

**Заключение.** По результатам выполненных исследований следует сделать следующие выводы:

1. Применяемые в настоящее время аналитические модели для расчёта самонапряжений можно условно разделить на две основные группы: модели, базирующиеся на энергетическом подходе [4, 7]; модели, базирующиеся на деформационном подходе [3, 14]. Несмотря на простоту моделей, основанных на энергетическом подходе, область их применения является ограниченной. В наибольшей мере это проявляется в случае элементов с резко несимметричным однорядным армированием, а также в задачах, в которых реализуются граничные условия (условно абсолютно жёсткое ограничение и свободное расширение). Модели, основанные на деформационном подходе [3, 14] лишены названных недостатков, но требуют знания дополнительных данных, установленных с требуемой точностью (физических законов, описывающих кинетику развития деформаций расширения в свободных условиях, развитие модуля упругости и функции ползучести для напрягающего бетона в раннем возрасте). При этом модели [3, 14] не учитывают влияния на развитие связанного расширения реакции, возникающей в упругом ограничении на очередных этапах прироста деформаций. Такой подход в определённой мере может быть оправдан для напрягающих бетонов с низкой энергоактивностью, когда процесс расширения завершается довольно быстро (вторые-третьи сутки) в раннем возрасте.
2. Предложена модифицированная деформационная модель, в которой, в отличие от известных, например [3], учитывается влияние в ограничивающей связи.
3. Выполненные экспериментальные исследования элементов из напрягающего бетона с симметричным (осевым) расположением ограничивающих связей подтвердили правомерность принятых теоретических положений, существенно улучшающих известные модели.

#### СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Экспериментально-теоретические основы предварительного напряжения конструкций при применении напрягающего бетона: монография / В.В. Тур. – Брест: изд. БрПИ, 1998. – 246 с.
2. Предварительно напряжённые железобетонные конструкции: монография / И. Гийон – М.: Стройиздат, 1958. – 498 с.
3. Early age deformation and resultant induced stress in expansive high strength concrete / I. Hidetoshi [et al.]. – Journal of Advanced Concrete Technology, 2004. – Vol. 2, №2. –155-174 p.
4. Methods of estimating chemical prestress and expansion distribution in expansive concrete subjected to uniaxial restraint / Y. Tsuji. – Concrete Library of JSCE, 1984. – №3. – 131-143 p.
5. Theoretical development of CP method in predicting expansive cement concrete cracking / Y. Ishikawa [et al.]. – Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures – Recent Advances in Fracture Mechanics of Concrete. – Korea Concrete Institute, Seoul, 2010. – 398-405 p.
6. Expansion energy and hydration products of expansive mortar at different temperatures / M. Ozawa [et al.]. – 1-10 p.
7. Расширяющийся и напрягающий цементы и самонапряжённые железобетонные конструкции: монография / В.В. Михайлов, С.Л. Литвер. – М.: Стройиздат, 1974. – 389 с.
8. Бетоны напрягающие. Технические условия: СТБ 2101-2010. – Введ. 01.01.2011. – Минск: РУП «Стройтехнорм», 2011. – 23 с.
9. Инструкция по проектированию самонапряжённых железобетонных конструкций: СН 511-78. – Утв. 20.12.1978/Госстрой СССР. – Москва: Стройиздат, 1979. – 59 с.
10. Пособие по проектированию самонапряжённых железобетонных конструкций (к СНиП 2.03.01-84 “Бетонные и железобетонные конструкции”)/ НИИЖБ Госстроя СССР и ЦНИИПромзданий Госстроя СССР. – Москва: ЦИТП Госстроя СССР, 1986. – 64 с.
11. Бетонные и железобетонные конструкции из напрягающего бетона: ТКП 45-5.03-158-2009 / Министерство архитектуры и строительства РБ. – Мн.: Минстройархитектуры, 2010. – 28 с.
12. Прочность, жёсткость и трещиностойкость самонапряжённых сборно-монолитных безригельных перекрытий / В.С. Басов. – Диссертация на соискание учёной степени кандидата технических наук. – Брест, 1997. – 216 с.
13. К оценке величины самонапряжения в конструкциях из напрягающего бетона / В.В. Тур, О.С. Семенюк. – Вестник Брестского государственного технического университета, 2014. – № 1(85): Строительство и архитектура. – 16-24 с.
14. Prediction of shrinkage cracking age of concrete with and without expansive additive / Dung Tien Nguyen [et al.]. – Songklanakarin Journal of Science and Technology, 2010. – 469-480 p.
15. Design of Concrete Structure. General Rules and Rules for Building: EN 1992-1: 2001 (Eurocode 2) / Brussel: European Committee for Standardization, Introduced October 2001. – 230 p.
16. fib Bulletin 55: Model Code 2010, First Complete Draft. – Volume 1.
17. Цемент напрягающий. Технические условия: СТБ 1335-2002. – Введ. 01.04.2012. – Минск: РУП «Стройтехнорм», 2002. – 14 с.
18. Методы испытания цемента. Часть 1. Определение прочности: СТБ ЕН 196-1-2007. – Введ. 01.08.2007. – Минск: РУП «Стройтехнорм», 2007. – 30 с.
19. Бетоны. Часть 1. Требования, показатели, изготовление и соответствие: СТБ ЕН 206-1-2011. – Введ. 01.06.2012. – Минск: РУП «Стройтехнорм», 2012. – 67 с.

Материал поступил в редакцию 15.03.16

#### **TUR V.V., SIEMIENIUK O.S. Models for restrained strains and self-stressing stresses in the members made of expansive concrete calculation**

Existent models for self-stressing stresses calculation in the concrete of the self-stressed structures were considered. The applicability of these methods was assessed and it's advantages and disadvantages were studied. Model for calculation of the restrained strains (self-stressing stresses) in the members made of expansive concrete was established. The proposed model based on strain compatibility, equilibrium conditions and physical laws for expansive concrete early age behavior description. Comparison of experimental and calculated data that was obtained in accordance with the described models for symmetrically reinforced members made of expansive concrete is given.

УДК 624.012.36

**Тур В.В., Кондратчик А.А., Санникова О.Г.**

### **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПЛОСКИХ САМОНАПРЯЖЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ НА СТАДИИ ТВЕРДЕНИЯ**

**Введение.** Отличительной особенностью железобетонных конструкций из напрягающего бетона является создание начального

напряженного состояния, формирующегося на стадии расширения вяжущего. Величина собственных напряжений, направление их дей-

**Санникова Ольга Геннадьевна**, ассистент кафедры геотехники и транспортных коммуникаций Брестского государственного технического университета.

