффициент, характеризующий влияние возраста бетона (его жесткостных характеристик) к моменту начала действия постоянного по величине напряжения (самонапряжения) на интенсивность развития ползучести бетона, определяемый по следующим зависимостям:  $\beta_H = 0,000001$ , если  $0 \leq \frac{E_c(t)}{E_{c,t28}} < 0,346$  и

$$\beta_H = 40,5 \cdot \left( \frac{E_c(t)}{E_{c,t28}} - 0,346 \right) + 0,485, \quad \text{если}$$

$$0,346 \leq \frac{E_c(t)}{E_{c,t28}} < 1,0 \quad (E_c(t) \text{ – модуль упругости напрягающего}$$

бетона, который определяется по формуле (31) и соответствует модифицированному возрасту бетона  $t$ ).

**1.2.2. Случай абсолютно жёсткого ограничения.** Полученные расчётные зависимости в рамках модифицированной деформационной модели могут быть достаточно легко преобразованы и дают решения для граничных условий, отличных от ограничения в виде связей конечной жёсткости. Так, например, практический интерес представляет задача, связанная с определением величины самонапряжения напрягающего бетона, располагаемого в стыковых соединениях сборных элементов (в частности, сборно-монолитных емкостных сооружений при замоноличивании стыков напрягающим бетоном). В данных условиях ограничение со стороны сборных элементов может рассматриваться на первом этапе решения контактной задачи как условно абсолютно жёсткая связь, для которой  $\varepsilon_s \rightarrow 0$  (см. рис. 7). Как отмечалось выше, в данном случае решение не может быть получено с использованием положений энергетического подхода.

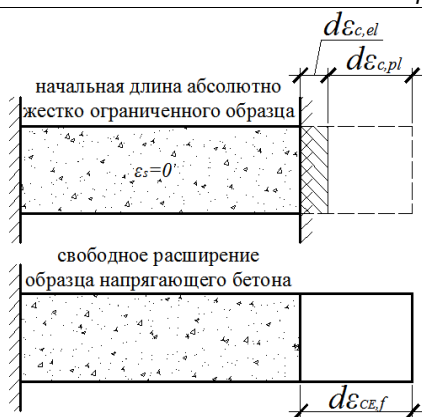


Рис. 7. К определению самоупреждений в условиях условно абсолютно жёсткого ограничения

Основываясь на деформационных подходах к описанию процесса расширения напрягающего бетона, когда, как это было отмечено выше, в общем случае эффективная относительная деформация свободного расширения  $d\varepsilon_{CE,f}$  представляется в виде (22). Подставляя в (22) граничное условие  $d\varepsilon_s = 0$ , соответствующее условию абсолютно жёсткого ограничения деформаций свободного расширения, очевидно, что упругая деформация напрягающего бетона и соответствующая ей величина самоупреждения не равняется нулю:

$$d\varepsilon_{c,el} = d\varepsilon_{CE,f} - d\varepsilon_{c,pl} \neq 0, \quad (34)$$

$$d\sigma_{CE} = d\varepsilon_{c,el} \cdot E_{cm}(t) \neq 0,$$

где  $d\sigma_{CE}$  – величина самоупреждения напрягающего бетона;

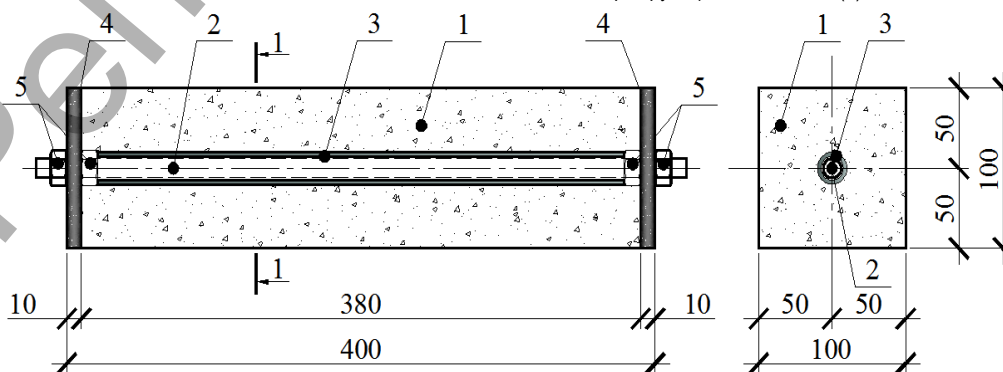
$E_{cm}(t)$  – средний модуль упругости напрягающего бетона к моменту времени  $t$  определения величины самоупреждения.

**2. Экспериментальные исследования.** С целью проверки положений предложенной расчётной модели были выполнены экспериментальные исследования образцов из напрягающего бетона при переменной величине коэффициента армирования сечения и энергоактивности бетона.

**2.1. Опытные образцы.** Для исследования процесса самоупреждения бетонных элементов на основе напрягающего бетона на стадии твердения и расширения, в качестве экспериментальных образцов использовались бетонные призмы (серии I, II и III) с размерами поперечного сечения 100×100 мм и длиной 400 мм, выполненные без армирования (свободные) или армированные одиночным стальным тяжом переменного диаметра, расположенным по центру сечения (см. рис. 8).

