

## АНАЛИЗ ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ СИММЕТРИЧНЫХ ТОНКОСТЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С-ОБРАЗНОГО СЕЧЕНИЯ

В. В. Надольский, Ф. А. Верёвка

**Аннотация:** статья посвящена анализу форм потери устойчивости образцов вертикальных тонкостенных стальных элементов С-образного сечения с различными толщинами стенок, не имеющих промежуточных раскрепляющих элементов, подверженных центральному сжатию. В рамках статьи выполнен сбор и анализ экспериментальных данных, построены конечноэлементные модели исследуемых образцов с использованием программного комплекса ABAQUS, произведен анализ значений критических сил потери устойчивости, полученных экспериментально, аналитически и с применением численных методов.

**Abstract:** the article is devoted to the analysis of the buckling forms of vertical steel thin-walled "C" - section elements with different web thicknesses without lateral restraints that are subjected to axial compression. Within the framework of the article, experimental data was collected and analyzed, using the ABAQUS software package finite element models of the samples were created, and the analysis of the values of the critical forces obtained experimentally, analytically, and using numerical methods was made.

**Введение.** Модели сопротивления тонкостенных стальных элементов открытого сечения являются значительно более сложными, чем модели сопротивления стальных элементов аналогичной формы поперечного сечения, но имеющих толщину более 4 мм. Тонкостенные стальные элементы открытого поперечного сечения имеют тенденцию к локальному изгибу, приводящему к местной потере устойчивости сечения или же потере устойчивости формы сечения, при этом значения напряжений потери устойчивости имеют гораздо меньшие значения в сравнении с таковыми, возникающими при общей форме потери устойчивости [1, рисунок 5.5а]. Однако в случае с тонкостенными стержнями местная форма потери устойчивости часто может служить причиной отказа тонкостенного элемента, что вынуждает инженеров искать методы определения критической силы, соответствующей данной форме потери устойчивости, и применять полученные значения при анализе наступления предельного состояния несущей способности указанных элементов.

Основоположителем теории расчета тонкостенных стержней следует считать профессора С. П. Тимошенко, который занимался вопросом изгиба и кручения тонкостенных стержней, однако основная теория расчета тонкостенных стержней с открытыми сечениями была разработана В. З. Власовым [2, 3]. В последующем данное направление научных исследований было отражено в работах известных советских ученых: А. Р. Ржаницына, А. А. Уманского, Д. В. Бычкова, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Вольмира, В. В. Болотина и др. [4-7]. Среди иностранных ученых отдельно стоит выделить работы Ojalvo [8] и Murray [9].

В рамках представленной работы был выполнен сбор и анализ данных испытаний тонкостенных стальных элементов С-образного сечения, проведен-

ных на базе строительного факультета университета в Загребе, Хорватия [10]. Выполнен расчет устойчивости стальных тонкостенных стержней С-образного сечения (С 80/40/14/1.1 и С 80/40/14/3) аналитически с использованием теории тонкостенных стержней и с помощью компьютерного моделирования с использованием конечноэлементного программного комплекса ABAQUS, выполнен анализ и сравнение полученных значений критических сил потери устойчивости с экспериментальными данными.

**Экспериментальное исследование устойчивости.** Информация об испытываемых образцах и особенностях проведения экспериментов были получены на основании анализа данных проведенных испытаний на базе строительного факультета университета в Загребе, Хорватия [10].

Испытания проводились на двух образцах тонкостенных стержней С-образной формы сечения (С 80/40/14/1.1 и С 80/40/14/3) одинаковой длины с различными толщинами стенок:  $t=1.1$  мм и  $t=3.0$  мм соответственно. Образцы были изготовлены из одинаковой марки стали и имели одинаковые механические характеристики. Нагрузка прикладывалась центрально. Расчетная схема исследуемых стержней представляет собой стержень, жестко закрепленный у основания и шарнирно-подвижно — сверху. Контурные размеры поперечного сечения исследуемых стержней С-образного сечения С 80/40/14/1.1 и С 80/40/14/3, расчетная схема и схема расположения измерительных приборов приведены на рисунке 1.