**Кондратчик Александр Аркадьевич**, к.т.н., профессор кафедры строительных конструкций Брестского государственного технического университета.

Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

ствия зависят от ряда факторов, которые традиционно делят на технологические (расход вяжущего, характеристики температурно-влажностного режима твердения, условия и продолжительность увлажнения т.д.) и конструктивные (наличие, вид, интенсивность и расположение упругого ограничения и т.д.). При расчете конструкций требуется определить числовые параметры напряженного состояния, и, следовательно, учесть влияние различных факторов на развитие процесса самонапряжения. В настоящее время известно несколько способов определения параметров напряженно-деформированного состояния для самонапряженных элементов при двухосном ограничении деформациям расширения.

В нормах [1] напряжение в ограничивающей арматуре (самонапряжение в бетоне) определяется с помощью мультипликативной зависимости:

$$\sigma_{CE} = f_{CE,d} \cdot k_s \cdot k_p \cdot k_e \cdot k_w \cdot k_0, \quad (1)$$

где  $f_{CE,d}$  – расчетное самонапряжение напрягающего бетона, установленное в зависимости от марки по самонапряжению и принимаемое по таблице 6,7 [1];

$k_s, k_p, k_e, k_w, k_0$  – корректирующие коэффициенты, учитывающие влияние конструктивно-технологических параметров на развитие процесса расширения, при этом наличие двухосного ограничения деформациям расширения учитывается коэффициентом  $k_s = 1,2$ .

В работе [2] для случая симметрично армированных плоских самонапряженных элементов предложена зависимость вида:

$$\sigma_{CE,2} = f_{CE,d,2} \cdot \rho_l^{\alpha_0}, \quad (2)$$

где  $\alpha_0$  – эмпирический коэффициент, определяемый по формуле:

$$\alpha_0 = 0,702 - 0,0278 \cdot f_{CE,d,2}, \quad (3)$$

$f_{CE,d,2}$  – расчетное значение самонапряжения, определенное в динамометрических кольцах.

При несимметричном армировании в двух направлениях в работе [3] предложено использовать систему уравнений:

$$\begin{cases} \left( \frac{A}{\sigma_{CE,x} + C} \right)^{1/n} - \lambda \left( \frac{A}{\sigma_{CE,y} + C} \right)^{1/n} - B(1-\lambda) - \frac{\sigma_{CE,x}}{k_x} = 0; \\ \left( \frac{A}{\sigma_{CE,y} + C} \right)^{1/n} - \lambda \left( \frac{A}{\sigma_{CE,x} + C} \right)^{1/n} - B(1-\lambda) - \frac{\sigma_{CE,y}}{k_y} = 0, \end{cases} \quad (4)$$

где  $\sigma_{CE,x}, \sigma_{CE,y}$  – самонапряжение в бетоне по направлению осей  $x$  и  $y$  соответственно;

$A, B, C$  – эмпирические коэффициенты;

$$k_x = \rho_{lx} \cdot E_s \cdot 10^{-2}, \quad k_y = \rho_{ly} \cdot E_s \cdot 10^{-2};$$

$\lambda$  – коэффициент поперечных деформаций напрягающего бетона, который в практических целях рекомендуется принимать равным 0,47.

По результатам исследований [4] на основании экспериментальных данных предложены эмпирические зависимости, в которых учитывается взаимовлияние упругого ограничения по различным направлениям на величину связанных относительных деформаций расширения:

- по направлению оси  $x$

$$\begin{cases} \varepsilon_{CE,x} = (0,98 + 16 \cdot \rho_{ly} - 12 \cdot \rho_{lx}) \cdot \varepsilon_{CE,x,0}, & \text{если } \rho_{lx} \leq \rho_{ly} \\ \varepsilon_{CE,x} = (0,98 + 16 \cdot \rho_{lx} - 12 \cdot \rho_{ly}) \cdot \varepsilon_{CE,x,0}, & \text{если } \rho_{lx} > \rho_{ly} \end{cases} \quad (5)$$

- по направлению оси  $y$

$$\begin{cases} \varepsilon_{CE,y} = (0,98 + 16 \cdot \rho_{lx} - 12 \cdot \rho_{ly}) \cdot \varepsilon_{CE,y,0}, & \text{если } \rho_{ly} \leq \rho_{lx} \\ \varepsilon_{CE,y} = (0,98 + 16 \cdot \rho_{ly} - 12 \cdot \rho_{lx}) \cdot \varepsilon_{CE,y,0}, & \text{если } \rho_{ly} > \rho_{lx} \end{cases} \quad (6)$$

где  $\varepsilon_{CE,x,0}, \varepsilon_{CE,y,0}$  – связанная относительная деформация напрягающего бетона по оси  $x$  без учета упругого ограничения по оси  $y$  и, соответственно, по оси  $y$  без учета упругого ограничения по оси  $x$ ;

$\rho_{lx}, \rho_{ly}$  – коэффициенты армирования по направлению оси  $x$  и  $y$  соответственно.

Следует отметить, что все рассмотренные ранее расчетные методы по определению параметров напряженно-деформированного состояния плоских самонапряженных элементов, имеют существенные недостатки. Во-первых, все представленные расчетные формулы включают эмпирические коэффициенты или зависимости, которые в свою очередь ограничены конкретными условиями проведения эксперимента. Во-вторых, ни одна зависимость не учитывает поведение напрягающего бетона в раннем возрасте, а также влияние упругих и неупругих деформаций на величину связанных относительных деформаций расширения. Основываясь на энергетическом подходе, предложенные модели позволяют рассчитать величину самонапряжения только к моменту стабилизации расширения.

Отмеченные недостатки в достаточной мере учтены в исследованиях самонапряженных элементов в условиях линейного напряженного состояния [5], что позволило нам разработать расчетную модель для самонапряженных элементов, находящихся в условиях плоского напряженного состояния как при симметричном, так и при несимметричном ограничении деформаций расширения в двух направлениях.

**Теоретические предпосылки.** Основные теоретические положения модифицированной деформационной модели для случая произвольного ограничения, располагаемого по одному направлению элемента, изложены в работе [6].

