УДК 624.04.681

МАТРИЧНЫЙ МЕТОД ДЕФОРМАЦИЙ В РАСЧЕТАХ СТЕРЖНЕВЫХ МОДЕЛЕЙ СЛОЖНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ ПО ДЕФОРМИРОВАННОМУ СОСТОЯНИЮ

В. П. Уласевич, В. И. Каковко

1. Постановка задачи исследований. В современных условиях при проектировании различных конструкций зданий и сооружений наметилась тенденция на использование несущих каркасов и др. решетчатых систем, выполненных из легких стальных тонкостенных конструкций (ЛСТК) или из прямолинейных стальных тонкостенных холодногнутых профилей (СТХП), обладающих повышенной деформативностью. Их главная отличительная особенность – сложность точного учета деформаций стержней и узловых соединений под воздействиями, *трудность оценки общей устойчивости формы равновесия.*

Обычно расчет моделей стержневых систем сложной геометрической структуры чаще всего проводят классическим *методом перемещений* при следующих предпосылках и допущениях:

– рассматривается только приложение нагрузки к узлам при отсутствии поперечно изгиба отдельных стержней системы;

– стержни системы принято считать нерастяжимыми и несжимаемыми, так как классический метод перемещений продольные деформации не учитывает;

– считают, что расстояния между узлами при деформациях не меняются.

При оценке несущей способности стержневых моделей повышенной деформативности, недооценка в классическом методе перемещений *продольных деформаций* стержней может приводить к существенной ошибке.

Кроме того, поскольку стержневые системы из ЛСТК и их отдельные стержни обладают повышенной деформативностью, *оценка эффектов воздействий в их расчетных моделях* должна, как правило, выполняться в упругой стадии но по деформированной схеме равновесия, учитывающей геометрическую нелинейность, проявляющуюся в процессе деформирования под воздействиями. Важно также, чтобы при выключении части стержней рассчитываемой стержневой модели из работы путем потери ими устойчивости метод расчета и разработанная на его основе компьютерная программа могли уметь оценивать устойчивость оставшейся части расчетной модели и тем самым иметь возможность оценить ее *живучесть*. И если оставшаяся часть рассчитываемой системы устойчива и может воспринимать *возмущающие воздействия*, уметь продолжить расчет новой расчетной модели, которая в этом случае будет учитывать как *геометрическую*, так и *конструктивную нелинейность*.

Нами в основу статического расчета моделей воздействий стержневых систем повышенной деформативности положен метод деформаций [1], [2], обладающий достоинствами как классического метода перемещений, так и матричного метода конечных элементов (МКЭ) в форме метода перемещений. Но в отличие от метода перемещений, в котором жесткая связь, накладываемая на узел основной системы, запрещает его поворот, но допускает возможное горизонтальное перемещение, в методе деформаций накладываем на узлы системы связи, запрещающие не только поворот, но и горизонтальное их смещение. В результате получаем стержневую систему, стержни которой могут быть загружены сплошной поперечной нагрузкой *q(x)*, и которые в общем случае могут быть упруго соединены с неподвижными опорами. В таком случае каждый такой стержень с $EA>0$ и $EI>0$, примыкающий к неподвижным узлам системы, работает как растянуто-изогнутый, испытывающий в общем случае и продольные и угловые деформации. Важно, что в сравнении МКЭ, алгоритм которого построен на методе перемещений, в предложенном *методе деформаций* [1] нет необходимости делить стержень на конечные элементы (КЭ) для достижения требуемой точности, так как каждый стержень стержневой модели представляет собой *универсальный конечный элемент, напряженно-деформированное состояние которого может быть определено в произвольном его сечении с высокой аналитической точностью* [1].

Таким образом, разработка метода расчета стержневых систем, учитывающего деформационную *модель эффектов воздействий* с оценкой устойчивости формы равновесия, актуальна как в теоретическом, так и в практическом плане, так как именно такой подход к их расчету заложен в стандартах Еврокода 3, принятых в Республике Беларусь.

2. О расчете стержневых моделей методом деформаций. Основная отличительная особенность метода деформаций [1] от классического метода перемещений: возможность учета продольных деформаций стержней; учет деформированной геометрии стержней в принятой *основной системе*, находящейся под расчетными поперечными воздействиями; универсальность приложенной к стержням распределенной по их длинам поперечной нагрузки параметрического вида *g(x)*; матричная форма алгоритма расчета. *Основная система метода деформаций*, в отличие от метода перемещений, образуется путем наложения на узлы модели *жестких связей*, препятствующих как повороту, так и горизонтальному смещению концов ее стержней.

Для плоской стержневой системы порядка $k=m\cdot n$ (где m – число связей в узлах; n – число узлов) система уравнений метода деформаций имеет вид

$$[K]\cdot\{\Delta\}=\{P_u\}+\{P_s\}+\{R\}, \quad (1)$$

где $[K]$ – матрица внешней жесткости свободной системы; $\{\Delta\}$ – вектор искомых перемещений узловых точек; $\{P_u\}$ – вектор внешних нагрузок, действующих в узлах рамы в глобальной системе; $\{P_s\}$ – вектор реакций начала и конца стержня, от воздействия распределенных по его длине поперечных нагрузок, температурных воздействий, предварительного натяжения с учетом условий закрепления стержней в узлах, приложенных с обратным знаком; $\{R\}$ – вектор опорных реакций, на которые наложены опорные связи (если в узле нет связей, то соответствующие им величины равны нулю).

