КЛАССИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ПЕРВОЙ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ОДНОМЕРНОГО ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ С ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ ПОЛИНОМОМ ВТОРОГО ПОРЯДКА В ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ

Наумовец С. Н.

Брестский государственный технический университет

В замыкании $\bar{Q} = [0,\infty) \times [0,l]$ области $Q = (0,\infty) \times (0,l)$ двух независимых переменных $\boldsymbol{x} = (x_0, x_1) \in \bar{Q} \subset \mathbb{R}^2$ рассмотрим одномерное волновое уравнение

$$\partial_{x_0}^2 u - a^2 \partial_{x_1}^2 u = f(\boldsymbol{x}),\ \boldsymbol{x} \in \bar{Q}, \qquad (1)$$

где a^2, l – положительные действительные числа, $\partial_{x_0}^2$, $\partial_{x_1}^2$ - частные производные по x_0 и x_1 второго порядка. К уравнению (1) присоединяются условия Коши

$$u(0,x_1) = \varphi(x_1),\ \partial_{x_0} u(0,x_1) = \varphi(x_1),\ x_1 \in [0,l], \qquad (2)$$

и граничные условия

$$\begin{gathered} u(x_0,0) = \mu^{(1)}(x_0), \\ \partial_{x_1}^2 u(x_0,l) + \beta \partial_{x_1} u(x_0,l) + \gamma u(x_0,l) = \mu^{(2)}(x_0),\ x_0 \in [0,\infty), \end{gathered} \qquad (3)$$

где $\beta, \gamma \in \mathbb{R}$.

Здесь $f : \bar{Q} \ni \boldsymbol{x} \to f(\boldsymbol{x})$, заданная на $\bar{Q}$ функция, $\varphi : [0,l] \ni x_1 \to \varphi(x_1) \in \mathbb{R}$, $\psi : [0,l] \ni x_1 \to \psi(x_1) \in \mathbb{R}$, заданные на отрезке $[0,l]$ функции, $\mu^{(j)} : [0,\infty) \ni x_0 \to \mu^{(j)}(x0) \in \mathbb{R}$, $j = 1,2$, – заданные на полупрямой $[0,\infty)$ функции, $\mathbb{R}$ – множество действительных чисел.

Решение задачи производится методом характеристик, который позволяет записать решение первой смешанной задачи для уравнения колебания струны в явном аналитическом виде. Поскольку решение смешанной задачи можно записать с помощью формул, то это, в принципе, дает возможность решать задачи управления смещениями на концах струны.

В результате в данной статье получены формулы классического решения первой смешанной задачи для волнового уравнения с дифференциальным полиномом второго порядка в граничном условии.

Список использованных источников

1. Корзюк, В. И. Классическое решение первой смешанной задачи для уравнения колебания струны / В. И. Корзюк, Е. С. Чеб, М. С. Ширма // Доклады НАН Беларуси.–2009.– Т. 53, №1. – С. 45–49.

2. Корзюк, В. И. Решение первой смешанной задачи для волнового уравнения методом характеристик / В. И. Корзюк, Е. С. Чеб, М. С. Ширма // Труды Ин-та математики НАН Беларуси.–2009.– Т.17, №2. – С.23–34.

4. Корзюк, В. И. Классическое решение первой смешанной задачи одномерного волнового уравнения с условиями типа Коши / В. И. Корзюк, И. С. Козловская, С. Н. Наумовец // Вес. НАН Беларусі. Сер.фіз.-мат. навук. – 2015. – №1. – С. 17–20.

5. Корзюк, В. И. Классические решения в теории дифференциальных уравнений с частными производными / В. И. Корзюк, И. С. Козловская, С. Н. Наумовец // Studia i materiały EUIE w Warszawie. – 2015. – Nr 1 (9) – P. 55–78.

6. Корзюк, В.И. Уравнения математической физики / В. И. Корзюк. – Минск: БГУ, 2011. – 433 с.

7. Самарский, А.А. Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. – Москва: Наука, 1977. – 735 с.

ЗАСТОСУВАННЯ ФУНКЦІЙ ЛЯПУНОВА ДО ДОСЛІДЖЕННЯ ПРАКТИЧНОЇ СТІЙКОСТІ ДИСКРЕТНИХ СИСТЕМ З НЕІН'ЄКТИВНОЮ ПРАВОЮ ЧАСТИНОЮ

Пічкур В. В., Ліндер Я. М.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Дискретні системи є одним з важливих класів динамічних систем, які широко представлені у науковій літературі. Важливим з прикладної точки зору є дослідження стійкості на фіксованому інтервалі часу при заданих фазових обмеженнях [1]. Основні підходи до дослідження проблем практичної стійкості дискретних систем базуються на застосуванні функцій Ляпунова і на властивостях оптимальної множини початкових умов [1-3]. Проте, як правило, на праву частину таких систем накладаються умови, що гарантують її ін'єктивність. До таких умов належать, наприклад, вимога невиродженості матриці Якобі, або більш загальна зворотня умова Ліпшиця. Для таких систем в [3] обгрунтовано необхідні і достатні умови практичної стійкості з використанням аналогів функції Ляпунова, побудовано оптимальну функцію Ляпунова. На основі вказаних результатів запропоновано критерії практичної стійкості лінійних дискретних систем, які мають алгоритмічну спрямованість. Якщо умова ін'єктивності порушується, то може існувати більш ніж одна початкова умова, що відповідає фіксованому стану системи в певний момент часу. У цьому випадку запропонованими підходами неможливо побудувати функцію Ляпунова.

В доповіді пропонуються необхідні і достатні умови практичної стійкості для дискретних систем з неін'єктивною правою частиною. Запропоновано два підходи до побудови функції Ляпунова. Для лінійних дискретних систем з виродженими матрицями системи знайдено функцію Ляпунова, побудовано опорну функцію оптимальної множини початкових умов. Крім того, знайдено оцінки множини початкових умов і фазових