Как показано в работах [6, 7], в общем случае относительная деформация свободного расширения  $\varepsilon_{cf}$  может быть представлена как сумма связанной относительной деформации, упругой относительной деформации и неупругой относительной деформации:

$$\varepsilon_{cf}(t_{i+1/2}) = \varepsilon_s(t_{i+1/2}) + \varepsilon_e(t_{i+1/2}) + \varepsilon_c(t_{i+1/2}, t_0), \quad (7)$$

где  $\varepsilon_{cf}(t_{i+1/2})$  – относительная деформация свободного расширения в возрасте бетона  $t_{i+1/2}$ ;

$\varepsilon_s(t_{i+1/2})$  – связанная относительная деформация в возрасте бетона  $t_{i+1/2}$ ;

$\varepsilon_e(t_{i+1/2})$  – упругая относительная деформация в возрасте бетона  $t_{i+1/2}$ ;

$\varepsilon_c(t_{i+1/2}, t_0)$  – неупругая относительная деформация от ползучести бетона, возникающей от напряжения, приложенного в момент времени  $t_0$  и действующего до времени  $t_{i+1/2}$ .

Таким образом, связанная относительная деформация из формулы (7) определится:

$$\varepsilon_s(t_{i+1/2}) = \varepsilon_{cf}(t_{i+1/2}) - (\varepsilon_e(t_{i+1/2}) + \varepsilon_c(t_{i+1/2}, t_0)). \quad (8)$$

В соответствии с положениями по определению параметров напряженно-деформированного состояния элементов из напрягающего бетона в раннем возрасте, которые подробно описаны в работе [5], в общем случае связанная относительная деформация бетона по направлению оси  $x$  в возрасте  $t_{i+1/2}$  может быть определена следующим образом:

$$\varepsilon_{x,s}(t_{i+1/2}) = \sum_{j=1}^i [(\Delta\sigma_{x,c})_j \cdot J(t_{i+1/2}, t_j)] + \varepsilon_{cf}(t_{i+1/2}, t_{1/2}), \quad (9)$$

где  $t_{i+1/2}$  – окончание  $i$ -го временного интервала;

$\varepsilon_{x,s}(t_{i+1/2})$  – связанная относительная деформация в направлении оси  $x$  в конце  $i$ -го временного интервала;

$(\Delta\sigma_{x,c})_j$  – приращение напряжений в направлении оси  $x$  за  $j$ -й временной интервал;

$\varepsilon_{cf}(t_{i+1/2}, t_{1/2})$  – деформация свободного расширения в направлении оси  $X$  за промежуток времени от  $t_{1/2}$  до  $t_{i+1/2}$ ;

$J(t_{i+1/2}, t_j)$  – функция ползучести, которая определяется по следующей зависимости:

$$J(t_{i+1/2}, t_j) = \frac{1}{E_c(t_j)} + \frac{\varphi(t_{i+1/2}, t_j)}{E_{c,28}}, \quad (10)$$

где  $E_c(t_j)$  – модуль деформации бетона в возрасте  $t_j$ , модифицированном с учетом влияния изменения температуры;

$E_{c,28}$  – модуль деформации бетона в возрасте 28 суток;

$\varphi(t_{i+1/2}, t_j)$  – коэффициент ползучести в возрасте бетона  $t_{i+1/2}$  от постоянно действующей нагрузки, приложенной в возрасте бетона  $t_j$ .

Возраст бетона, модифицированный с учетом влияния изменения температуры, определяется следующим образом:

$$t = \sum_{i=1}^n \Delta t_i \cdot \exp \left[ 13,65 - \frac{4000}{273 + T(\Delta t_i) / T_0} \right], \quad (11)$$

где  $T(\Delta t_i)$  – температура ( $^{\circ}\text{C}$ ), действующая на временном интервале  $\Delta t_i$ ;  $T_0 = 1^{\circ}\text{C}$ .

$\Delta t_i$  – временной интервал (сут.), для которого считают постоянным значение температуры  $T(\Delta t_i)$ .

В выражении (10) модуль упругости бетона в возрасте  $t$ , модифицированном с учетом влияния изменения температуры, определяется по следующей зависимости:

$$E_c(t) = E_{c,28} \cdot \exp \left( s \left( 1 - \left( \frac{t_{28} - a}{t - a} \right)^{0,5} \right) \right), \quad (12)$$

где  $t_{28}$  – возраст бетона, соответствующий 28 суткам реального времени и модифицированный с учетом влияния изменения температуры;

$a, s$  – эмпирические параметры материала.

В общем случае коэффициент ползучести в возрасте напрягающего бетона  $t$  от напряжения, приложенного в возрасте  $t_0$ , в работе [5] предложено определять следующим образом:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \cdot \left[ \frac{(t - t_0) / t_1}{\beta_n + (t - t_0) / t_1} \right]^{0,3}, \quad (13)$$

где  $\varphi_0$  – предельный базовый коэффициент ползучести:

$$\varphi_0 = 5,31 \cdot \left( \frac{E_c(t_0)}{E_{c,28}} - 1 \right)^2 + 1,11, \quad (14)$$

где  $\beta_n$  – коэффициент, учитывающий влияние возраста бетона на изменение деформаций ползучести:

$$\begin{cases} \beta_n = 0,000001, \text{ если } 0 \leq E_c(t) / E_{c,28} < 0,346 \\ \beta_n = 40,5 \cdot \left( \frac{E_c(t)}{E_{c,28}} - 0,346 \right) + 0,485, \text{ если } 0,346 \leq E_c(t) / E_{c,28} < 1,0 \end{cases} \quad (15)$$

где  $E_c(t_0), E_c(t)$  – модуль упругости напрягающего бетона соответственно в возрасте  $t_0$  и  $t$ , модифицированном с учетом влияния изменения температуры, определяется по формуле (11);

$t_1 = 1$  суткам.

Рассмотрим приращение связанной относительной деформации за  $i$ -й временной интервал по направлению оси  $X$ , используя формулу (9) и принимая правило знаков для деформаций:

$$\begin{aligned} (\Delta\varepsilon_{x,s})_i &= \varepsilon_{x,s}(t_{i+1/2}) - \varepsilon_{x,s}(t_{(i-1)+1/2}) = \\ &= (\Delta\varepsilon_{cf})_i - (\Delta\sigma_{x,c})_i \cdot J(t_{i+1/2}, t_i) - \sum_{j=1}^{i-1} \left[ (\Delta\sigma_{x,c})_j \cdot \frac{\Delta\varphi(t_i, t_j)}{E_{c,28}} \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

С учетом выражения (10) для функции ползучести формулу (10) можно представить следующим образом:

$$(\Delta\sigma_{x,c})_i = \frac{E_c(t_i)}{1 + \frac{E_c(t_i)}{E_{c,28}} \cdot \varphi(t_{i+1/2}, t_i)} \left( (\Delta\varepsilon_{cf})_i - \sum_{j=1}^{i-1} \left[ (\Delta\sigma_{x,c})_j \cdot \frac{\Delta\varphi(t_i, t_j)}{E_{c,28}} \right] - (\Delta\varepsilon_{x,s})_i \right); \quad (17)$$

$$\Delta\varphi(t_i, t_j) = \varphi(t_{i+1/2}, t_j) - \varphi(t_{(i-1)+1/2}, t_j). \quad (18)$$

Принимая во внимание, что напрягающий бетон и арматура деформируются совместно, напряжения в бетоне могут быть выражены через деформации в ограничивающей связи:

$$\sigma_{x,c} = \varepsilon_{x,s} \cdot E_s \cdot \rho_{x,l}, \quad (19)$$

где  $E_s$  – модуль упругости арматуры;

$\rho_{x,l}$  – коэффициент армирования в направлении оси  $X$ .