Очевидно, что точность метода перемещений определена методикой вычисления вектора опорных реакций $\{P_s\}$ на стадии определения напряженно-деформированного состояния стержней модели в *основной системе*. Оценка деформированного состояния каждого гибкого стержня рассчитываемой стержневой модели в основной системе метода деформаций (рисунок 1) построена на решении неоднородного дифференциального уравнения [1]

$$\frac{dv^4}{dx^4}-\frac{H}{EI}\frac{d^2v}{dx^2}=-\frac{q(x)}{EI}, \tag{2}$$

где *H, v* – распор и функция прогибов от воздействия нагрузки *q(x)*;

EI – изгибная жесткость стержня;

M^a, M^b – изгибающие моменты в опорных связях основной системы.

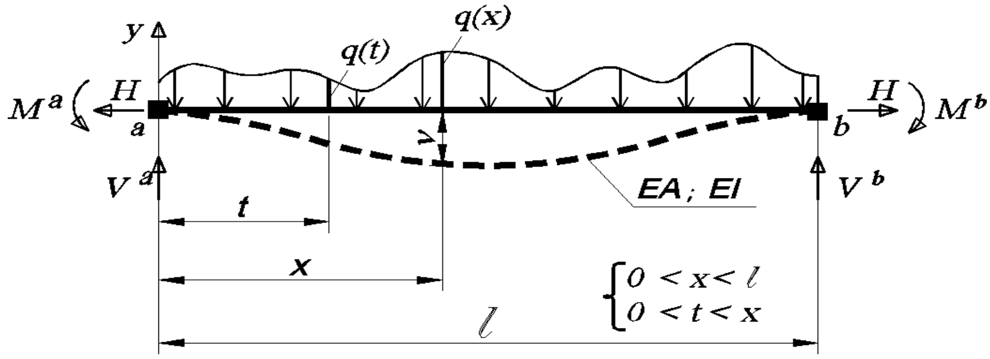


Рисунок 1 – Деформированное состояние прямолинейного стержня

Аналитическое решение уравнения (2) в интегральных квадратурах при краевых условиях

$$v_{|x=0}=0;\qquad v_{|x=l}=0;\qquad v''_{|x=0}=\frac{M^a}{EI};\qquad v''_{|x=l}=\frac{M^b}{EI}$$

получено в [1] относительно прогибов *v* и изгибающих моментов M_s, но содержащее в себе основные неизвестные – распор *H* и опорные моменты M^a, M^b.

$$v=-\frac{1}{H}\left[R_bx-\int_0^x(x-t)q(t)dt+M^a-(M^a-M^b)\frac{x}{l}-M_s\right], \tag{3}$$

$$M_s=\frac{r_s}{a_1}sh(a_1x)-\frac{1}{a_1}\int_0^x sh(a_1(x-t))q(t)dt+\frac{M^a}{sh(a_1l)}sh(a_1(l-x))+\frac{M^b}{sh(a_1l)}sh(a_1x), \tag{4}$$

где: $a_1=\sqrt{\frac{H}{EI}}$; $R_b=\frac{1}{l}\int_0^l(x-t)q(t)dt$; $r_s=\frac{1}{sh(a_1l)}\int_0^l sh(a_1(l-t))q(t)dt$; $Q_s=\frac{dM_s}{dx}$.

Основное достоинство функции прогибов (3), изгибающих моментов (4), а также их производных состоит в том, что они непрерывны и дифференцируемы. Это позволило в [1] на основании равенства полных линейных и угловых деформаций разработать систему трех разрешающих уравнений в *замкнутом виде* относительно входящих в них неизвестных – распора *H* и опорных моментов M^a, M^b в виде

$$\begin{cases}\dfrac{H\cdot l}{EA}+\left(\dfrac{H}{EA}-\dfrac{1}{2}\right)\dfrac{D(H)}{H^2}+\left[H\cdot\left(c_h^a-c_h^b\right)+\left(\alpha\cdot l\cdot\Delta t-\dfrac{P_n\cdot l}{EA}\right)\right]=0;\\ \begin{cases}\left(\dfrac{th(al)-al}{H\cdot l\cdot th(al)}-c_\varphi^a\right)\cdot M^a-\dfrac{sh(al)-al}{H\cdot l\cdot sh(al)}\cdot M^b=-\dfrac{dv}{dx_{|x=0;\,M^a=0;\,M^b=0}};\\ \dfrac{sh(al)-al}{H\cdot l\cdot sh(al)}\cdot M^a-\left(\dfrac{th(al)-al}{H\cdot l\cdot th(al)}-c_\varphi^b\right)\cdot M^b=-\dfrac{dv}{dx_{|x=l;\,M^a=0;\,M^b=0}},\end{cases}\end{cases} \tag{5}$$

где $$D(q,H)=\int\limits_0^l\left(R_b-\int\limits_0^x q(t)dt-\frac{1}{l}\left(M^a-M^b\right)-\frac{dM_s}{dx}\right)^2dx\,; \qquad (6)$$

c_u^a, c_u^b, c_φ^a, c_φ^b – коэффициенты линейной и угловой податливости левой и правой опор стержня соответственно; l – длина стержня; α – коэффициент линейного расширения стали; Δt – расчетный перепад температуры.