В ходе экспериментального исследования в качестве переменных параметров были приняты:

- коэффициент армирования сечения  $\rho_l$ , моделирующий влияние продольной осевой жёсткости ограничивающей связи;
- марка по энергоактивности напрягающего бетона, оцениваемая по



1 – напрягающий бетон; 2 – одиночный, центрально установленный стальной тяз; 3 – гибкая пластиковая трубка; 4 – стальная торцевая пластина; 5 – гайка

Рис. 8. Конструкция и геометрические размеры опытных образцов-призм с центрально установленным стальным тяжом

стандартной методике [8]. В проведённых исследованиях был применён напрягающий бетон со стандартной маркой по энергоактивности  $f_{CE,d} = 1,6$  МПа (серия I) и  $f_{CE,d} = 2,0$  МПа (серии II и III).

Всего было изготовлено три дублирующих серии опытных образцов, каждая из которых включала образцы-призмы, не имевшие ограничивающих тяжей (предназначенные для установления кинетики развития деформаций свободного расширения  $\varepsilon_{c,f}$ ), образцы-призмы с центрально установленным стальным тяжом, площадь которого соответствовала коэффициенту армирования  $\rho_l$  на трёх уровнях: 0,37%; 0,82%; 1,79%. Конструкция и геометрические размеры опытных образцов-призм с центрально установленным стальным тяжом показана на рис. 10, а краткая программа экспериментальных исследований представлена в таблице 2.

Изготовление опытных образцов-призм осуществляли в металлических опалубках, в каждую из которых устанавливали армирующий элемент, состоявший из двух стальных торцевых пластин толщиной 10 мм, отстоящих друг от друга на расстояние 380 мм и соединённых между собой центральным стальным тяжом, расположенным в гибкой пластиковой трубке (для исключения сцепления по контакту между тяжом и напрягающим бетоном) и отцентрированным путём фиксации с обеих сторон от каждой из торцевых пластин гайками (предотвращая таким образом создание начального растягивающего усилия в стальном тяжё на этапе сборки данной конструкции). Общий вид армирующего элемента опытных образцов представлен на рис. 9 а), а общий вид форм для изготовления призм с установленным по месту армирующим элементом – на рис. 9 б).



Рис. 9. Общий вид армирующего элемента опытных образцов (а) и форм для изготовления призм с установленным по месту армирующим элементом (б)

Таблица 2. Краткая программа экспериментальных исследований

Серия	Обозначение образца	Геометрические размеры, мм		Армирование образцов		Условия хранения	Кол-во, шт.
		b×h, мм	l, мм	$A_s$ , мм <sup>2</sup>	$\rho_s$ , %		
I-III	х-РЕС-0 (1, 2, 3)	100×100	400	без ограничивающей арматуры		Водные	3
	х-РЕС-Ø8 (4, 5)			37,0	0,37		
	х-РЕС-Ø12 (6)			82,0	0,82		
	х-РЕС-Ø18 (7, 8)			179,0	1,79		

Примечания: 1. В таблице приняты следующие обозначения при маркировке образцов: х – номер серии образцов (I, II или III); последняя цифра – номинальный диаметр (в мм) армирующего стержня; цифра в скобках – порядковый номер образца в серии.  
2. В серии I применён бетон с маркой по энергоактивности  $f_{CE,d} = 1,6$  МПа, а в сериях II и III –  $f_{CE,d} = 2,0$  МПа

Образцы-призмы распалубливали через (7-9) часов после бетонирования к моменту достижения напрягающим бетоном серий I, II и III прочности при сжатии 8,97; 8,75; 8,04 МПа соответственно, сразу после чего их погружали в боксы с водой, где они хранились до момента стабилизации процесса расширения напрягающего бетона.

Измерение деформаций образцов-призм напрягающего бетона серий I, II, III на стадии твердения и расширения напрягающего бетона в водных условиях хранения выполняли при помощи экстензометра Гугенбергера с индикатором часового типа с ценой деления 0,001 мм на базе измерения деформаций 300 мм, для чего на 3-х гранях бетонного образца-призмы (за исключением верхней грани при бетонировании образцов-призм) были наклеены контактные точки на уровне расположения ограничивающего стержня и симметрично по длине образца, которые были предназначенные для фиксации экстензометра.

**2.2. Напрягающий цемент.** Для бетонной смеси использовали напрягающий цемент лабораторного помола на основе портландцемента СЕМІ-42,5-R (80% по массе), высокоалюминатного цемента с повышенным содержанием активных алюминатов (10% по массе) и двуводного гипса (10% по массе). Напрягающий цемент получали совместным перемешиванием составляющих в указанных пропорциях в шаровой мельнице в течение 5-7 мин.

Химический состав компонентов и собственно напрягающего цемента приведен в таблице 3.

Основные физико-механические характеристики напрягающего цемента определяли по методикам [17] и [18]. Обобщенные результаты испытания напрягающего цемента, использованного для проведения экспериментальных исследований, представлены в таблице 4.

**2.3. Напрягающий бетон.** Расход составляющих на 1 м<sup>3</sup> бетонной смеси для изготовления опытных образцов серий I-III был принят следующим: цемент напрягающий СЕ-6 – 600 кг; мелкий заполнитель с максимальным размером фракций  $d_{max}=8$  мм – 600 кг; крупный заполнитель с максимальным размером фракций  $D_{max}=16$  мм – 960 кг; вода – 240 кг (при  $W/C=0,4$ ). Для достижения требуемой подвижности (консистенции) был применён гиперпластификатор «Sika ViscoCrete-3500», расход которого составлял 0,65% и 0,55% по массе цемента для напрягающего бетона серии I и серий II, III соответственно. Класс консистенции бетонной смеси соответствовал S4 в соответствии с [19].