Таким образом, выражение (17) принимает следующий вид:

$$(\Delta\varepsilon_{x,s})_i = \frac{E_c(t_i)}{\left( 1 + \frac{E_c(t_i)}{E_{c,28}} \cdot \varphi(t_{i+1/2}, t_i) \right) \cdot E_s \cdot \rho_{x,l}} \times \quad (20)$$

$$\times \left( (\Delta\varepsilon_{cf})_i - \sum_{j=1}^{i-1} \left[ (\Delta\sigma_{x,c})_j \cdot \frac{\Delta\varphi(t_i, t_j)}{E_{c,28}} \right] - (\Delta\varepsilon_{x,s})_i \right).$$

Обозначив  $D = \frac{E_c(t_i)}{\left( 1 + \frac{E_c(t_i)}{E_{c,28}} \cdot \varphi(t_{i+1/2}, t_i) \right) \cdot E_s \cdot \rho_{x,l}}$  и решив

выражение (20) относительно  $(\Delta\varepsilon_{x,s})_i$ , окончательно получим приращение связанной относительной деформации в направлении оси  $X$  за  $i$ -й временной интервал:

$$(\Delta\varepsilon_{x,s})_i = \frac{D}{D+1} \left( (\Delta\varepsilon_{cf})_i - \sum_{j=1}^{i-1} \left[ (\Delta\sigma_{x,c})_j \cdot \frac{\Delta\varphi(t_i, t_j)}{E_{c,28}} \right] \right). \quad (21)$$

Таким образом, зная закон распределения деформаций свободного расширения  $\varepsilon_{cf}$  и приращение напряжений на  $(i-1)$ -м временном интервале, можно получить приращение связанной относительной деформации в ограничивающей связи по направлению оси  $X$  на каждом  $i$ -м временном интервале. Приращение напряжений в направлении оси  $X$  за  $i$ -й временной интервал определим из выражения:

$$(\Delta\sigma_x)_i = (\Delta\varepsilon_{x,s})_i \cdot E_s \cdot \rho_{x,l}. \quad (22)$$

Однако, представленная выше аналитическая модель имеет один существенный, на наш взгляд, недостаток, что подтвердилось при сравнении с нашими экспериментальными данными. Как отмечается в работе [6], расширение образца из напрягающего бетона на каждом последующем итерационном шаге происходит в условиях наличия реакции упругого ограничения, возникающей на предшествующем итерационном шаге и препятствующей расширению бетонного элемента. С учетом вышесказанного, выражение (21) следует преобразовать следующим образом:

$$\begin{aligned} (\Delta\varepsilon_{x,s})_i &= \frac{D}{D+1} \left( (\Delta\varepsilon_{cf})_i - \sum_{j=1}^{i-1} \left[ (\Delta\sigma_{x,c})_j \cdot \frac{\Delta\varphi(t_i, t_j)}{E_{c,28}} \right] \right) - \\ &- \left( (\Delta\varepsilon_{x,s})_{i-1} \right) \cdot \rho_{x,l} \cdot \frac{E_s}{E_c(t_{(i-1)+1/2})}. \end{aligned} \quad (23)$$

Следует отметить, что представленные решения были получены для элементов, находящихся в условиях линейного напряженного состояния [6]. Поскольку цель настоящих исследований заключается в определении параметров напряженно-деформированного состояния для самонапряженных плит, армированных в двух направлениях, то необходимо рассматривать напряжения и деформации в условиях плоского напряженного состояния. Известно, что в случае плоского напряженного состояния напряжения, действующие по одной из осей, связаны с напряжениями, действующими по направлению другой оси, посредством коэффициента Пуассона. Согласно данным, представленным в работе [3], коэффициент Пуассона для напрягающего бетона в раннем возрасте может быть принят  $\mu = 0,47$ .

Таким образом, приращение напряжений, действующих по направлению каждой оси в случае плоского напряженного состояния можно определить следующим образом:

$$\begin{cases} (\Delta\sigma_x)_i = (\Delta\varepsilon_{x,s})_i \cdot E_{x,s} \cdot \rho_{x,l} - \mu \cdot ((\Delta\varepsilon_{y,s})_i \cdot E_{y,s} \cdot \rho_{y,l}); \\ (\Delta\sigma_y)_i = (\Delta\varepsilon_{y,s})_i \cdot E_{y,s} \cdot \rho_{y,l} - \mu \cdot ((\Delta\varepsilon_{x,s})_i \cdot E_{x,s} \cdot \rho_{x,l}). \end{cases} \quad (24)$$

Приращение связанных относительных деформаций по направлению каждой оси для случая плоского напряженного состояния определяется из системы уравнений:

$$\begin{cases} (\Delta\varepsilon_{x,s})_i = \frac{D}{D+1} \left( (\Delta\varepsilon_{cf})_i - \sum_{j=1}^{i-1} \left[ (\Delta\sigma_{x,c})_j \cdot \frac{\Delta\varphi(t_i, t_j)}{E_{c,28}} \right] \right) - \\ - ((\Delta\varepsilon_{x,s})_{i-1}) \cdot \rho_{x,l} \cdot \frac{E_{x,s}}{E_c(t_{(i-1)+1/2})}; \\ (\Delta\varepsilon_{y,s})_i = \frac{D}{D+1} \left( (\Delta\varepsilon_{cf})_i - \sum_{j=1}^{i-1} \left[ (\Delta\sigma_{y,c})_j \cdot \frac{\Delta\varphi(t_i, t_j)}{E_{c,28}} \right] \right) - \\ - ((\Delta\varepsilon_{y,s})_{i-1}) \cdot \rho_{y,l} \cdot \frac{E_{y,s}}{E_c(t_{(i-1)+1/2})}. \end{cases} \quad (25)$$