При известных значениях M^a и M^b вертикальные реакции V^a и V^b равны

$$V^a=R_b-\frac{1}{l}(M^a-M^b)\,;\quad V^b=\int\limits_0^l q(t)dt-V^a. \qquad (7)$$

После расчета всех стержней в основной системе рамы по уравнениям (5) есть возможность с учетом (7) сформировать вектор $\{P_s'\}$ в локальной системе координат. Тогда векторы $\{P_s\}$ в глобальной системе координат

$$\{P_s\}=[T_\alpha]^T\cdot\{P_s'\}\,, \qquad (8)$$

а связь реакций узлов всей системы $\{r\}$ (2) с реакциями и перемещениями концов ее элементов $\{\delta'\}$ может быть определена по формуле

$$\{r\}=[T_\alpha]^T\cdot\{r'\}=[T_\alpha]^T\cdot\{\,[K']\cdot\{\delta'\}\,\}=[T_\alpha]^T\cdot[K']\cdot[T_\alpha]\cdot\{\delta\}, \qquad (9)$$

Вектор перемещений в глобальной системе координат вычисляем так:

$$\{\Delta\}=\left[K^*\right]^{-1}\cdot\left(\left\{P_u^*\right\}+\left\{P_s^*\right\}\right). \qquad (10)$$

Действительные реакции $\{r'\}$ по концам каждого стержня рамы в местной системе координат рамы в свободной от связей системе рамы равны

$$\{r'\}=[K']\cdot[T_\alpha]\cdot\{\Delta\}-\{P_s'\}. \qquad (11)$$

Тогда перемещения и внутренние усилия в произвольных сечениях всех стержней рассчитываемой стержневой модели вычисляем по (3) (4), (5).

Впервые разработанный в [1] и кратко изложенный здесь матричный метод деформаций и построенный на его основе алгоритм компьютерной программы CsdCAD [2] позволяют, в сравнении с классическим методом перемещений, рассчитывать, даже в линейной постановке, стержневые системы сложной геометрической структуры более точно, так как он не только учитывает влияние продольных деформаций стержней, но и с аналитической точностью – влияние поперечных деформаций стержней на величины перемещений и связанных с ними изгибающих моментов и поперечных сил.

3. Алгоритм оценки устойчивости стержневых моделей. Изложенная Е.М. Сидоровичем в [3] методика оценки устойчивости стержневых моделей *качественным методом*, построенная на методе перемещений, доработана в [4] применительно к методу деформаций [1]. Это позволило ставить задачу о развитии метода деформаций до возможности расчета стержневых моделей на устойчивость и оценки их напряженно-деформированного состояния по деформированной схеме с учетом геометрической и конструктивной нелинейности. Рассмотрим сказанное подробно.

Полученная при расчете стержневой системы матрица закрепленной системы $[K^*]$, входящая в (8), является матрицей мгновенной жесткости $[K(H)]$ вследствие того, что дополнительные узловые нагрузки при расчете на устойчивость полагаются нулевыми, получается однородной, вида

$$[K(H)]\cdot\{\Delta\}=0\,, \tag{12}$$

где $[K(H)]$ – матрица мгновенной жесткости, элементы которой – реакции r_{ik} во введенных связях на узлы основной системы, зависящие от продольных сил H в ее стержнях.

Особенность расчета на устойчивость – в необходимости учета дополнительного изгибающего действия продольных сил H, за счет которого эпюры изгибающих моментов от единичных перемещений получаются криволинейными. Реакции во введенных связях содержат поправочные множители в виде специальных функций от безразмерных параметров ν. Для сжатых стержней с $H\leq 0$ и

$$\nu = l\sqrt{\frac{|H|}{EI}} \tag{13}$$

специальные поправочные коэффициенты к элементам матриц внутренней жесткости сжатых стержней от безразмерных параметров ν приведены в [3], стр. 229. Для растянутых стержней – см. [3], стр. 235.