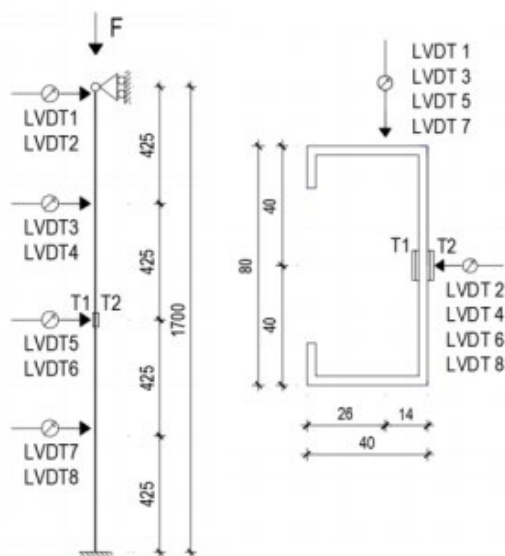


Рисунок 1 — Контурные размеры поперечного сечения исследуемых стержней С 80/40/14/1.1 и С 80/40/14/3; расчетная схема; схема расположения измерительных приборов [10, рисунок 2]

Механические свойства стали, используемой при изготовлении исследуемых стержней, были определены в лаборатории при исследовании серии из трех стандартных образцов с дополнительными датчиками деформации для определения модуля сдвига. Образцы были подготовлены для испытаний в соответствии с EN ISO 6892-1: 2009. Полученные значения механических характеристик представлены в таблице 1.

Таблица 1 — Механические характеристики стали тонкостенных стержней С 80/40/14/1.1 и С 80/40/14/3

| Наименование характеристики | Обозначение | Ед. измерения | Значение |
|-----------------------------|-------------|---------------|----------|
| Предел текучести            | $R_{y,02}$  | МПа           | 321,2    |
| Предел прочности            | $R_u$       | МПа           | 402,34   |
| Модуль упругости            | $E$         | МПа           | 205300   |
| Коэффициент Пуассона        | $\nu$       | —             | 0,29     |
| Модуль сдвига               | $G$         | МПа           | 79600    |

Устойчивость тонкостенных С-образных стержней определялась с использованием статического прессы. К торцам испытываемых элементов были приварены стальные пластины, которые сверху вертикально расположенного стержня служили опорной площадкой для приложения сосредоточенной сжимающей нагрузки, снизу служили опорой, представляющей собой жесткую заделку. Стальные пластины и стержни были изготовлены из одного материала с одинаковыми механическими свойствами.

Во время лабораторных испытаний для измерения продольной деформации в стержнях были использованы тензометрические (тензорезисторные) датчики; для измерения боковых перемещений — датчики LVDT.

Приложение нагрузки на исследуемые образцы проводилось ступенчато в зависимости от толщин стенок испытываемых стержней: для образцов с толщиной стенки  $t = 1,1$  мм приращение составляло  $\Delta F = 10$  кН, для образцов, с толщиной стенки  $t = 3,0$  мм —  $\Delta F = 30$  кН.

Потеря устойчивости стержня С 80/40/14/1.1 была зафиксирована при значении продольной силы  $F_{cr} = 30,8$  кН из-за значительных локальных деформаций полотна стержня. На рисунке 2а представлена форма местной потери устойчивости стенки и полок стержня С 80/40/14/1.1. На рисунке 2б представлена форма потери устойчивости стержня С 80/40/14/3 при значении критической силы  $F_{cr} = 144,5$  кН.



а)



б)

Рисунок 2 — а) форма местной потери устойчивости стенки и полок стержня С 80/40/14/1.1 б) форма потери устойчивости стержня С 80/40/14/3 [10, рисунки 4, 5]

Очевидно, что именно из-за местного искривления полотна стержня С 80/40/14/1.1 не было достигнуто полное значение критической нагрузки, в то время как благодаря большей толщине стержня С 80/40/14/3 существенного местного искривления стержня зафиксировано не было, что, как следствие, явилось причиной значительного увеличения величины критической силы, обусловленного вовлечением всего стержня в сопротивление общей потере устойчивости стержня.