Зная приращение деформаций и напряжений на каждом итерационном шаге, можно определить общее напряжение и общую связанную относительную деформацию в направлении каждой оси в данный момент времени:

$$\begin{cases} (\sigma_x)_i = (\sigma_x)_{i-1} + (\Delta\sigma_x)_i, \\ (\sigma_y)_i = (\sigma_y)_{i-1} + (\Delta\sigma_y)_i, \end{cases} \begin{cases} (\varepsilon_{x,s})_i = (\varepsilon_{x,s})_{i-1} + (\Delta\varepsilon_{x,s})_i \\ (\varepsilon_{y,s})_i = (\varepsilon_{y,s})_{i-1} + (\Delta\varepsilon_{y,s})_i \end{cases} \quad (26)$$

Итерационный расчет продолжается до тех пор, пока не наступит момент стабилизации деформаций расширения, что определяется из закона распределения свободных относительных деформаций расширения во времени, получаемого по результатам испытания контрольных образцов в стандартных условиях.

**Экспериментальные исследования.** С целью апробации принятой расчетной модели были проведены экспериментальные исследования шести плитных образцов из напрягающего бетона, армированных плоскими сетками, расположенными в центре высоты

Таблица 1. Номенклатура опытных образцов

№ серии	Маркировка плит	Площадь сечения арматуры в направлении оси X, мм <sup>2</sup>	Коэффициент армирования $\rho_{lx}$ , %	Площадь сечения арматуры в направлении оси y, мм <sup>2</sup>	Коэффициент армирования $\rho_{ly}$ , %
1	П1-1	339	0,97	58,9	0,16
	П1-2	3Ø5 S500		3Ø12 S500	
2	П2-1	339	0,97	339	0,97
	П2-2	3Ø5 S500		3Ø5 S500	
3	П3-1	58,9	0,16	58,9	0,16
	П3-2	3Ø12 S500		3Ø12 S500	

сечения. Варьируемым параметром опытных образцов являлась степень упругого ограничения по направлению главных осей.

Номенклатура опытных образцов представлена в таблице 1, а конструктивное решение – на рисунке 1.

Все опытные образцы изготавливали в лабораторных условиях из бетона на напрягающем цементе. Приготовление напрягающего цемента выполнялось с помощью шаровой мельницы вместимостью 60 кг при совместном помоле бездобавочного портландцемента СЕМ I 42,5, глиноземистого цемента и гипса в соотношении ПЦ:ГЦ:Г=74:14:12.

В качестве заполнителей для напрягающего бетона применяли песок с модулем крупности  $M_{кр}=3,4$  и щебень гранитный фракции 5-20 мм Микашевичского карьера. Состав бетонной смеси из расчета на 1 м<sup>3</sup> был принят следующим: напрягающий цемент : песок : щебень : вода – 500кг:750кг:1150кг:215л. Фактическое водоцементное отношение составило В/Ц=0,43.

Опытные образцы бетонировали в деревянной опалубке. Приготовление бетонной смеси выполняли в лабораторном бетономесителе объемом 110 литров. На каждую серию образцов изготавливали отдельный замес. Уплотнение бетонной смеси производили глубинным вибратором. После достижения бетоном прочности 10,0±1МПа, образцы распалубливали, увлажняли, оборачивали поролоном для сокращения потерь влаги и укрывали полиэтиленовой пленкой. Для исключения трения нижней поверхности образцов о бетонное основание каждая плита была установлена на три шаровые опоры.

После бетонирования образцы выдерживали в воздушно-сухих условиях (1 сутки) и во влажных условиях (2–28 суток).

Одновременно с экспериментальными образцами для каждого замеса были изготовлены контрольные образцы-кубы в металлических формах размером 100х100х100 мм для определения прочности напрягающего бетона; образцы-призмы в металлических формах размером 100х100х400 мм для определения модуля упругости напрягающего бетона; образцы-призмы в металлических формах 50х50х200 мм для определения деформации свободного расширения напрягающего бетона.

Перед увлажнением на поверхность образцов были наклеены латунные репера с шагом 415 мм. По реперам миссурой с индикатором часового типа с ценой деления 0,01мм измеряли деформации бетона в продольном и поперечном направлении. Кроме этого деформации бетона в двух направлениях также измерялись с помощью стационарных индикаторов часового типа с ценой деления 0,01 мм, установленных на приваренных к арматурным сеткам стойках (рис. 2).

Характеристики напрягающего бетона контролировали по стандартной методике [8]. Результаты измерения характеристик напрягающего бетона, полученные по контрольным образцам, приведены в таблице 2.

Таблица 2. Характеристики напрягающего бетона

№ серии	Стабилизированная деформация свободного расширения $\varepsilon_{cf}$ , %	Модуль упругости в возрасте 28 сут., ГПа	Самонапряжение бетона в возрасте 28 сут., МПа
1	0,117	42,66	1,4
2	0,437	23,1	2,4
3	0,334	33,3	-