Бетонную смесь приготавливали в бетономешалке принудительного действия, укладывали в формы и уплотняли глубинным вибратором.

Основные характеристики напрягающего бетона, применённого для изготовления опытных образцов серий I, II и III к моменту стабилизации процесса расширения, приведены в таблице 5.

График изменения во времени прочности при сжатии напрягающего бетона, применяемого для изготовления опытных образцов, твердевшего в условиях водного хранения, представлен на рис. 10 а). График изменения во времени модуля упругости напрягающего бетона, применяемого для изготовления опытных образцов, в раннем возрасте, рассчитанного по зависимости (31) показан на рис. 10 б).

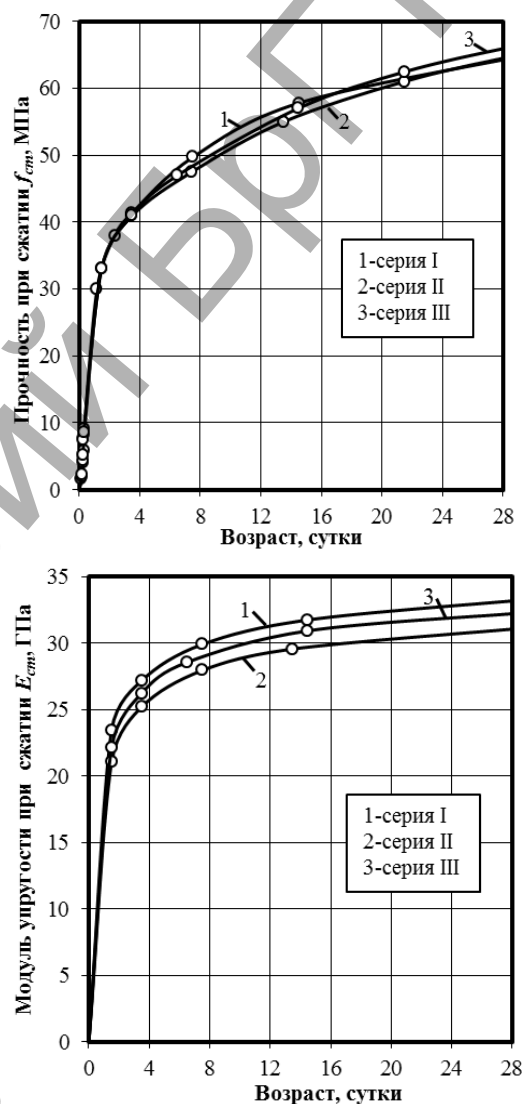


Рис. 10. График изменения во времени механических характеристик напрягающего бетона (а) – прочность при сжатии; б) – модуль упругости

Сопоставление величин модуля упругости напрягающего бетона, полученных по результатам испытаний опытных образцов-цилиндров и по результатам расчёта в соответствии с формулой (31) показало, что приведенная зависимость достаточно точно моделирует процесс изменения величины модуля упругости напрягающего бетона в раннем возрасте (до 28-ми суток): расчётные и экспериментально установленные величины модуля упругости напрягающего бетона отличаются в среднем не более чем на 4,7% для напрягающего бетона серий I-III.

Таблица 3. Химический состав компонентов и собственно напрягающего цемента

Наименование компонента	Химический состав цемента, %						
	п.п.п.	SiO <sub>2</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	CaO	MgO	SO <sub>3</sub>
Портландцемент СЕМІ-42,5-R	4,17	16,80	3,80	3,70	66,73	0,80	3,90
Гипс двуводный (CaSO <sub>4</sub> ·2H <sub>2</sub> O)	21,89	1,63	0,17	0,76	34,03	1,77	38,90
Высокоалюминатный цемент	0,59	3,80	17,07	37,20	38,27	0,34	0,09
Напрягающий цемент	2,60	14,10	4,83	6,53	60,87	0,83	7,0

Таблица 4. Обобщенные результаты испытания напрягающего цемента, использованного для проведения экспериментальных исследований

Марка напрягающего цемента	Характеристики расширения		Прочностные характеристики	
	Свободное расширение $\epsilon_f$ , %	Самонапряжение $f_{CE,d}$ Н/мм <sup>2</sup>	при изгибе $f_{flex}$ , МПа	при сжатии $f_{cm}$ , МПа
СЕ-6	2,63	7,94	3,71	30,0

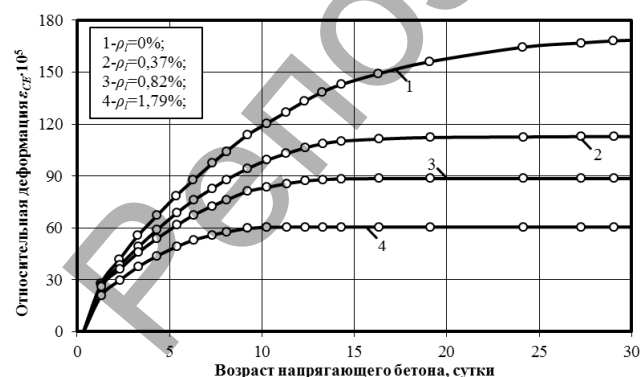
Примечания: 1. Прочностные характеристики напрягающего цемента в возрасте 28 суток определены на образцах, твердевших в свободных условиях (в условиях отсутствия ограничения деформаций свободного расширения).  
2. Характеристики расширения указаны к моменту достижения напрягающим цементом возраста 28 суток