**Аналитическое определение значений критической силы.** Значения критических сил были определены с использованием теории тонкостенных стержней открытого сечения [4, 11, 12]. Геометрические характеристики тонкостенных стержней С 80/40/14/1.1, С 80/40/14/3 и их значения приведены в таблице 2.

Таблица 2 — Значения геометрических характеристик тонкостенных стержней С 80/40/14 /1.1, С 80/40/14/3

| Характеристика               | Обознач.       | Ед. изм.        | Числовое значение |               |
|------------------------------|----------------|-----------------|-------------------|---------------|
|                              |                |                 | С 80/40/14 /1.1   | С 80/40/14 /3 |
| Площадь поперечного сечения  | A              | мм <sup>2</sup> | 201,96            | 528           |
| Эксцентриситет               | e              | мм              | 24,95             | 32,25         |
| Момент инерции               | I <sub>y</sub> | мм <sup>4</sup> | 210355,6          | 522340,5      |
|                              | I <sub>z</sub> | мм <sup>4</sup> | 48701,6           | 114510,5      |
| Момент инерции кручения      | I <sub>t</sub> | мм <sup>4</sup> | 81,5              | 1584          |
| Секториальный момент инерции | I <sub>□</sub> | мм <sup>6</sup> | 74908776,7        | 166001490,1   |
| Координаты центра сдвига     | y <sub>A</sub> | мм              | 34,45             | 32,25         |
|                              | z <sub>A</sub> | мм              | 0                 | 0             |

Согласно теории тонкостенных стержней, критическая сила для стержня открытого поперечного сечения  $F_{cr}$  определяется в соответствии с уравнением 1:

$$(y_A^2 + z_A^2 - r^2) \cdot F^3 + [(F_y + F_z + F_\omega) \cdot r^2 - z_A^2 \cdot F_y - y_A^2 \cdot F_z] \cdot F^2 - r^2 \cdot (F_y \cdot F_z + F_y \cdot F_\omega + F_z \cdot F_\omega) \cdot F + F_y \cdot F_z \cdot F_\omega \cdot r^2 = 0 \quad (1)$$

Где величины  $F_z$ ,  $F_y$ ,  $F_\omega$  определяются согласно следующим выражениям:

$$F_z = \frac{\pi^2 EI_z}{(\mu l)^2}; \quad F_y = \frac{\pi^2 EI_y}{(\mu l)^2}; \quad F_\omega = \frac{1}{r^2} \cdot \left( \frac{\pi^2 EI_\omega}{(\nu l)^2} + GI_t \right). \quad (2)$$

Величина  $r^2$  определяются согласно выражению:

$$r^2 = \frac{I_y + I_z}{A} + y_A^2 + z_A^2. \quad (3)$$

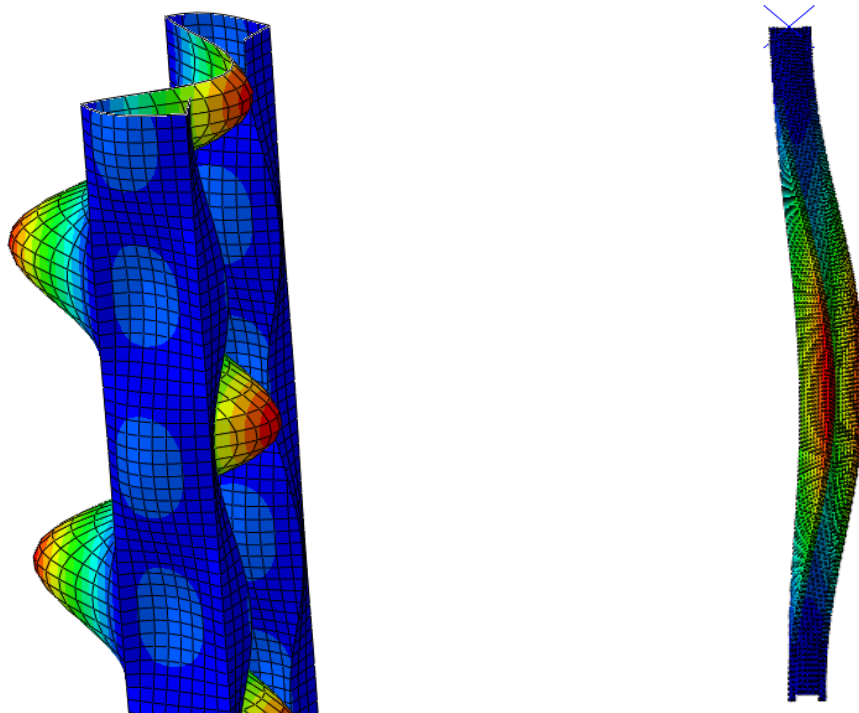
Для стержня, имеющего жесткое закрепление на одном конце и шарнирно-подвижное на другом,  $\mu = 0,7$ ;  $\nu = 0,7$ . Кубическое уравнение 1 имеет три действительных и положительных корня  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$ . При  $F_2 < F_3$ , соответствующая критическая сила равна меньшей из сил  $F_2$  или  $F_z$ . Если  $F_z < F_2$ , происходит потеря устойчивости (выпучивание) в плоскости стержня, при  $F_z > F_2$ , одновременно наблюдается изгибно-крутильная форма потери устойчивости, при этом критическая сила потери устойчивости стержня  $F_{cr} = F_{min}$ .

Таким образом, используя данные таблицы 1 и выражение 3, были получены значения  $r^2=2469,5 \text{ мм}^2$  и  $r^2=2246,2 \text{ мм}^2$  для стержней С 80/40/14/1.1 и С 80/40/14/3 соответственно. Используя уравнение 1 и формулы 2, получаем значения критических сил  $F_{cr}=F_{min}=42,6 \text{ кН}$  и  $F_{cr}=F_{min}=145,5 \text{ кН}$  для стержней С 80/40/14/1.1 и С 80/40/14/3 соответственно. В соответствии с расчетом для стержня С 80/40/14/1.1 характерной является изгибно-крутильная форма потери устойчивости, для стержня С 80/40/14/3 — общая форма потери устойчивости.

**Определение критической силы с применением конечноэлементного программного комплекса ABAQUS.** Программный комплекс ABAQUS CAE обладает обширной библиотекой конечных элементов. В библиотеке имеются как элементы тонких пластин, основанных на классической теории Кирхгофа, так и элементы толстых пластин, подчиняющиеся теории Рейсснера-Миндлена, которая учитывает деформацию поперечного сдвига. Кроме того, в программном комплексе ABAQUS CAE имеются пластинчатые элементы общего назначения (general purpose elements), которые позволяют моделировать оба типа пластин.

Для моделирования стержней был выбран элемент S4R (A 4-node doubly curved thin or thick shell, reduced integration, hourglass control, finite membrane strains – четырехузловой элемент тонкой или толстой пластины с криволинейным контуром, использованием редуцированной схемы интегрирования, конечными мембранными деформациями и контролем за деформациями формы с нулевой энергией. Сетка была сгенерирована и структурирована автоматически. Размер сетки составил 5 мм.

Для моделирования штампа, через который происходила передача сжимающего усилия, была предварительно создана отчетная точка в центре тяжести сечения, которая впоследствии была связана с верхним контуром поперечного сечения стержня как жесткое тело.



а) С-образный стержень С 80/40/14/1.1

б) С-образный стержень С 80/40/14/3

Рисунок 3 — Формы потери устойчивости тонкостенных стержней С-образного сечения при действии критической силы в ABAQUS

Для стержня С-образного сечения С 80/40/14/1.1 значение критической силы составило  $F_{cr} = 39,38$  кН. Возникновение локальных изгибных деформаций стержня С-образного сечения ( $t = 1,1$  мм) изображено на рисунке 3а. Для стержня С-образного сечения С 80/40/14/3 значение критической силы составило  $F_{cr} = 145,8$  кН. Форма потери устойчивости этого стержня изображена на рисунке 3б.