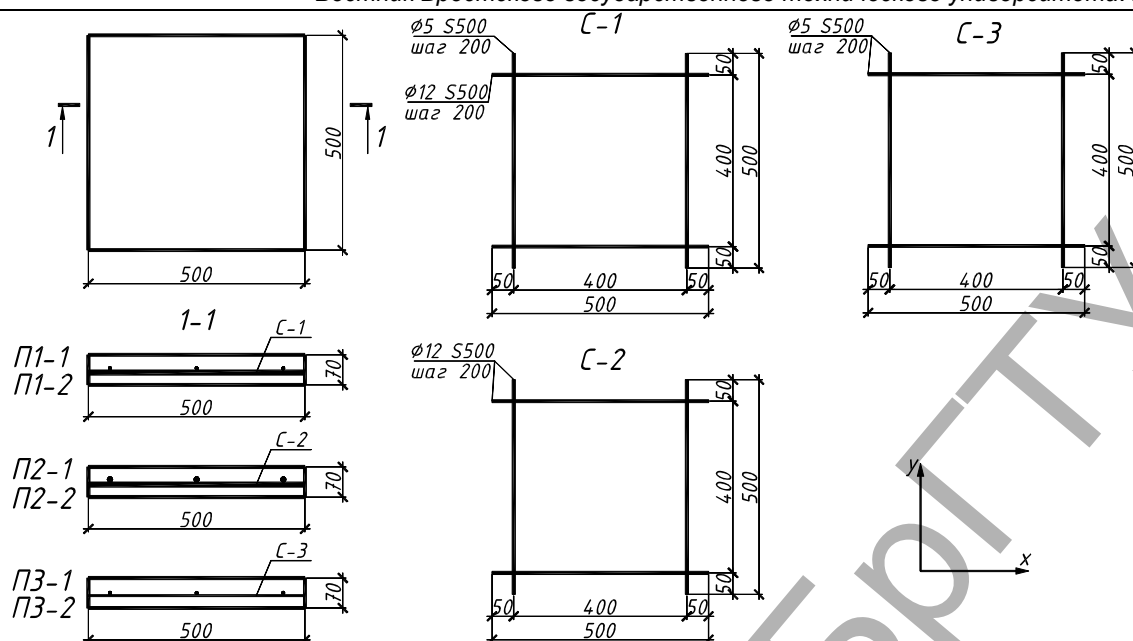


Рис. 1. Конструктивное решение опытных образцов



Рис. 2. Внешний вид опытных образцов до бетонирования (а) и после бетонирования с установленными средствами измерения (б)

При проведении экспериментальных исследований проводили измерение деформаций расширения плит по двум направлениям, совпадающим с направлениями армирования. Измерения проводили, начиная со вторых суток, ежедневно, а после стабилизации деформаций расширения – в 21 и 28 сутки.

**Анализ результатов экспериментальных исследований.** По полученным значениям деформаций расширения были определены значения самонапряжений по направлению каждой оси, совпадающей с направлением армирования. Динамика развития деформаций расширения и соответствующих им значений самонапряжений до момента стабилизации процесса расширения для каждой серии образцов приведена на рисунках 3, 4, 5.

Из данных, приведенных на рисунке 3, следует, что в соответствии с расчетной моделью стабилизацию связанных относительных деформаций расширения наблюдали на 10 сутки, что соответствует началу стабилизации деформаций свободного расширения, полученных при измерении контрольных образцов серии 1. Экспериментальный прирост деформаций расширения для всех плит серии 1 оканчивается на 11 сутки влажного режима хранения.

Сходимость экспериментальных и расчетных значений связанных относительных деформаций расширения по направлению оси  $x$  для плиты П1-1, начиная с 3-х суток, варьируется от 0,741 до 1,097, для плиты П1-2 – от 0,728 до 1,231, а сходимость соответствующих им значений самонапряжений варьируется от 0,731 до 1,097 для плиты П1-1 и от 0,723 до 1,245 для плиты П1-2. По направлению оси  $y$  сходимость экспериментальных и расчетных значений связанных относи-

тельных деформаций расширения для плиты П1-1 варьируется от 0,839 до 1,181, для плиты П1-2 – от 0,773 до 1,364. Сходимость соответствующих им значений самонапряжений по оси  $y$  варьируется от 0,665 до 1,117 для плиты П1-1 и от 0,687 до 1,410 для плиты П1-2. Значительное превышение расчетных значений связанных относительных деформаций расширения и самонапряжений по отношению к экспериментальным данным в возрасте 2-х суток (около 50%), вероятно, следует связывать с погрешностью измерения деформаций.

Результаты сравнения, представленные на рисунке 4, свидетельствуют, что по расчетной модели стабилизация связанных относительных деформаций расширения наступает на 14 сутки (что соответствует началу стабилизации относительных деформаций свободного расширения для серии 2, определенных по контрольным образцам), в то время как по экспериментальным данным стабилизация связанных деформаций расширения наступила на 15 сутки влажного режима хранения. Сходимость экспериментальных и расчетных значений связанных относительных деформаций расширения по направлению оси  $x$  для плиты П2-1, начиная со вторых суток, изменяется от 0,912 до 1,079, для плиты П2-2 – от 1,040 до 1,280. Сходимость экспериментальных и расчетных значений соответствующих им самонапряжений изменяется от 0,863 до 1,028 для плиты П2-1 и от 1,157 до 1,378 для плиты П2-2. По направлению оси  $y$  сходимость экспериментальных и расчетных значений связанных относительных деформаций расширения, начиная со вторых суток, изменяется от 0,746 до 1,228 для плиты П2-1 и от 0,786 до 1,222 для плиты П2-2. Сходимость соответствующих им значений самонапряжений изменяется от 0,632 до 1,331 для плиты П2-1 и от 0,609 до 1,187 для плиты П2-2.

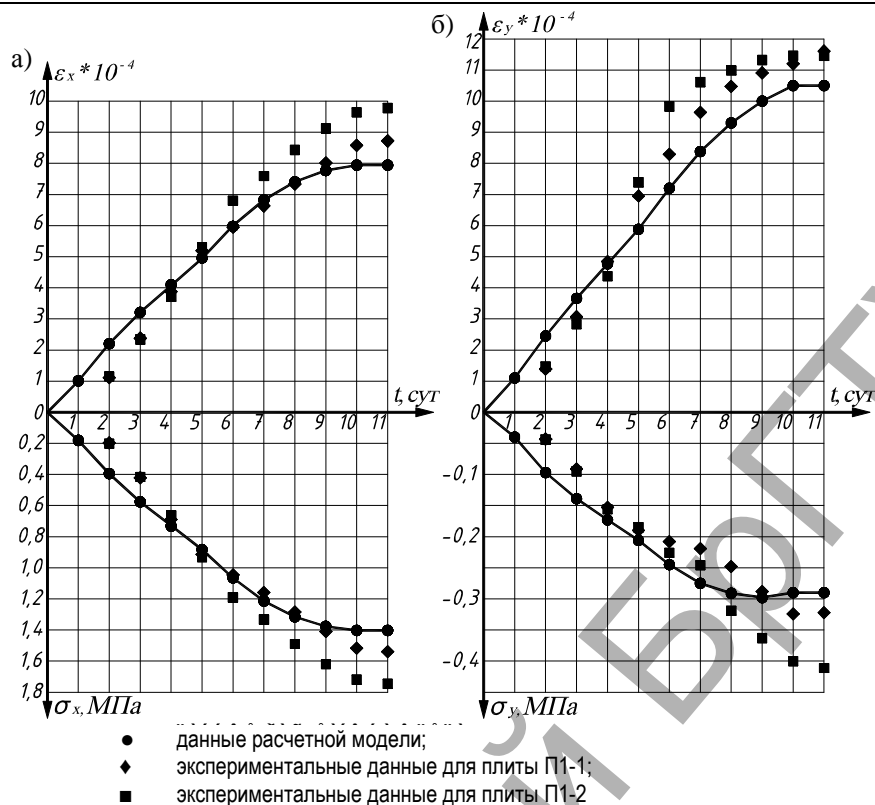


Рис. 3. Динамика развития связанных деформаций расширения и соответствующих им самонапряжений по направлению оси x (а) и направлению оси y (б) на стадии твердения для плит серии 1