В излагаемом здесь методе деформаций при расчете на устойчивость специальные функции к элементам матриц внутренней жесткости, приведенные в [3], пересчитаны на зависимость их от параметра $\boldsymbol{a_1}$

$$a_1=\sqrt{\frac{|H|}{EI}}\,. \tag{14}$$

Тогда специальные функции как поправочные коэффициенты к элементам матрицы внутренней жесткости, зависящие от параметра $\boldsymbol{a_1}$ (1.21), имеют вид

$$\varphi_1=\frac{(a_1l)^2\,\mathrm{tg}(a_1l)}{3(\mathrm{tg}(a_1l)-a_1l)};\;\; \varphi_2=\frac{a_1l(\mathrm{tg}(a_1l)-a_1l)}{8\,\mathrm{tg}(a_1l)\left(\mathrm{tg}\left(\frac{a_1l}{2}\right)-\frac{a_1l}{2}\right)};\;\; \varphi_3=\frac{a_1l(a_1l-\sin(a_1l))}{4\sin(a_1l)\left(\mathrm{tg}\left(\frac{a_1l}{2}\right)-\frac{a_1l}{2}\right)};$$

$$\varphi_4=\frac{\left(\frac{a_1l}{2}\right)^2\mathrm{tg}\left(\frac{a_1l}{2}\right)}{3\left(\mathrm{tg}\left(\frac{a_1l}{2}\right)-\frac{a_1l}{2}\right)};\;\; \eta_1=\frac{(a_1l)^3}{3(\mathrm{tg}(a_1l)-a_1l)};\;\; \eta_2=\frac{\left(\frac{a_1l}{2}\right)^3}{3\left(\mathrm{tg}\left(\frac{a_1l}{2}\right)-\frac{a_1l}{2}\right)}. \tag{15}$$

Тогда для прямолинейного стержня с защемленными концами (рисунок 1) матрица внутренней жесткости с учетом безразмерных функций (15) продольно-поперечного изгиба имеет вид

$$
\left[K_{э}^{'}\right]=\left[\begin{array}{ccc|ccc}
\frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\
0 & \frac{12EJ}{l^3}\eta_2 & -\frac{6EJ}{l^2}\varphi_4 & 0 & -\frac{12EJ}{l^3}\eta_2 & -\frac{6EJ}{l^2}\varphi_4 \\
0 & -\frac{6EJ}{l^2}\varphi_4 & \frac{4EJ}{l}\varphi_2 & 0 & \frac{6EJ}{l^2}\varphi_4 & \frac{2EJ}{l}\varphi_3 \\
\hline
-\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\
0 & -\frac{12EJ}{l^3}\eta_2 & \frac{6EJ}{l^2}\varphi_4 & 0 & \frac{12EJ}{l^3}\eta_2 & \frac{6EJ}{l^2}\varphi_4 \\
0 & -\frac{6EJ}{l^2}\varphi_4 & \frac{2EJ}{l}\varphi_3 & 0 & \frac{6EJ}{l^2}\varphi_4 & \frac{4EJ}{l}\varphi_2
\end{array}\right]. \qquad (16)
$$

Другие варианты крепления стержней к узлам матрицы внутренней жесткости с безразмерными коэффициентами (15), зависящими от параметра ***a_1l***, могут быть получены из (16) путем исключения по методу Гаусса-Жордана. Такое решение приведено Е. М. Сидоровичем в [3].

Для растянуто-изогнутых стержней в формулах (1.22) необходимо произвести следующие замены: $(a_1l)^2 \to -(a_1l)^2$; $\sin(a_1l) \to \sinh(a_1l)$; $\mathrm{tg}(a_1l) \to \mathrm{th}(a_1l)$.

Очевидно, что коэффициенты матриц мгновенной жесткости рассчитываемой модели при расчете на устойчивость зависят от безразмерных функций (15), связанных с параметром (a_1l).

Критическому состоянию деформированного равновесия стержневой системы отвечают ненулевые перемещения $\{\Delta\}$ (12) ее узлов

$$\{\Delta\} \neq 0,$$

что возможно, если матрица мгновенной жесткости системы ***вырождена*** и ее определитель, как ее количественная характеристика, равен нулю

$$Det[K(a_1l)]=0. \qquad (20)$$

Выражение (20) и есть нелинейное (трансцендентное) уравнение критического равновесия относительно параметра (a_1l) как основного неизвестного. При оценке устойчивости представляет интерес наименьший из корней матричного уравнения (20).

Для заключения об устойчивости рассчитываемой стержневой модели решение уравнения устойчивости (20) с целью поиска наименьшего параметра (a_1l) как основного неизвестного задача математически сложная и трудоемкая, однако она успешно решается ***качественным методом исследования*** [3], построенном на методе деформаций [1] по следующей схеме:

a. Выполняется статический расчет стержневой модели при заданном уровне нагрузки и других воздействиях по методу деформаций/

b. По известным формулам Эйлера проверяется устойчивость всех стержней расчетной модели с учетом закреплений их в узлах основной системы метода деформаций (ОСМД). Проверка всех стержней на устойчивость выполняется методом сравнения критических сил в стержнях с продольными силами в стержнях, вычисленных по методу деформаций [1].

c. Если устойчивость всех стержней ОСМД обеспечена, то анализируется полученная в результате расчета матрица мгновенной жесткости стержневой системы *в деформированном состоянии* с учетом вычисленных внутренних сил. Все главные диагональные элементы матрицы мгновенной жесткости в деформированном состоянии должны быть положительны. Если в процессе анализа будет выявлено наличие отрицательных или нулевых элементов, делается вывод о неустойчивости деформированной системы в исследуемом состоянии равновесия, и дальнейший расчет должен быть прекращен.