Таблица 5. Основные характеристики напрягающего бетона, применяемого для изготовления опытных образцов серий I, II и III к моменту стабилизации процесса расширения

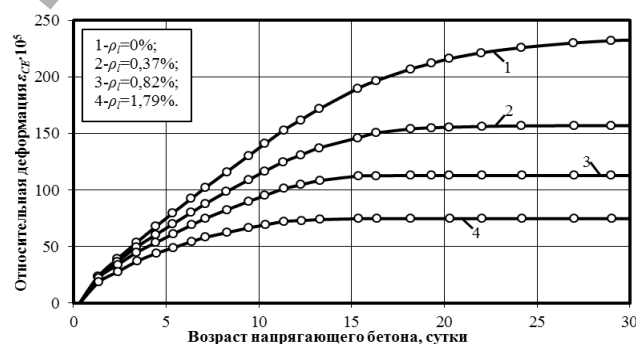
Серия напрягающего бетона	Характеристики расширения к моменту стабилизации		Механические характеристики в возрасте 28 суток	
	Относительная деформация свободного расширения $\epsilon_{CE,f}$ , %	Самонапряжение $f_{CE,d}$ МПа	Прочность при сжатии $f_{cm}$ , МПа	Модуль упругости при сжатии $E_{cm}$ , МПа
I	0,166	1,6	64,5	33 203
II	0,233	2,0	64,5	31 076
III	0,226	2,0	65,9	32 235

Примечания: 1. Относительная деформации свободного расширения  $\epsilon_{CE,f}$  была установлена на свободных образцах-призмах напрягающего бетона, которые были выполнены в рамках каждой серии опытных образцов;  
2. Величина самонапряжения  $f_{CE,d}$  была определена в стандартных условиях при  $\rho=1\%$ ;  
3. Величина прочности напрягающего бетона при сжатии была установлена в соответствии с [18];  
4. Величина модуля упругости напрягающего бетона при сжатии была установлена на стандартных образцах-цилиндрах ( $\varnothing=150$  мм,  $h=300$  мм) в соответствии с [16].

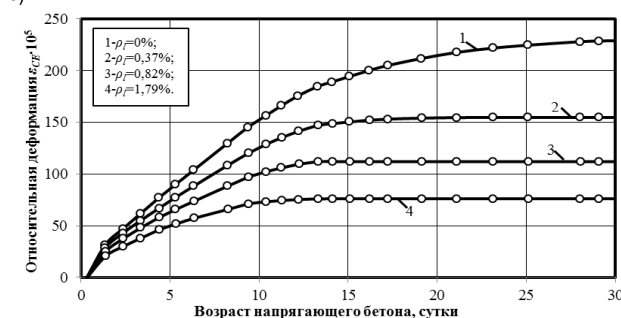
Графики, показывающие изменение во времени относительных деформаций свободного расширения и связанных относительных деформаций расширения симметрично армированных образцов-призм, находившихся в водных условиях хранения, показаны на рис. 11. Сводные результаты испытания опытных образцов-призм напрягающего бетона серий I, II и III к моменту стабилизации процесса расширения представлены в таблице 6.



а)



б)



в)

Рис. 11. Графики, показывающие изменение во времени относительных деформаций свободного расширения и связанных относительных деформаций расширения симметрично армированных образцов-призм, находившихся в водных условиях хранения (а) – серия I; б) – серия II; в) – серия III)

Таблица 6. Сводные результаты испытания опытных образцов-призм напрягающего бетона серии I, II и III к моменту стабилизации процесса расширения

№ серии	Маркировка образца	$\epsilon_{CE}$ , %	$\epsilon_{CE,m}$ , %	$\sigma_{CE}$ , МПа	$\sigma_{CE,m}$ , МПа
I	I-PEC-0 (1)	0,168	0,166	–	–
	I-PEC-0 (2)	0,162		–	
	I-PEC-0 (3)	0,168		–	
	I-PEC-8 (4)	0,112	0,113	0,84	0,84
	I-PEC-8 (5)	0,113		0,84	
	I-PEC-12 (6)	0,089	0,089	1,45	1,45
	I-PEC-18 (7)	0,061	0,062	2,17	2,19
	I-PEC-18 (8)	0,062		2,21	
II	II-PEC-0 (1)	0,238	0,233	–	–
	II-PEC-0 (2)	0,227		–	
	II-PEC-0 (3)	0,233		–	
	II-PEC-8 (4)	0,157	0,157	1,17	1,17
	II-PEC-8 (5)	0,156		1,17	
	II-PEC-12 (6)	0,113	0,113	1,84	1,84
	II-PEC-18 (7)	0,075	0,075	2,70	2,69
	II-PEC-18 (8)	0,075		2,68	
III	III-PEC-0 (1)	0,231	0,226	–	–
	III-PEC-0 (2)	0,219		–	
	III-PEC-0 (3)	0,229		–	
	III-PEC-8 (4)	0,155	0,152	1,16	1,14
	III-PEC-8 (5)	0,148		1,11	
	III-PEC-12 (6)	0,112	0,112	1,83	1,83
	III-PEC-18 (7)	0,076	0,076	2,72	2,73
	III-PEC-18 (8)	0,076		2,73	