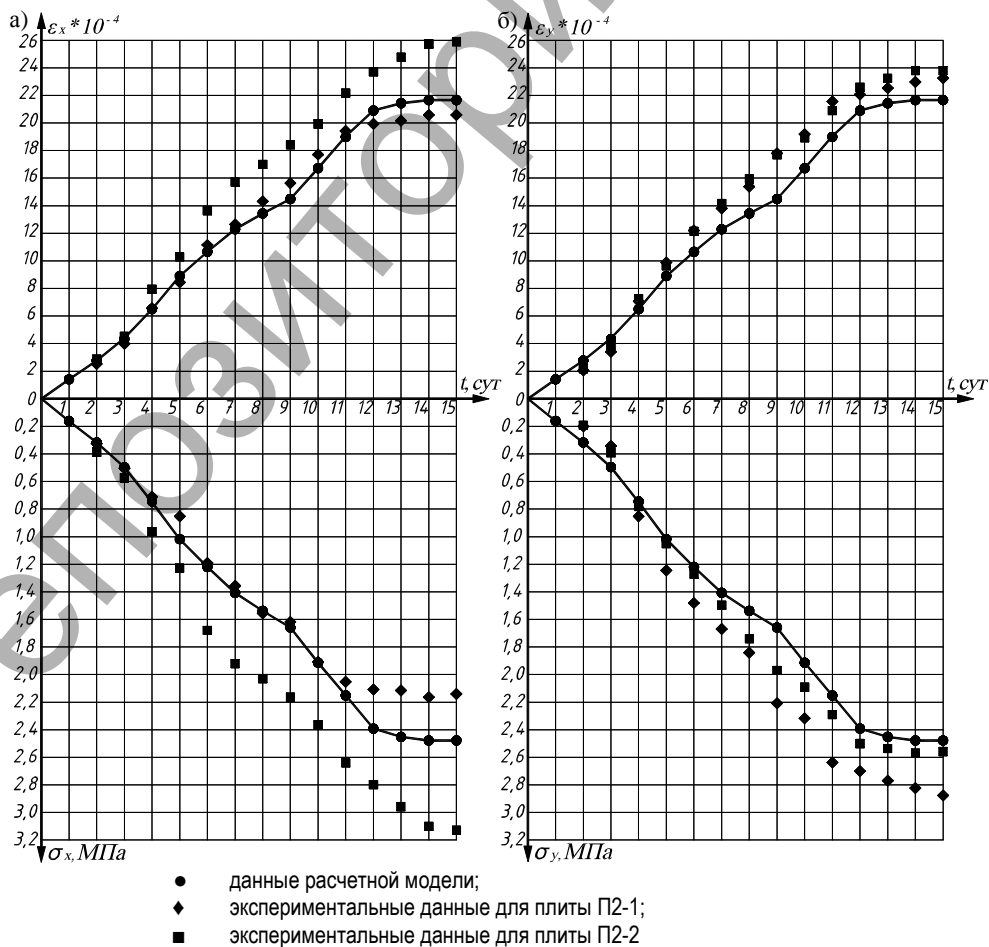


Рис. 4. Динамика развития связанных деформаций расширения и соответствующих им самонапряжений по направлению оси x (а) и направлению оси y (б) на стадии твердения для плит серии 2