e. Если все главные диагональные элементы матрицы мгновенной жесткости в деформированном состоянии положительны, то выполняется разложение матрицы мгновенной жесткости на множители одним из известных методов. В MathCAD эффективно получить разложения матрицы на множители по методу Гаусса или QR-разложением или методом Холецкого встроенными средствами программы.

d. Окончательное заключение об устойчивости стержневой системы должно быть сделано путем исследования элементов, расположенных на главной диагонали матрицы мгновенной жесткости, полученных в результате разложения ее на множители. Если все диагональные элементы положительны и среди них нет близких к нулю, то равновесие стержневой системы при заданном для нее воздействии *устойчиво*; если разложение матрицы мгновенной жесткости прервано, то равновесия является критическим. Если среди диагональных элементов есть хотя бы один отрицательный, то равновесие стержневой системы при данном уровне внешних воздействии *неустойчиво*.

Оценку устойчивости стержневых моделей изложенным ***качественным методом*** [3], предложено выполнять в компьютерной программе DresCAD, разработанной нами средствами программирования PTC MathCAD по алгоритму, построенному на расчете по методу деформаций [1]. Блок-схема работы программы DresCAD представлена на рисунке 2.

4. О Расчете моделей по деформированному состоянию. Предложенный в [3] д.т.н., проф. Е. М. Сидоровичем и развитый в [4] ***качественный метод*** оценки устойчивости стержневых систем позволяет однозначно дать ответ на вопрос «Устойчива или неустойчива принятая для нее расчетная модель при заданном характере и величине воздействия?». И если расчетная модель стержневой системы в этом состоянии равновесия устойчива, то ее матрица мгновенной жесткости положительно определена. А это значит, что система может перейти из устойчивого ***исходного состояния*** в новое ***возмущенное*** (рассчитываемое) *деформированное* состояние приложением к ее стержням *дополнительных воздействий*. Тогда матричная система уравнений метода деформаций (1), учитывающая продольные деформации рассчитываемой стержневой системы и перемещения ее узлов $\{\Delta\}$ (10), имеет вид

$$\left[K(a_1 l,\{\Delta\})\right]\cdot\{\Delta\}=\{P_u\}+\left[T_\alpha\right]^T\cdot\{P_s'\}+\{R\}\ . \qquad (21)$$

Сформированная положительно определенная матрица мгновенной жесткости $[K(a_1 l,\{\Delta\})]$ системы уравнений (21) открывает возможность выполнить ***деформационный*** расчет ***возмущенного состояния*** стержневой системы путем организации процедуры последовательных приближений, реализуемой программными средствами MathCAD. Для этого:

– выполняется расчет возмущенного равновесного состояния стержневой системы *методом деформаций* [1] как первое приближение. Анализ полученных результатов дает возможность получить вектор перемещений узлов $\{\Delta\}$ с учетом продольных деформаций и поперечных деформаций, а также внутренние усилия в стержнях. Вектор перемещений узлов $\{\Delta_1\}$ дает возможность откорректировать матрицу мгновенной жесткости $[K(a_1 l,\{\Delta_1\})]$;

– выполняя последующие расчеты матричной системы (21) с анализом результатов расчета и корректировкой матрицы мгновенной жесткости $[K(a_1 l,\{\Delta_i\})]$, необходимой для последующего $(i+1)$ статического расчета методом деформаций, получаем быстро сходящийся итерационный процесс до достижения заданной точности.

Полученное решение стержневой системы необходимо проверить на устойчивость ***качественным методом*** (см. п. 3 настоящей статьи).

5. Примеры расчета по программе DresCAD. Расчетная модель, представленная на рисунке *2* [5] (таблица 1), демонстрирует точность расчета. Результаты расчета, представленные на рисунках 3 (таблица 2) и 4 (таблица 3), демонстрируют возможности программы.