Примечание: В таблице приняты следующие обозначения:  $\epsilon_{CE}$  – относительная деформация расширения к моменту стабилизации процесса расширения;  $\epsilon_{CE,m}$  – средняя относительная деформация расширения к моменту стабилизации процесса расширения;  $\sigma_{CE}$  – величина самонапряжения к моменту стабилизации процесса расширения;  $\sigma_{CE,m}$  – средняя величина самонапряжения к моменту стабилизации процесса расширения

**2.4. Сравнение результатов расчёта по предложенной модели с опытными данными, полученными для симметрично армированных образцов.** При известной посуточной истории развития относительных деформаций свободного расширения напрягающего бетона серий I, II и III, зарегистрированной в ходе эксперимента, был произведен расчёт величины связанной относительной деформации расширения симметрично армированных образцов-призм в соответствии с предложенной деформационной моделью, а также по модели, предложенной в [3]. Прирост величины связанной относительной деформации расширения рассчитывали на временных интервалах, эквивалентных одним суткам. Графики развития связанных относительных деформаций расширения, рассчитанных в соответствии с предложенной моделью и в соответствии с моделью из [3] и зафиксированных в ходе экспериментальных исследований на симметрично армированных образцах-призмах напрягающего бетона серий I, II и III, представлены на рис. 12.

Результаты сравнения величины самонапряжения к моменту стабилизации процесса расширения, полученной по результатам расчёта в соответствии с рассмотренными аналитическими моделями и зафиксированной в ходе экспериментальных исследований на симметрично армированных образцах-призмах напрягающего бетона серий I, II и III, представлены в таблице 7 и на графике на рис. 13.

Как следует из приведенного сравнения, предложенная расчётная модель даёт наилучшее совпадение с опытными данными, полученными в собственных экспериментальных исследованиях.

Наибольшее расхождение с результатами экспериментальных исследований даёт модель, предложенная в [3] (см. табл. 7 и рис. 13), несмотря на то, что при её разработке применён научно обоснованный деформационный подход. Обращает на себя внимание тот факт, что расчёты по модели из [3] дают хорошее совпадение с опытными данными на ранних этапах расширения (до трёх суток). Это объясняется тем обстоятельством, что на этих этапах реакция в ограничивающей связи незначительна и не оказывает существенного влияния на разви-

тие связанных деформаций в качестве дополнительного ограничения. Однако, с увеличением реакции в ограничивающей связи, рассматриваемой на определённом этапе расширения в качестве внешней нагрузки или дополнительного ограничения, препятствующего расширению, разница в опытных и расчётных значениях связанных деформаций становится всё более ощутимой.

Предложенная модифицированная деформационная модель избавлена от этого недостатка, поскольку на всех этапах расширения учитывает реакцию в ограничивающей связи. Вместе с тем, модель, предложенная в [3], может быть вполне применима для расчёта связанных деформаций в элементах из напрягающего бетона с низкой маркой по энергоактивности в случае его применения исключительно для компенсации температурно-усадочных напряжений.

Методы, основанные на энергетическом подходе [4] и [7], позволяют получить приемлемый результат при оценивании самонапряжения к моменту стабилизации расширения в условиях осевого (или симметричного) ограничения, а также несимметричного, но многорядного армирования. Для элементов, имеющих резко несимметричное однородное армирование, расчёт по моделям [4] и [7] даёт неадекватные результаты, не совпадающие с опытными данными. Это обусловлено тем, что при применении моделей, опирающихся на энергетический подход, следует иметь в виду, что решения не могут быть получены при граничных условиях: абсолютно жёстком ограничении, когда связанные деформации  $\epsilon_s = 0$  и при расширении без ограничения, когда  $\epsilon_s = \epsilon_{CE,r}$ .

Предложенная модифицированная модель, основанная на деформационном подходе, является универсальной и позволяет получать адекватные решения как при указанных граничных условиях, так и при произвольном расположении ограничивающей связи в сечении элемента.