**Заключение.** Значения критических сил, полученных экспериментально, аналитически и с применением конечноэлементного программного комплекса ABAQUS, представлены в таблице 3.

Таблица 3 — Сравнение значений критических сил, полученных экспериментально, аналитически и с применением ABAQUS

| $F_{cr}$     | Ед. изм. | Сечение стержня |              |
|--------------|----------|-----------------|--------------|
|              |          | С 80/40/14/1.1  | С 80/40/14/3 |
| $F_{exp}$    | кН       | 30,8            | 144,5        |
| $F_{theory}$ |          | 42,6            | 145,5        |
| $F_{FEM}$    |          | 39,38           | 270,08       |

При анализе экспериментальных данных исследования тонкостенных стержней на центральное сжатие было отмечено, что критическая сила потери устойчивости для стержня С 80/40/14/1.1 (стержня с меньшей толщиной стенки) не достигла своего истинного значения из-за местного выпучивания полотна стержня, обусловленного локальными изгибными деформациями.

Теория тонкостенных стержней апеллирует значением критической силы общей формы потери устойчивости и не учитывает возможность местной потери устойчивости полотна стержня.

Несмотря на то, что численные значения критических сил, полученных экспериментально и с использованием программного комплекса ABAQUS имеют расхождения, подход к оценке устойчивости центрально-сжатых тонкостенных стержней, основанный на применении метода конечных элементов, позволяет получить значение критической силы, учитывающей локальные изгибные деформации, также данный метод наглядно иллюстрирует область возможного возникновения локального (местного) выпучивания полотна стержня, что было подтверждено экспериментальными исследованиями. Однако стоит отметить актуальность исследований, направленных на совершенствование применяемых методик построения и расчета стальных элементов с использованием метода конечных элементов.

#### Список использованных источников

1. Еврокод 3. Проектирование стальных конструкций. Часть 1-3. Общие правила. Дополнительные правила для холодноформованных элементов и профилированных листов: ТКП EN 1993-1-3-2009. – М. : МАиС, 2014.
2. Соболевский Г.П. Тонкостенные стержни открытого профиля, усиленные бимоментными связями // Дис. д-ра техн. наук. – Тула, 1967. - 418 с.
3. Власов, В.З. Тонкостенные упругие стержни. – М.: Физматгиз, 1959. – 568 с.

4. Бычков, Д.В. Строительная механика стержневых тонкостенных конструкций. - М.: Стройиздат, 1962. – 476 с
5. Бычков, Д.В. Расчет балочных и рамных стержневых систем из тонкостенных элементов. – М.: Стройиздат, 1948. – 208 с.
6. Джанелидзе, Г.Ю. Вариационная формулировка теории тонкостенных упругих стержней В.З. Власова // Прикладная математика и механика. – 1943. – Т. VII., вып. 6. – С. 455-462.
7. Ржаницын, А.Р. Устойчивость тонкостенных стержней за пределом упругости. – М.: Стройиздат, 1941.
8. Ojalvo, M. Thin-walled bars with open profiles, The Olive Press, Estes Park. – Colorado, 1991.
9. Murray, N.W. Introduction to the Theory of Thin-Walled Structures / Oxford University Press. – New York, 1986.
10. Šimić, D. Critical Force Analysis of Thin-Walled Symmetrical Open-Section Beams, Applied Mechanics and Materials (Volume 827), Trans Tech Publications. – Switzerland, 2016. – P. 283-286.
11. Šimić, D. The Theory of Thin-Walled Rods with Open Cross Section, Faculty of Civil engineering, University of Zagreb, Manualia Universitatis studiorum Zagrabienensis. – Zagreb, Croatia, 2008.
12. Plazibat, B. A Computer Program for Calculating Geometrical Properties of Symmetrical Thin-Walled Cross-Section / B. Plazibat, A. Matoković // Transactions of Famena. – 35 (2011) 4. – P. 65-84.