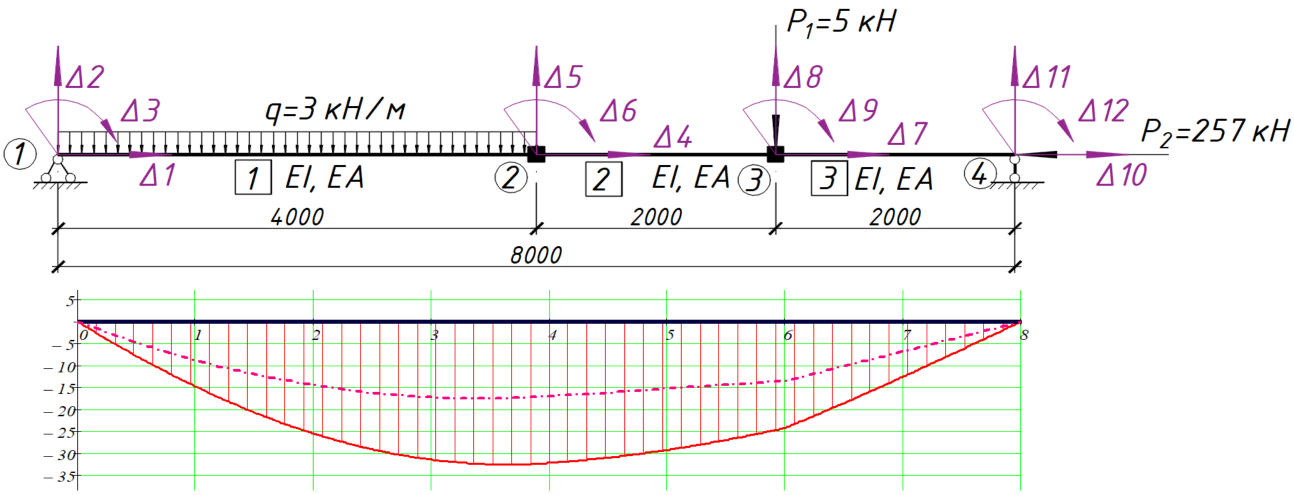
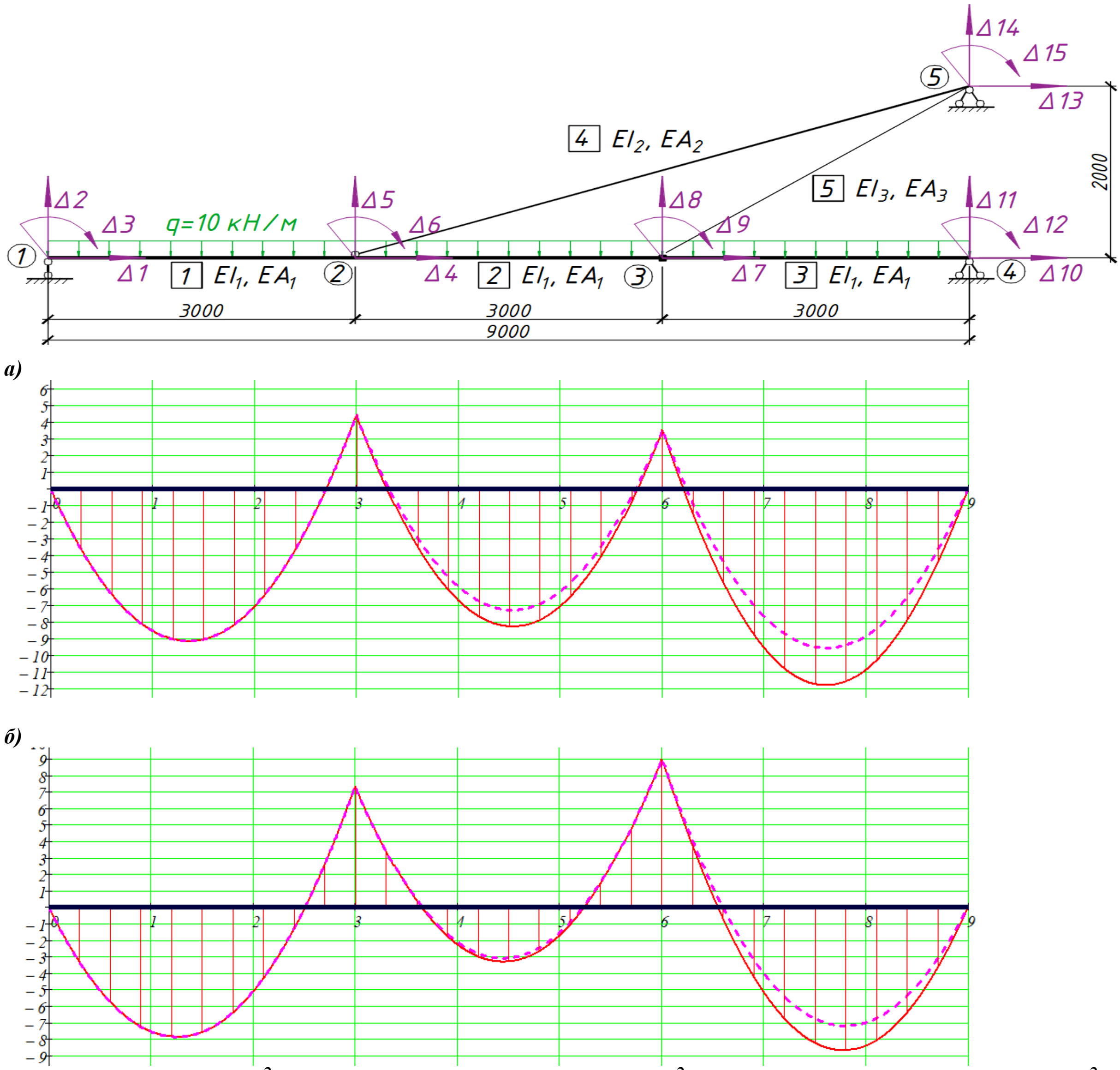


Рисунок 2 – Эпюра изгибающих моментов в сжато-изогнутом стержне [5] (EI= 3638.04 кНм², EA= 921900 кН) (штрихпунктирная линия – линейный расчёт)