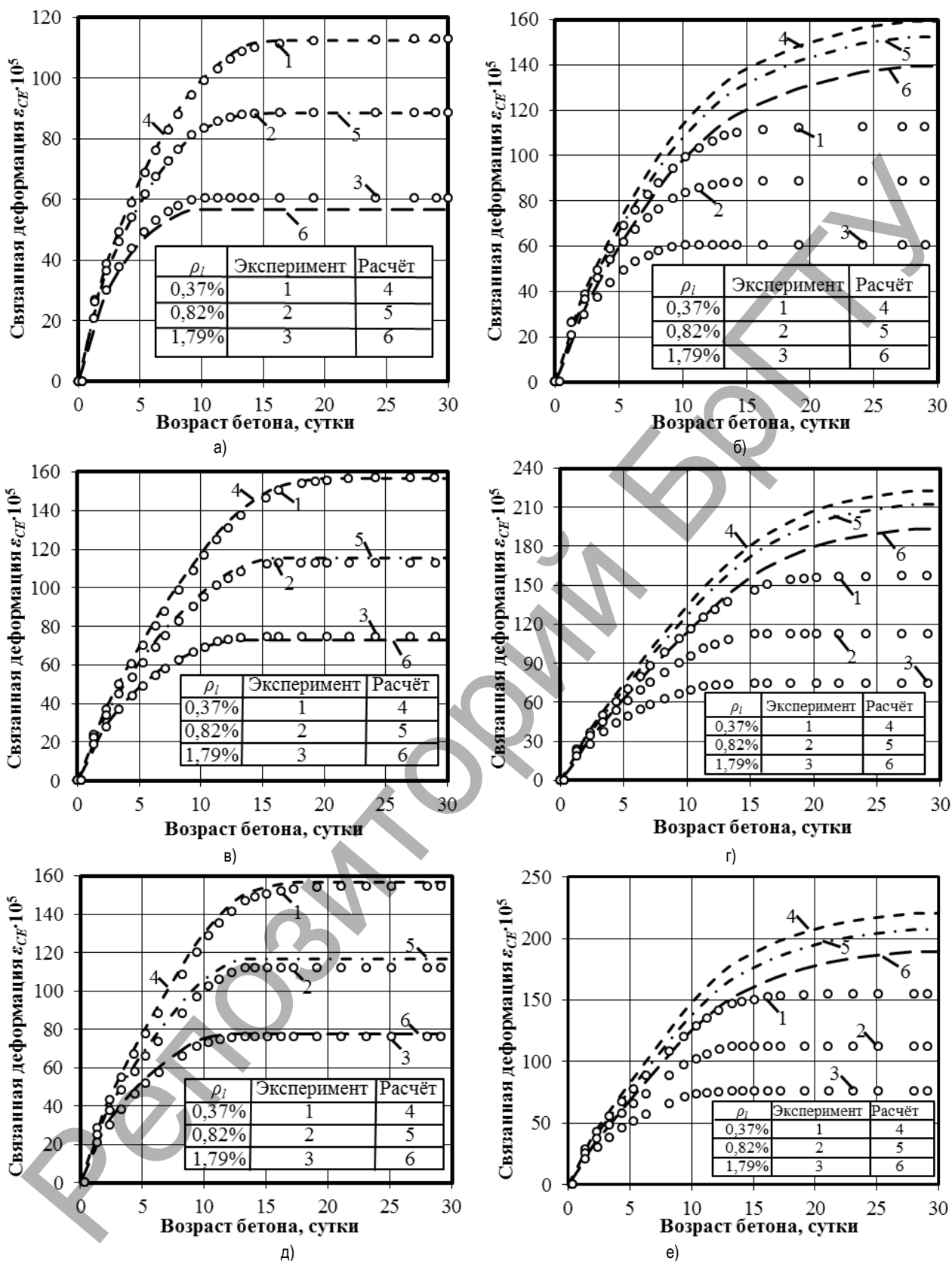
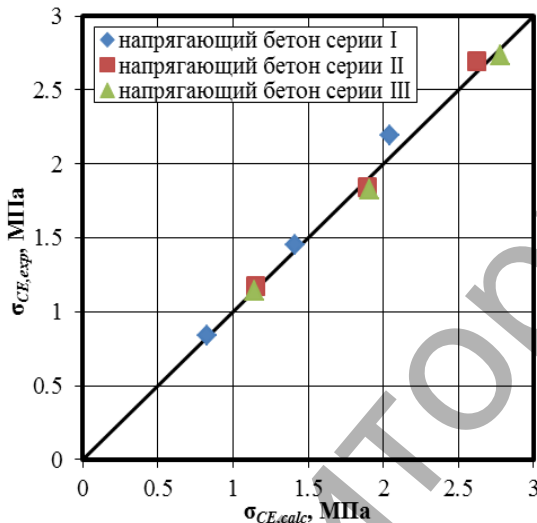


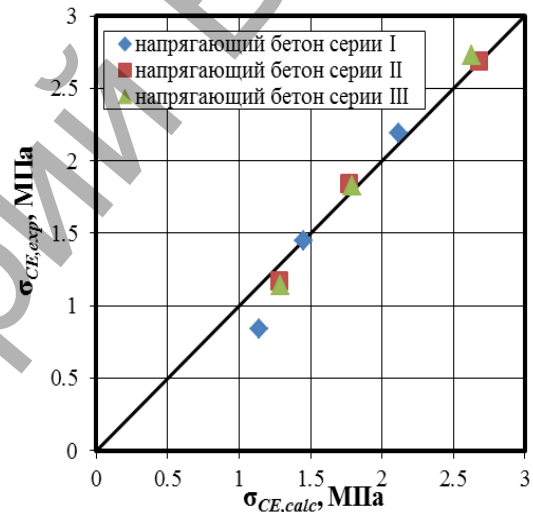
Рис. 12. Графики развития связанных относительных деформаций расширения по результатам расчёта и зафиксированных в ходе экспериментальных исследований на симметрично армированных образцах-призмах напрягающего бетона (а) – серия I (предлагаемая модель – эксперимент); б) – серия I (модель из [3] – эксперимент); в) – серия II (предлагаемая модель – эксперимент); г) – серия II (модель из [3] – эксперимент); д) – серия III (предлагаемая модель – эксперимент); е) – серия III (модель из [3] – эксперимент))

Таблица 7. Результаты сравнения величины самонапряжения к моменту стабилизации процесса расширения, полученной по результатам расчёта в соответствии с рассмотренными аналитическими моделями и зафиксированной в ходе экспериментальных исследований на симметрично армированных образцах-призмах напрягающего бетона серий I, II и III