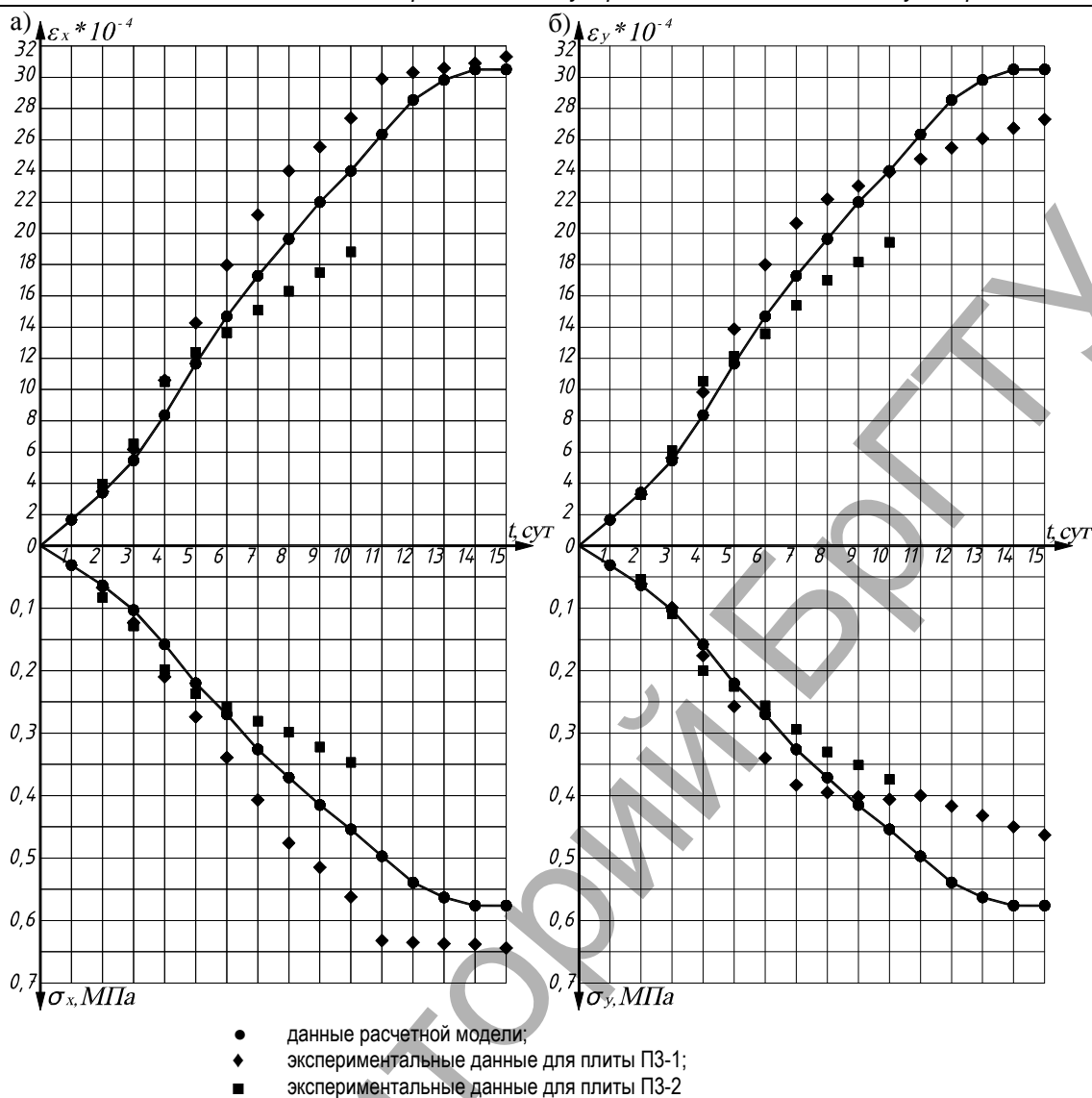


Рис. 5. Динамика развития связанных деформаций расширения и соответствующих им самонапряжений по направлению оси  $x$  (а) и направлению оси  $y$  (б) на стадии твердения для плит серии 3

Результаты сравнения, приведенные на рисунке 5, свидетельствуют, что в соответствии с расчетной моделью стабилизация связанных относительных деформаций расширения для образцов серии 3 устанавливается на 14 суток (что соответствует началу стабилизации относительных деформаций свободного расширения для серии 3, определенных по контрольным образцам). В соответствии с экспериментальными данными для плиты ПЗ-1 стабилизация деформаций расширения наступает на 15 суток влажного режима хранения. Экспериментальные данные для плиты ПЗ-2, начиная с 11 суток, отсутствуют, поскольку произошло отслоение латунных реперов с поверхности плиты. Сходимость экспериментальных и расчетных значений связанных относительных деформаций расширения по направлению оси  $x$  для плиты ПЗ-1, начиная со вторых суток, изменяется от 1,016 до 1,268, для плиты ПЗ-2 – от 0,795 до 1,257. Сходимость экспериментальных и расчетных значений соответствующих им самонапряжений для плиты ПЗ-1 изменялась от 1,050 до 1,329, для плиты ПЗ-2 – от 0,765 до 1,305. По направлению оси  $y$  сходимость экспериментальных и расчетных значений связанных относительных деформаций расширения изменялась от 0,874 до 1,226 для плиты ПЗ-1 и от 0,808 до 1,261 – для плиты ПЗ-2. Сходимость экспериментальных и расчетных значений соответствующих им самонапряжений изменялась от 0,768 до 1,260 для плиты ПЗ-1 и от 0,825 до 1,261 – для плиты ПЗ-2.

Следует отметить, что для плит серии 2 и 3 коэффициенты армирования в двух направлениях были симметричными, следовательно, связанные относительные деформации расширения и соответствующие им значения самонапряжений, полученные на основании расчета, в каждый рассматриваемый момент времени равны по двум направлениям. Очевидно, что измеренные в определенный момент времени связанные относительные деформации расширения должны быть одинаковы по двум направлениям. Однако в результате погрешности измерений относительные деформации расширения имеют разброс значений, что в свою очередь отразилось на значениях самонапряжений и в конечном итоге – на сходимости результатов.

#### Заключение

1. Сопоставление значений связанных относительных деформаций расширения и соответствующих им значений самонапряжений, полученных экспериментально и определенных по расчетной модели, свидетельствует о их достаточной сходимости.
2. Основным достоинством принятой расчетной модели, на наш взгляд, является использование факторов, характеризующих реальные условия твердения конструктивного элемента из напрягающего бетона, что учитывается температурой, при которой происходит процесс твердения, модулем деформации и, самое главное, фактическим законом распределения свободных деформаций расширения напрягающего бетона во времени.

3. Данная аналитическая модель позволяет определять связанные относительные деформации расширения при различных коэффициентах армирования в двух направлениях и их произвольном размещении в сечении элемента, начиная с первых суток твердения до момента стабилизации процесса расширения. По полученным значениям деформаций определяются значения напряжений в ограничивающих связях, что в свою очередь имеет важное практическое значение.

#### СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Бетонные и железобетонные конструкции из напрягающего бетона: ТКП 45-5.03-158-2009/ Министерство архитектуры и строительства РБ. – Мн.: Минстройархитектуры, 2010. – 28 с.
2. Литвер, С.Л. Самонапряжение при двухосном ограничении деформаций расширения / С.Л. Литвер, А.И. Петухов // Исследования и применение напрягающего бетона и самонапряженных конструкций: сб. тр. / НИИЖБ; под науч. ред. В.В. Михайлова. – Москва, 1984. – С. 67–68.
3. Михайлов, В.В. Плоские самонапряженные конструкции / В.В. Михайлов, В.С. Гергивальд // Исследования и применение напрягающего бетона и самонапряженных конструкций: сб. тр. / НИИЖБ; под науч. ред. В.В. Михайлова. – Москва, 1984. – С. 62–67.
4. Марчук, В.А. Деформации и собственные напряжения несимметрично двухосно армированных плоских элементов из напрягающего бетона на стадии его расширения: дис. ... канд. техн. наук 05.23.01 / В.А. Марчук. – Брест, 2002. – 176 с.
5. Early Age Deformation and Resultant Induced Stress in Expansive High Strength Concrete / I. Hidetoshi [et. al]. – Journal of Advanced Concrete Technology, 2004. – Vol. 2, № 2. – P. 155–174.
6. Тур, В.В. Модель, применяемая для расчета связанных деформаций и самонапряжений в элементах из напрягающего бетона / В.В. Тур, О.С. Семенюк (в настоящем сборнике).
7. Тур, В.В. Самонапряженные бетонные элементы, армированные стержнями из полимерного композита / В.В. Тур, О.С. Семенюк // Перспективные направления инновационного развития строительства и подготовки инженерных кадров: сб. науч. статей. – Брест: БрГТУ, 2014. – С. 274–287.
8. Бетоны напрягающие. Технические условия: СТБ 2101 – 2010. – Введ. 28.07.2010. – Минск: РУП “Стройтехнорм”, 2010. – 19 с.

Материал поступил в редакцию 09.02.16

#### **TUR V.V., KONDRATCHIK A.A., SANNIKOVA O.G. Determination of parameters of the intense deformed condition of flat self-intense elements at a curing stage**

The calculation model for evaluating stress-strain relationship of plane self-stressing elements at hardening stage is proposed. The test results of the plate specimens at hardening stage are presented. The comparative analysis of test and calculated values of stress-strain parameters is given.