Таблица 1 – Оценка точности расчета сжато-изогнутого стержня [5] и по КП DRESCAD

Анализ расчётов	$M_{т2}$, кНм	$M_{т4}$, кНм	$M_{т6}$, кНм	$\Delta_{т4}$, см	$\Delta_{т6}$, см
Деформационный расчет (КП DresCAD)	25.459	32.171	24.192	5.903	4.16
Точное решение (6)	25.506	32.253	24.240	5.935	4.179
Линейный расчет (КП DresCAD)	14.500	17.000	13.500	3.207	2.254
Различие деформационного расчета с точным расчётом (6), %	0.186%	0.254%	0.2%	0.537%	0.451%
Различие деформационного расчета с линейным расчетом (КП DresCAD), %	43.045%	47.157%	44.195%	45.673%	45.819%

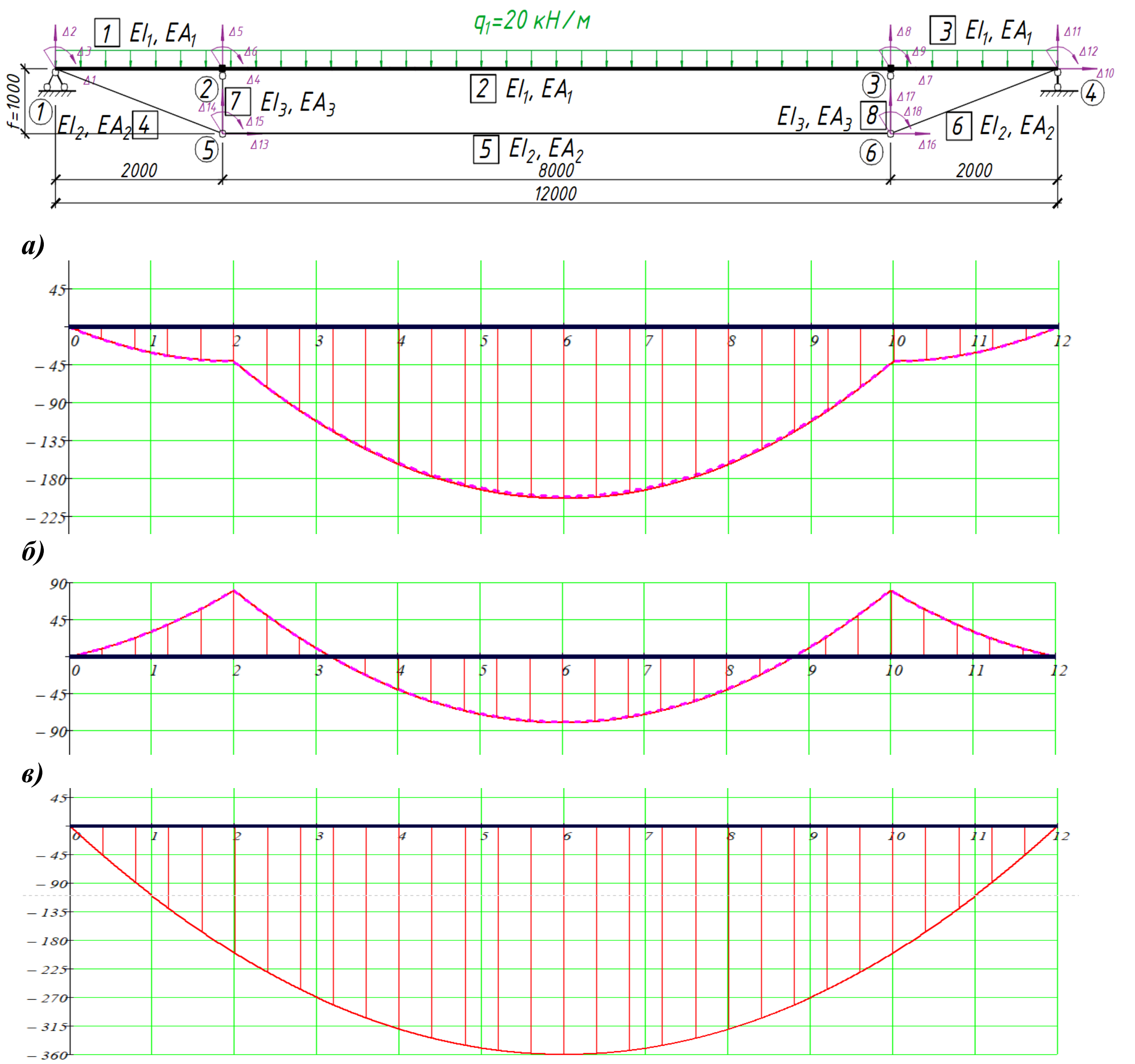


EI_1=674.61 кНм^2, EA_1=453.2 МН; EI_2=0.522 кНм^2, EA_2=37.11 МН; EI_3=0.087 кНм^2, EA_3=6.185 МН. Эпюры изгибающих моментов в балке: а) без преднапряжения; б) с предварительным напряжением в стержнях 4 (P_n = 90кН) и 5 (P_n = 55кН)