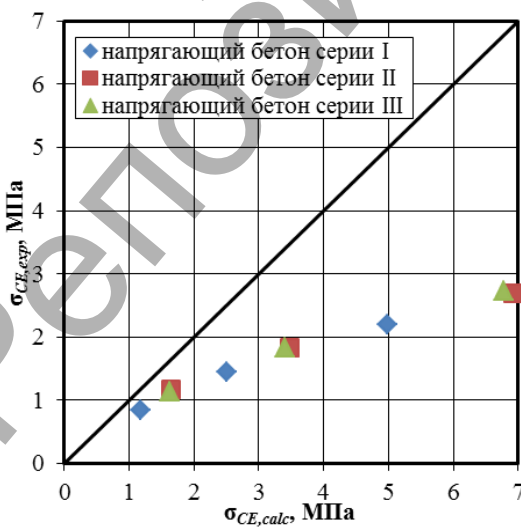
№ серии	Коэффициент армирования сечения $\rho_i$ , %	Величина самонапряжения к моменту стабилизации процесса расширения $\sigma_{CE}$ , МПа					Отношение расчётных значений к опытным $\sigma_{CE,calc} / \sigma_{CE,exp}$			
		По результатам расчёта				Зафиксированная в ходе экспериментальных исследований	(3)/(7)	(4)/(7)	(5)/(7)	(6)/(7)
		Предложенной моделью	[4]	[3]	[7]					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
I	0,37	0,83	1,14	1,18	1,26	0,84	0,99	1,36	1,40	1,50
	0,82	1,41	1,45	2,50	1,54	1,45	0,97	1,00	1,72	1,06
	1,79	2,04	2,12	4,99	1,75	2,19	0,93	0,97	2,28	0,80
II	0,37	1,15	1,28	1,65	1,57	1,17	0,98	1,09	1,41	1,38
	0,82	1,89	1,77	3,48	1,93	1,84	1,03	0,96	1,80	1,05
	1,79	2,62	2,68	6,92	2,18	2,69	0,97	1,00	2,57	0,80
III	0,37	1,14	1,29	1,63	1,57	1,14	1,00	1,13	1,43	1,38
	0,82	1,91	1,79	3,40	1,93	1,83	1,04	0,98	1,86	1,05
	1,79	2,78	2,63	6,78	2,18	2,73	1,02	0,96	2,48	0,80



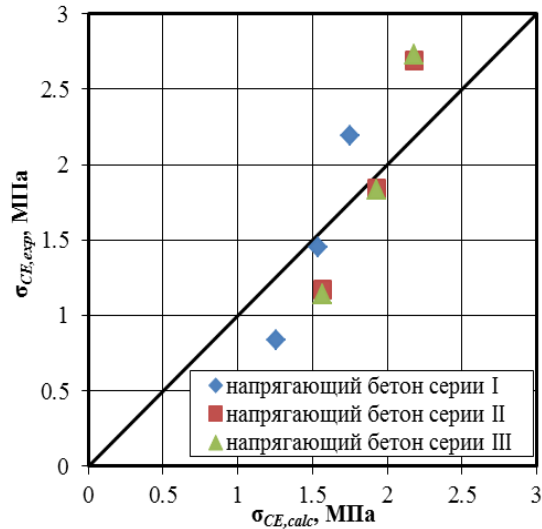
а)



б)



в)



г)

Рис. 13. Результаты сравнения величины самонапряжения к моменту стабилизации процесса расширения, полученной по результатам расчёта в соответствии с рассмотренными аналитическими моделями и зафиксированной в ходе экспериментальных исследований на симметрично армированных образцах-призмах напрягающего бетона серий I, II и III (а) – по предложенной модели; б) – по модели Y.Tsuiji [4]; в) – по модели [3]; г) – по модели В.В. Михайлова [7])



**Заключение.** По результатам выполненных исследований следует сделать следующие выводы:

1. Применяемые в настоящее время аналитические модели для расчёта самонапряжений можно условно разделить на две основные группы: модели, базирующиеся на энергетическом подходе [4, 7]; модели, базирующиеся на деформационном подходе [3, 14]. Несмотря на простоту моделей, основанных на энергетическом подходе, область их применения является ограниченной. В наибольшей мере это проявляется в случае элементов с резко несимметричным однорядным армированием, а также в задачах, в которых реализуются граничные условия (условно абсолютно жёсткое ограничение и свободное расширение). Модели, основанные на деформационном подходе [3, 14] лишены названных недостатков, но требуют знания дополнительных данных, установленных с требуемой точностью (физических законов, описывающих кинетику развития деформаций расширения в свободных условиях, развитие модуля упругости и функции ползучести для напрягающего бетона в раннем возрасте). При этом модели [3, 14] не учитывают влияния на развитие связанного расширения реакции, возникающей в упругом ограничении на очередных этапах прироста деформаций. Такой подход в определённой мере может быть оправдан для напрягающих бетонов с низкой энергоактивностью, когда процесс расширения завершается довольно быстро (вторые-третьи сутки) в раннем возрасте.
2. Предложена модифицированная деформационная модель, в которой, в отличие от известных, например [3], учитывается влияние в ограничивающей связи.
3. Выполненные экспериментальные исследования элементов из напрягающего бетона с симметричным (осевым) расположением ограничивающих связей подтвердили правомерность принятых теоретических положений, существенно улучшающих известные модели.

#### СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Экспериментально-теоретические основы предварительного напряжения конструкций при применении напрягающего бетона: монография / В.В. Тур. – Брест: изд. БрПИ, 1998. – 246 с.
2. Предварительно напряжённые железобетонные конструкции: монография / И. Гийон – М.: Стройиздат, 1958. – 498 с.
3. Early age deformation and resultant induced stress in expansive high strength concrete / I. Hidetoshi [et al.]. – Journal of Advanced Concrete Technology, 2004. – Vol. 2, №2. – 155-174 p.
4. Methods of estimating chemical prestress and expansion distribution in expansive concrete subjected to uniaxial restraint / Y. Tsuji. – Concrete Library of JSCE, 1984. – №3. – 131-143 p.
5. Theoretical development of CP method in predicting expansive cement concrete cracking / Y. Ishikawa [et al.]. – Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures – Recent Advances in Fracture Mechanics of Concrete. – Korea Concrete Institute, Seoul, 2010. – 398-405 p.
6. Expansion energy and hydration products of expansive mortar at different temperatures / M. Ozawa [et al.]. – 1-10 p.
7. Расширяющийся и напрягающий цементы и самонапряжённые железобетонные конструкции: монография / В.В. Михайлов, С.Л. Литвер. – М.: Стройиздат, 1974. – 389 с.
8. Бетоны напрягающие. Технические условия: СТБ 2101-2010. – Введ. 01.01.2011. – Минск: РУП «Стройтехнорм», 2011. – 23 с.
9. Инструкция по проектированию самонапряжённых железобетонных конструкций: СН 511-78. – Утв. 20.12.1978/Госстрой СССР. – Москва: Стройиздат, 1979. – 59 с.
10. Пособие по проектированию самонапряжённых железобетонных конструкций (к СНиП 2.03.01-84 “Бетонные и железобетонные конструкции”)/ НИИЖБ Госстроя СССР и ЦНИИПромзданий Госстроя СССР. – Москва: ЦИТП Госстроя СССР, 1986. – 64 с.
11. Бетонные и железобетонные конструкции из напрягающего бетона: ТКП 45-5.03-158-2009 / Министерство архитектуры и строительства РБ. – Мн.: Минстройархитектуры, 2010. – 28 с.
12. Прочность, жёсткость и трещиностойкость самонапряжённых сборно-монолитных безригельных перекрытий / В.С. Басов. – Диссертация на соискание учёной степени кандидата технических наук. – Брест, 1997. – 216 с.
13. К оценке величины самонапряжения в конструкциях из напрягающего бетона / В.В. Тур, О.С. Семенюк. – Вестник Брестского государственного технического университета, 2014. – № 1(85): Строительство и архитектура. – 16-24 с.
14. Prediction of shrinkage cracking age of concrete with and without expansive additive / Dung Tien Nguyen [et al.]. – Songklanakarin Journal of Science and Technology, 2010. – 469-480 p.
15. Design of Concrete Structure. General Rules and Rules for Building: EN 1992-1: 2001 (Eurocode 2) / Brussel: European Committee for Standardization, Introduced October 2001. – 230 p.
16. fib Bulletin 55: Model Code 2010, First Complete Draft. – Volume 1.
17. Цемент напрягающий. Технические условия: СТБ 1335-2002. – Введ. 01.04.2012. – Минск: РУП «Стройтехнорм», 2002. – 14 с.
18. Методы испытания цемента. Часть 1. Определение прочности: СТБ ЕН 196-1-2007. – Введ. 01.08.2007. – Минск: РУП «Стройтехнорм», 2007. – 30 с.
19. Бетоны. Часть 1. Требования, показатели, изготовление и соответствие: СТБ ЕН 206-1-2011. – Введ. 01.06.2012. – Минск: РУП «Стройтехнорм», 2012. – 67 с.

Материал поступил в редакцию 15.03.16

#### **TUR V.V., SIEMIENIUK O.S. Models for restrained strains and self-stressing stresses in the members made of expansive concrete calculation**

Existent models for self-stressing stresses calculation in the concrete of the self-stressed structures were considered. The applicability of these methods was assessed and it's advantages and disadvantages were studied. Model for calculation of the restrained strains (self-stressing stresses) in the members made of expansive concrete was established. The proposed model based on strain compatibility, equilibrium conditions and physical laws for expansive concrete early age behavior description. Comparison of experimental and calculated data that was obtained in accordance with the described models for symmetrically reinforced members made of expansive concrete is given.

УДК 624.012.36

**Тур В.В., Кондратчик А.А., Санникова О.Г.**

### **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПЛОСКИХ САМОНАПРЯЖЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ НА СТАДИИ ТВЕРДЕНИЯ**

**Введение.** Отличительной особенностью железобетонных конструкций из напрягающего бетона является создание начального

напряженного состояния, формирующегося на стадии расширения вяжущего. Величина собственных напряжений, направление их дей-

**Санникова Ольга Геннадьевна**, ассистент кафедры геотехники и транспортных коммуникаций Брестского государственного технического университета.

**Кондратчик Александр Аркадьевич**, к.т.н., профессор кафедры строительных конструкций Брестского государственного технического университета.

Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.