Рисунок 3 – Расчетная схема комбинированной балочно-вантовой системы

Таблица 2. Анализ результатов расчета вантово-балочной системы (рисунок 2)

Анализ расчётов	Момент в про-лёте 1, кНм	M_{T2}, кНм	Момент в про-лёте 2, кНм	M_{T3}, кНм	Момент в про-лёте 3, кНм
Без преднапряжения					
Деформационный расчёт в ПК DresCAD	9.145	-4.428	8.27	-3.531	11.797
Линейный расчёт в ПК DresCAD	9.139	-4.428	7.27	-3.531	9.546
Различие деформационного с линей-ным расчетом, %	0.065%	0.00%	13.74%	0.00%	23.59%
С преднапряжением					
Деформационный расчёт в ПК DresCAD	7.881	-7.334	3.326	-8.987	8.695
Линейный расчёт в ПК DresCAD	7.876	7.334	3.103	-8.987	7.197
Различие деформационного с линей-ным расчетом, %	0.06%	0.00%	7.17%	0.00%	20.81%



EI_1= 81837.62 кНм^2, EA_1= 2060 МН; EI_2= 4.6 кНм^2, EA_2= 152.053 МН; EI_3= 95.1 кНм^2, EA_3= 252.371 МН;
а) без преднапряжения; б) с предварительным напряжением P_n = 303кН; в) при потере стойками устойчивости от предварительного напряжении P_n = 2000кН и f=1.5м
Рисунок 4 – Расчетная схема шпренгельной системы и эпюры изгибающих моментов:

Нелинейный расчёт
Линейный расчёт

Таблица 3 – Анализ результатов расчета шпренгельной системы по DresCAD

Анализ расчётов	$M_{т2}$, кНм	Момент в пролёте, кНм	$M_{т3}$, кНм
Без преднапряжения			
Деформационный расчёт в ПК DresCAD	41.202	203.948	41.202
Линейный расчёт в ПК DresCAD	41.202	201.194	41.202
Различие деформационного расчета с линейным расчетом, %	0.00%	1.37%	0.00%
С преднапряжением P_n = 303кН			
Деформационный расчёт в ПК DresCAD	-80.702	80.774	-80.702
Линейный расчёт в ПК DresCAD	-80.702	79.295	-80.702
Различие деформационного расчета с линейным расчетом, %	0.00%	1.87%	0.00%
При потере стойками устойчивости от преднатяжения P_n = 2000кН и f=1.5м			
Деформационный расчёт в ПК DresCAD	200.000	360.002	200.000

ЗАКЛЮЧЕНИЕ. В статье изложен алгоритм расчета стержневых моделей на устойчивость по деформированному состоянию с учетом геометрической и конструктивной нелинейности и возможности разработанной на его основе компьютерной программы DresCAD. Высокую точность деформационного расчета, полученного по программе DresCAD, демонстрируют результаты расчета модели сжато-изогнутого стержня [5] (см. рисунок 2 и таблицу 1). Результаты расчета контрольных примеров (рисунки 2; 3 и 4) и выполненный их сравнительный анализ (таблицы 1; 2; 3) подтверждают высокую точность алгоритма и универсальные вычислительные возможности компьютерной программы DresCAD. Показано, что расчет шпренгельной модели (рисунок 4) при потере устойчивости ее сжатыми стержнями 7 и 8 от предварительного натяжения шпренгеля силой P_n=2000 кН продолжается, демонстрируя этим превращение шпренгельной модели в простую однопролетную балку и ее расчет. В этом случае программа DresCAD демонстрирует возможность расчета стержневой модели с учетом проявленной конструктивной нелинейности.

Список использованных источников

1. Уласевич, В.П. Статический расчет гибких стержневых систем сложной геометрической структуры методом деформаций / В.П. Уласевич // Вестник БрГТУ. – 2018. – № 1(109): Строительство и архитектура. – С. 73–77.

2. Уласевич, В.П. Расчет стержневых систем уточненным методом переме-щений и его реализация в среде PTC MathCAD / В.П. Уласевич, В.И. Каковко // Перспективные направления инновационного развития строительства и подготовки инженерных кадров: Сборник научных статей XXI Международного научно-методического семинара, 25-26 октября 2018 г. – Брест: Изд-во БрГТУ, 2018. − Часть 1. – С. 257–265.

3. Сидорович, Е.М. Динамика и устойчивость сооружений. Численные методы решения задач: учебное пособие / Е.М. Сидорович. – Минск: БНТУ, 2006. – 246 с.

4. Уласевич, В.П. Устойчивость и деформационный расчет стержневых систем матричным методом деформаций / В.П. Уласевич // Вестник БрГТУ. – 2019. – № 1 (114) : Строительство и архитектура. – С. 68–72.

5. Безухов, Н.И. Устойчивость и динамика сооружений в примерах и задачах / Н. И. Безухов, О.В. Лужин, Н.В. Колкунов. – М.: Стройиздат, 1969. – 424 с.